

# 실내 음장을 모사하기위한 탄성판의 음향특성 평가

고병섭\*, 박병욱\*, 김학윤\*

\*청주대학교 전자공학과

## Acoustic-characteristic estimation of an elastic plate to simulate a room sound-field

Ko, Byeong-Seob\*, Park, Byoung-Uk\*, Kim, Hack-Yoon\*

\*Dept. Electronic Eng., Chongju Univ.

kmediart@naver.com

bupark@chongju.ac.kr

hykim@alpha94.chongju.ac.kr

“본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 청주대학교 정보통신연구센터의 지원에 의한 것입니다.”

### 요 약

실내음장을 정밀하게 모사하기 위하여 음의 파동성을 고려한 탄성판의 음향특성을 평가하지 않으면 안된다. 따라서, 본 논문에서는 Baffle에 지지된 탄성판의 음향특성을 정량적으로 나타낼 수 있는 근사적인 평가값에 대하여 고찰하고, 또한 탄성판의 음향특성의 하나인 방사어드미턴스에 대하여 이에 대한 음향학적 특성에 대하여 평가한다.

### 1. 서 론

콘서트 홀과 같은 건축물의 설계단계에서 홀의 음향특성을 파악하고, 그 결과를 설계에 적용하여야 한다. 현재, 이와 같은 실내음장 시뮬레이션에 관한 연구가 활발하게 진행되어지고 있다. 그러나, 실용화되고 있는 것은 음의 회절, 산란, 간섭등과 같이 빛이 가지는 기하학적특징을 가지고 전달된다고 가정하여 해석하고 있다. 즉, 음의 파동성을 배제하고 있기 때문에 실내음장을 정확하게 시뮬레이션하고 있다고 말하기 어렵다. 따라서, 음의 파동성을 고찰하여 정밀도가 높은 실내음장 해석방법이 필요하다. 이를 위하여, 기존에는 차분법, 유한요소법, 경계요소법등의 몇 가지 방법이 제안되고있다[1][2].

입의의 공간에 대한 음장을 해석할 때, 그 공간이 갖는 경계조건(예를 들면, 벽면의 음향특성)을 정확하게 규정할 필요가 있다. 즉, 음의 전달은 파동방정식에 의하여 완전하게 기술 가능하지만, 그 파동방정식은 그 경계조건에 의하여 기술되기 때문에 벽면자체가 진동하는 경우에는, 수학적으로 모델링하는 것이 곤란하다. 따라서, 이와 같은 경계조건을 어느 정도 근사하여 평가하지

않으면 안된다.

그러므로, 본 연구에서는 실제 공간에 존재하는 경계조건으로서 많이 존재하고 있고, 그 특성이 비이상적으로 복잡한 탄성판을 바탕으로 하여 실내음장 모사를 위한 음향특성의 근사적인 평가방법에 대하여 고찰하고자 한다.

### II. 탄성판의 방사 어드미턴스

공간에 존재하는 탄성판은 입사되는 음파에 의하여 탄성체의 진동이 발생하게 되고, 이로 인하여 방사음이 반사음장을 변화시키기 때문에 실내 음장을 해석하기 위해서는 그 탄성판의 진동을 고려하지 않으면 안된다 [2]. 탄성체와 음장의 관계를 결정하는 파라미터로는 대표적으로 방사 어드미턴스(또는, 방사 임피던스)를 고려할 수 있다. 방사 어드미턴스  $Y_p$ 을 이용하면, 탄성체면상의 방사음압  $P_e$ 와 진동속도  $V_p$ 의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_p = Y_p P_e \tag{1}$$

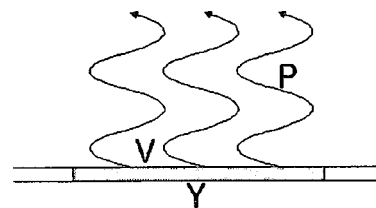


그림 1. 탄성판 면상의 속도, 방사음압과의 관계

그림 1은 식(1)에 의해 주어진 탄성체면상의 속도, 방사 음압과의 관계를 보여주고 있다. 즉, 방사 어드미턴스에 의하여 탄성체가 그 주위의 음장에 미치는 영향에 대하여 표현할 수 있기 때문에 본 연구에서는 방사 어드미턴스의 유도 방법을 논한다.

