

# 시변 방위 추정을 위한 Extended PASTd (Projection Approximation Subspace Tracking with Deflation) 알고리즘

임준석, 이종명

세종대학교 전자공학과, 하나로통신

Extended PASTd (Projection Approximation Subspace Tracking with Deflation) Algorithm for time-varying DOA estimation

Jun-seok Lim, Jong-Myong Lee

Sejong University, jslim@sejong.ac.kr, Hanaro Telecom, Inc

## 요 약)

본 논문은 Nonstationary 환경에서 동작하는 소나의 DOA추정의 정확도를 높이기 위하여 가변 망각인자를 도입한 새로운 Extended PASTd (Extended Projection Approximation of Subspace Tracking with deflation) 을 제안하고 기존 알고리즘과 비교함으로써 새로운 알고리즘의 향상된 성능을 보인다.

### 1. 서론

소나를 이용한 방위추정에서는 표적 방위 신호의 공간정보가 충분히 stationary라는 가정을 가지고 있다. 공간정보가 stationary라는 의미는 표적이 각 snapshot 시간 간격동안에 충분히 조금 움직이고 있다는 것을 의미한다. 그러나 위의 기술은 표적이 빠르게 움직이거나 소나 배열로부터 근접 거리에서 보통 속도로 움직일 때와 같이 소나 배열 면에서 봐서 공간각의 움직임이 큰 nonstationary 환경에서는 상당히 열화된 결과가 나온다.

지금까지 연구된 결과 중에서 nonstationary 환경에 응용이 가능한 알고리즘을 든다면 PAST(Projection Approximated Subspace Tracking)와 PASTd (Projection Approximated Subspace Tracking with

deflation) 등이 대표적이라고 할 수 있다. 그러나 이들 알고리즘들도 사용하는 망각인자의 크기에 따라 nonstationary 환경에서의 성능이 달라지게 된다. 또 적용 환경이 nonstationary와 stationary가 섞여 있는 경우 단일 망각인자를 사용한 추정 알고리즘의 추정 결과는 nonstationary구간의 성능향상을 목표로 하면 stationary 구간에서 성능이 떨어지고, stationary 구간의 성능에 목표를 맞추면 nonstationary 구간에서의 성능이 나빠지게 된다.

본 논문에서는 위에서 언급한 nonstationary / stationary 혼합 환경에서도 효과적으로 소나 배열의 성능을 발휘할 수 있기 위한 DOA 추정용 부공간 추정 알고리즘을 제안한다. 제안하는 알고리즘은 가변 망각인자를 사용하여 nonstationary인 경우 뿐 아니라 stationary인 경우에도 적합한 망각인자로 자동 가변되어 단일 망각인자를 사용한 알고리즘보다 우수한 결과를 내도록 한다.

### 2. Extension of PASTd[1]

PASTd란 다음과 같은 식을 만족하는 subspace  $W$ 를 구하는 B. Yang이 제안한 방법이다.

$$W = \arg \min J(W) \tag{1}$$

위 식을 만족하는  $W$ 의 각 행은 signal space의 orthonormal basis가 되고, 또  $WW^H$  은 signal subspace로의 projection 행렬이 된다. 이와 같은 성질은 띠는  $W$ 를 구한다면 기존의 고분해능 알고리즘인 MUSIC이나 ESPRIT과 함께 사용하여 quastationary 환경에 적

1) 본 연구는 하나로통신의 지원으로 이루어졌습니다.