그림 2는 변의 길이가  $a$ ,  $b$ 이고 두께가  $h$ 인 사각형의 판이 무한대의 Baffle에 지지되어 있는 탄성단형판과 수음점의 관계를 나타낸 좌표계를 나타내고 있다. 이 단형판의 상면은 공기(밀도  $\rho$ , 속도  $c$ )에 접하고 있고(그림 2에서  $z > 0$ ), 수직유도를 간단하게 하기 위하여, 아래면 ( $z < 0$ )은 진공인 것으로 해석한다.

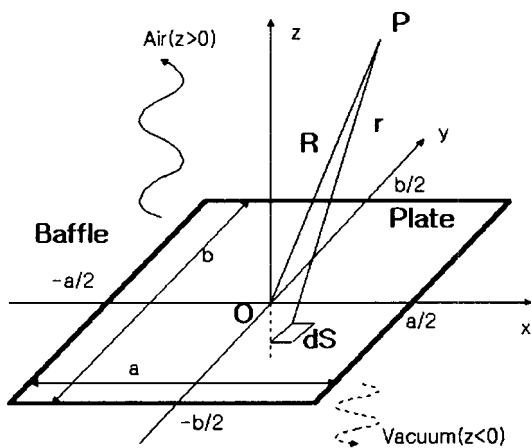


그림 2. 무한대의 Baffle에 지지되어 있는 탄성단형판과 수음점의 관계를 나타낸 좌표계

## 2.1 판의 진동방정식의 해

Rayleigh-Ritz법을 이용하여 판의 진동방정식의 해를 구하여 보면, 변위  $w$ 를  $x$ ,  $y$ 의 다항식계  $\Phi_m(x)$ ,  $\Psi_n(y)$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$w(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn}(t) \Phi_m(x) \Psi_n(y) \quad (2)$$

식(2)을 푸리에 변환하여 주파수 영역으로 표현하면 다음과 같다.

$$W(x, y, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(\omega) \Phi_m(x) \Psi_n(y) \quad (3)$$

여기서, 계산하는 모드의 수를  $N^2$ 으로 제한하고, 식(3)에서,

$$\Phi_m(x) \Psi_n(y) = \Phi_{mn}(x, y) \quad (4)$$

과 같이 나타낼 수 있다[3].

## 2.2 다항식계의 선택과 판의 진동속도

식 (3)을 계산하기 위하여, 다항식계  $\{\Phi_m(x), \Psi_n(y)\}$ 을 결정할 필요가 있다. Berry는, 이와 같은 함수계로서 삼각함수와 다항식 함수를 제시하고 있는데[3], 여기서, 가장자리 조건에 대응할 수 있는 후자인 다항식 함수를 선택하고, 판의 진동에 의한 방사를 해석한다. 즉,  $\Phi_m(x)$ ,  $\Psi_n(y)$ 은 다음식과 같은 다항식 함수로 표현할 수 있다.

$$\Phi_m(x) = \left(\frac{2x}{a}\right)^m, \quad \Psi_n(y) = \left(\frac{2y}{b}\right)^n \quad (5)$$

여기서,  $m, n = 0, 1, \dots, N$ 이다.

또한, 판의 진동속도는,

$$V_P(x, y) = j\omega W(x, y) \quad (6)$$

의 관계를 이용하여 구할 수 있다.