함한 고분해능 알고리즘을 구성할 수 있다. 그러나 이 방법은 subspace의 rank를 미리 알아야 할 필요가 있다. 이를 위해서 PASTd 알고리즘과 AIC, MDL등의 rank 추정기를 서로 유기적으로 결합하여 확장된 PASTd알고리즘이 발표되었다. 식(1)에 근거한 확장된 PASTd 알고리즘을 살펴보면 다음과 같다.

```

Choose  $d_i(0)$  and  $w_i(0)$  suitably
For  $t=1,2,\dots$  Do
   $x_t(t)=x(t)$ 
  For  $i=1,2,\dots,r$  Do
     $y_i(t)=w_i^{H(t-1)}x_i(t)$ 
     $\lambda_i(t)=\beta\lambda_i(t-1)+|y_i(t)|^2$ 
     $e_i(t)=x_i(t)-w_i(t-1)y_i(t)$ 
     $w_i(t)=w_i(t-1)+e_i(t)[y_i^*(t)/\lambda_i(t)]$ 
     $x_{r+1}(t)=x_i(t)-w_i(t)y_i(t)$ 
  End
   $\lambda_N(t)=\lambda_N(t-1)+|x_{r+1}(t)|^2/(n-r)$ 
  AIC estimation for the number of signals
  If  $r(t)<r(t-1)$ 
    remove  $\{w_i(t),\lambda_i(t)| i=r(t)+1,\dots,r(t-1)\}$ 
  Elseif  $r(t)>r(t-1)$ 
    generate a new auxiliary eigenvector
    by computing
     $w_{r(t)}(t)=x_{r(t)}(t)/|x_{r(t)}(t)|$ 
     $\lambda_{r(t)}(t)=\lambda_N(t-1)$ 
  Endif
   $W=[w_1,w_2,\dots,w_r]$ 
  DOA estimation with ESPRIT algorithm and the
  W
End

```

위에서  $x(t)$ 는 데이터 벡터이고,  $r$ 은 신호수 또  $\beta$ 는 고정 망각 인자이다.

### 3. Variable Forgetting Factor의 도입

2장에서 요약한 Extended PASTd는 고정 망각 인자  $\beta$ 를 사용하여 nonstationary인 환경에 대처하고 있다. 그러나 일반적으로 만나는 상황은 항상 nonstationary만 있는 경우보다는 stationary / nonstationary가 혼합되어 있는 경우가 대부분이고, nonstationary의 정도도

일정치 않은 경우가 흔하다. 또 Rank 추정기인 AIC나 MDL도 일종의 추정 윈도우를 사용하는데 이 윈도우의 길이를 nonstationary환경에 맞춰 조절해 주지 않으면 추정의 오류를 일으키기 쉽다. 따라서 Extended PASTd 알고리즘을 위와 같은 일반적인 상황에서 더욱 효과적으로 동작하도록 하기 위해서 망각인자를 상황에 맞게 적용시켜주는 것이 필요하다. 본 장에서는 망각인자를 위한 비용함수를 새로 도입하고 이를 최소화하는 방향으로 망각 인자가 움직이도록 하여 상황에 적용하는 새로운 Extended PASTd알고리즘을 제안한다. 새로 도입할 망각 인자용 비용함수는 다음과 같다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^L \beta(t, i) \epsilon^H(i) \epsilon(i) \quad (2)$$

단  $\beta(t, t) = 1$ 이고  $\beta(t, i) \leq 1$  또  $\epsilon(i) = x(i) - wy(i)$  이다.

위 식에서  $\beta$ 를 최소화 망각인자  $\beta$ 를 구하기 위해서 다음과 같이 steepest descent 방식으로 망각 인자를 구한다 [2].

$$\beta(t) = \beta(t-1) - \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial E}{\partial \beta} \quad (3)$$

여기서  $E = \epsilon^H(t) \epsilon(t)$ 이다.

식 (2)을 풀어 쓰면,

$$\beta(t+1, t) = \beta(t, t-1) - a \operatorname{Re}(\epsilon^H(t) \epsilon(t)') \quad (4)$$

이다. 위 식에서 샘플에 대한 순차 미분  $\epsilon^H(t) \epsilon(t)'$ 을 사용하는 것은 일반적으로 매우 노이즈에 민감한 특성을 나타낸다. 따라서 다음과 같은 평탄화(smoothing)된 미분을 도입하여 사용한다.

$$J' = \sum_{i=0}^L \beta(t, i) \epsilon^H(i) \epsilon'(i) \quad (5)$$

위 식을 사용하여 식(3)을 새로 쓰면 다음과 같다.

$$\beta(t+1, t) = \beta(t, t-1) - a \operatorname{Re}(J') \quad (6)$$

그리고  $J'$ 는 일반적으로 다음과 같이 순환식 형태로 구할 수 있다.