## 2.3 방사 어드미턴스의 유도

판면상의 입자속도와 음압의 비, 즉, 판의 방사 어드미턴스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_P(x, y, \omega) = \frac{V_P(x, y, z)}{P(x, y)} \quad (7)$$

여기서, 외력에 의하여 판 전체에 일정한 크기의 압력이 동위상으로 가하여 진다고 가정하면, 음압은,

$$P(x, y) = P_e = \text{일정} \quad (8)$$

로 간략화할 수 있다. 다항식계에 의하여 식(5)를 선택하면, 식(7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Y_P(x, y, z, \omega) = j\omega \frac{1}{P} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(\omega) \left(\frac{2x}{a}\right)^m \left(\frac{2y}{b}\right)^n \quad (9)$$

식(9)에서, 판의 음향특성은 재질, 판면상의 위치, 주파수와 그 지지조건에 의존하기 때문에 상당히 복잡함을 알 수 있다. 따라서, 실내음장을 모사하기 위하여, 탄성판의 진동을 고려하는 것은 대단히 어렵다. 그러나, Rayleigh-Ritz법을 이용하는 경우, 판의 진동을 간단하

게 해석할 수 있고, 판면상의 임의의 점에 주어진 진동 속도를 높은 정밀도로 해석하는 것이 가능하다. 그러나, 판진동을 고려하여 실내음장을 모사하기 위한 시뮬레이션을 행할 때, 많은 연산량이 요구된다. 따라서, 하드웨어의 한계와 실내음장 해석의 규모를 고려하게 되면, 커다란 문제점이 된다. 그러므로, 판의 음향특성을 음장에 미치는 영향으로 근사화하여 더욱 간략하게 표현하는 것이 가능하고, 그 평가량을 정의할 수 있다면 실내 음향 특성을 해석하기 편리할 것이다.

### III. 평균 방사 어드미턴스를 이용한 음장계산의 정밀도

#### 3.1 평균 방사 어드미턴스의 정의

방사 어드미턴스의 값을 탄성판의 전영역에 대한 방사 어드미턴스 값의 평균값

$$Y(\omega) = \frac{1}{S} \cdot \frac{a^2}{4\mu} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 Y_P(\alpha, \beta, \omega) d\alpha d\beta \quad (10)$$

을 판이 갖고있는 평균 방사 어드미턴스라고 정의한다. 이것은 위치  $(x, y)$ 에 의해 변하지 않는 주파수만의 함수가 되기 때문에, 상당히 간결하게 판의 음향특성을 나타내게 된다. 그림 2에 제시한 것과 같은 단형판의 경우, 평균 방사 어드미턴스는

$$Y(\omega) = \frac{i\omega\rho}{P_e} \sum_{m=even}^N \sum_{n=even}^N \frac{A_{mn}(\omega)}{(m+1)(n+1)} \quad (11)$$

과 같이 간단하게 바꾸어 쓸 수 있다.

#### 3.2 평면판로 부터의 방사음장

탄성판의 음향 어드미턴스를 방사 어드미턴스의 평균값으로 평가할 수 있는가에 대한 가능 여부를 조사하기 위하여 그림 2와 같은 판의 중심을 좌표계의 원점에 위치한 경우에 관하여 시뮬레이션을 행한다. 탄성판이 속도  $V_P(x, y)$ 로 진동하고 있을 때, 점  $P(x_0, y_0, z_0)$ 에 주어진 방사음압  $P_{rad}$ 는 경계적분 방정식에 의하여,

$$P_{rad} = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \iint_S \frac{V_P(x, y)}{r} e^{-jkr} dx dy \quad (12)$$

(단,  $r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2}$ ,  $k = \frac{\omega}{c}$ )

와 같이 쓸 수 있다[5]. 따라서, 판의 진동속도 분포는,

$$V_P(x, y) = j\omega \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N A_{mn} \Phi_{mn}(x, y) \quad (13)$$

와 같이 되기 때문에 결국, 판의 진동에 의한 방사음압의 이론적인 값  $P_{rad}$  는,

$$P_{rad} = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N A_{mn} \iint_S \frac{\Phi_{mn}(x, y)}{r} e^{-jkr} dx dy \quad (14)$$

을 계산하면 된다. 또한, 판의 평균방사 어드미턴스로부터 방사음장을 계산할 경우에는 판의 진동속도 분포와  $V_P = Y(\omega)P_e$ 에서 평면상에 일정한 값을 잡는 것으로 가정하고 있기 때문에, 이런 경우의 방사음압을  $P_{rad}$ 라고 하면,

$$P_{rad} = \frac{i\omega\rho}{2\pi} Y(\omega)P_e \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} dx dy \quad (15)$$

가 된다.

### IV 시뮬레이션 결과 및 고찰

시뮬레이션 조건은 판길이  $a = 40[cm]$ ,  $b = 60[cm]$ , 판의 두께  $h = 2[mm]$ ,  $B = 9.8[Nm]$ ,  $\mu = 0.34$ ,  $\rho_p = 600[kg/m^3]$ ,  $\eta = 0$ 이고, 또한 판은 Baffle에 충분히 고정되어 있는 것으로 가정하였다( $x = 5.0 \times 10^7$ ,  $y = 2.5 \times 10^6$ ). 시뮬레이션에 이용한 판의 방사 어드미턴스의 분포를 주파수  $f = 200, 800[Hz]$ 에 대하여 행하고, 허수성분에 대하여는 공기의 고유 임피던스  $\rho c$ 을 이용하여 정규화하였다. 그림 3과 4는  $f = 200, 800[Hz]$ 일 때, 탄성판의 방사 어드미턴스의 분포를 등고선면으로 나타낸 것이다.

그림 3과 4를 비교하여 보면,  $800[Hz]$ 로 주어진 분포의 변화는  $200[Hz]$ 일 때 보다, 급격하게 변하고 있음을 알 수 있다. 즉, 주파수가 증가할수록 방사 어드미턴스의 분포는 보다 심하게 변화됨을 알 수 있다. 방사 어드미턴스의 분포가 급격하게 변화하고 있는 경우에는 1개의 단순한 값으로 판의 특성을 근사화하는 것이 어렵게 됨을 알 수 있고, 계산한 음압의 값이 실제와 많은 차이가 생기는 결과가 된다고 생각 수 있다. 또한, 보다 높은 주파수에서 보다 높은 정밀도로 음장의 계산을 실행하기 위해서는 판이 고정되어 있는 모드형상에 따른 요소분할을 행하고, 각 요소에 맞는 평균 어드미턴스를 설정할 필요가 있다고 본다.

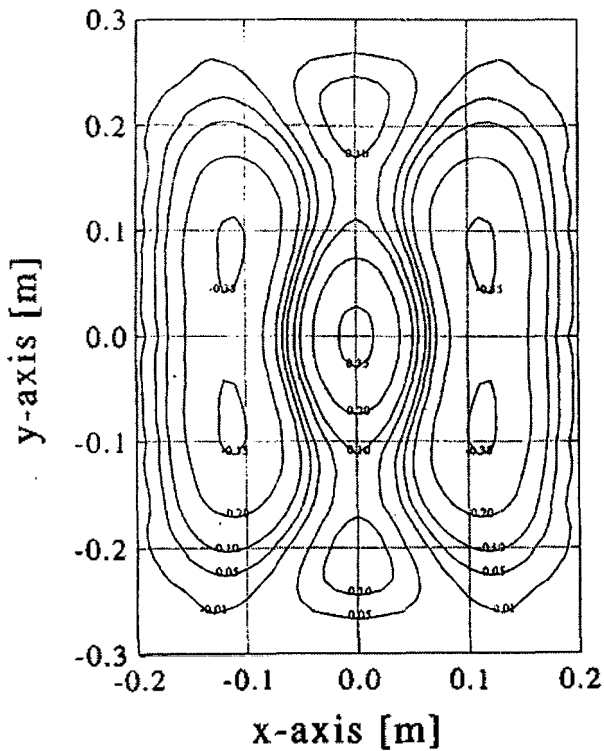


그림 3. 단형판의 방사 어드미턴스 (구동주파수  $f=200$ [Hz]의 분포도 (단, 그림 중앙의 수치는, 공기의 고유 임피던스를  $\rho c$ 를 이용하여 정규화하였다.)

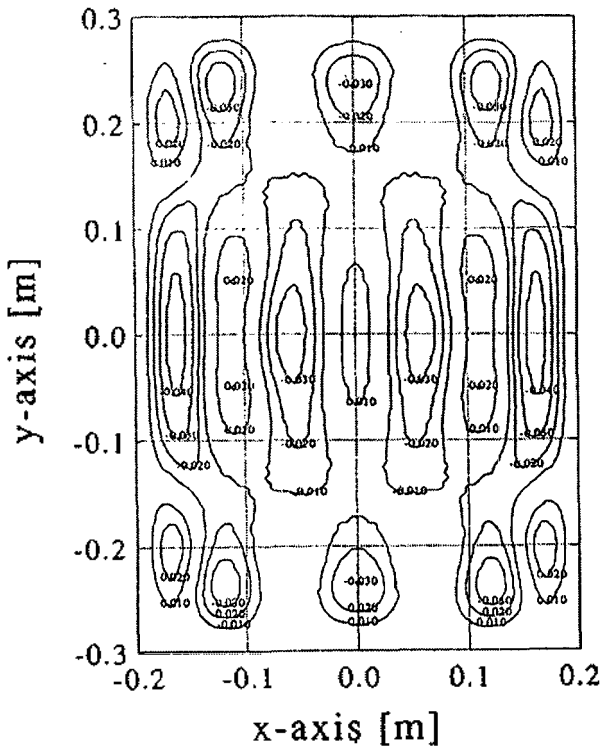


그림 4. 단형판의 방사 어드미턴스 (구동주파수  $f=800$ [Hz]의 분포도 (단, 그림 중앙의 수치는, 공기의 고유 임피던스를  $\rho c$ 를 이용하여 정규화하였다.)

그러나, 이와 같은 평가를 하는 것은, 결국, 실내음장 해석에 따른 계산량을 증가시키는 것이 되기 때문에, 여기서 논한 방법의 장점이 없어지게 된다.

## V. 결론

실내음장 해석의 입장에서, Baffle에 견고하게 장착된 탄성판의 음향특성을 정량적으로 나타낼수 있는 근사적인 평가량으로 방사 어드미턴스의 평균값을 이용하는 방법을 제안하고, 이 방법의 적용 가능성을 시뮬레이션을 통해 평가하였다. 그 결과, 음파의 주파수가 낮을 때에는, 상당히 좋은 근사화 방법임을 알 수 있었다. 그러나, 역으로 주파수가 높을 때는, 비교적 근사화가 잘되는 곳과 잘되지 않는 곳이 나타나므로, 판의 음향적 특성을 평균방사 어드미턴스로 평가하는 방법은, 주파수가 낮은 상태와 비교하여 볼 때, 조금 무리가 있음을 알 수 있다. 음파의 주파수가 높게 되면, 판의 방사 어드미턴스의 분포가 매우 심하게 변화하기 때문에, 이와 같은 상태를 근사적으로 평가할 때는, 그 주파수의 높이에 따라, 판을 세밀한 요소로 분할하여, 그 분할된 요소마다 평가할 필요가 있음을 고찰하였다.

## 참고문헌

- [1] 山田, "室内音場模擬に用いる物理的パラメータに関する研究", 東北大學審査修士學位論文
- [2] 阪上公傳 外 1, "有限要素法, 境界要素法を用いた弾性平板による反射音場の数値解析", 日本音響学会誌 48卷 11号, pp.786-793, 1992
- [3] A.Berry, J-Louis.Guyader and J.Nicolas, " A general formulation for the sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions", J.Acoust. Soc. Am. 88, pp.2792-2802, 1990