$$J' = \beta(t, t-1)J' + \varepsilon^H(t)\varepsilon'(t) \quad (7)$$

위와 같이 새로 도입된 가변 망각인자를 적용하고, 또 도입에 필요한 부수적인 인자를 수학적으로 유도하여 Extended PASTd 알고리즘을 수정하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

```

Choose  $d_i(0)$  and  $w_i(0)$  suitably
For  $t=1,2,\dots$  Do
   $x(t)=x(t)$ 
  For  $i=1,2,\dots,r$  Do
     $y_i(t)=w_i^{H1}(t-1)x_i(t)$ 
     $\lambda_i(t)=\beta(t-1)\lambda_i(t-1)+|y_i(t)|^2$ 
     $e_i(t)=x_i(t)-w_i(t-1)y_i(t)$ 
     $e_i'(t)=-\Psi_i(t-1)w_i^{H1}(t-1)x_i(t)-w_i(t-1)\Psi_i^{H1}(t-1)x_i(t)$ 
     $J_i'(t)=\beta(t-1)J_i'(t-1)+e_i^{H1}(t)e_i'(t)$ 
     $\beta(t)=\beta(t-1)-\alpha\text{Re}(J_i')$ 
     $y_i'(t)=\Psi_i^{H1}(t-1)x_i(t)$ 
     $S_i(t)=d_i(t-1)+\beta(t)S_i(t-1)$ 
       $+2\text{Re}(\Psi_i^{H1}(t-1)x_i(t)x_i^{H1}(t)w_i(t-1))$ 
     $\Psi_i(t)=\Psi_i(t-1)$ 
       $+e_i'(t)[y_i^*(t)/d_i(t)]$ 
       $+e_i(t)[y_i^*(t)d_i(t)-y_i^*(t)S_i(t)]/d_i(t)^2$ 
     $w_i(t)=w_i(t-1)+e_i(t)[y_i^*(t)/d_i(t)]$ 
     $x_{i-1}(t)=x_i(t)-w_i(t)y_i(t)$ 
  End
   $\lambda_N(t)=\lambda_N(t-1)+|x_{r-1}(t)|^2/(n-r)$ 
  AIC estimation for the number of signals
  If  $r(t)<r(t-1)$ 
    remove  $\{w_i(t),\lambda_i(t)|i=r(t)+1,\dots,r(t-1)\}$ 
  Elseif  $r(t)>r(t-1)$ 
    generate a new auxiliary eigenvector
    by computing
     $w_{r(t)}(t)=x_{r(t-1)}(t)/|x_{r(t-1)}(t)|$ 
     $\lambda_{r(t)}(t)=\lambda_N(t-1)$ 
  Endif
   $W=[w_1,w_2,\dots,w_r]$ 
  DOA estimation with ESPRIT algorithm and the
  W
  End

```

여기서  $\Psi_i(t)$ 는  $w_i(t)$ 를 망각인자로 미분한 것이고,  $S_i(t)$ 는  $d_i(t)$ 를 망각인자로 미분한 것이다.

#### 4. Simulation results

제안된 알고리즘의 시간 추적성과 stationary 구간에서의 성능을 한번에 보이기 위해서  $\alpha=10$ 로 설정하고 그림 1,2,3과 같이 일정 각도( $-30^\circ$ )에서 다른 각도( $-40^\circ$ )로 갑자기 변하는 환경을 가정하였다. 이런 환경은 급격하게 변하는 부분과 전혀 변하지 않는 두 극단적인 환경이 동시에 존재하는 것으로써 알고리즘의 시간 변환 추적성능을 잘 보여 줄 수 있을 것으로 예상된다. 그림 1,2,3은 서로 같은 신호에 대해서 수행한 결과이다.

그림1은 SNR이 20dB에서 제안된 알고리즘의 추정 결과를 전시한 것이고, 그림2는 망각인자를 0.8과 0.97로 고정된 PASTd알고리즘의 결과이다. 그림 1과 그림 2를 비교하면 제안된 방법이 변화 추적성이 우수함을 알 수 있다. 또 추적성을 좋게 하기 위해서 망각인자를 작게 했을 때 고정 망각인자의 경우 평탄부에서 추정 결과의 변이가 상대적으로 심한 것을 볼 수 있다. 그림3은 추정의 결과를 수치로 확인하기 위하여 추정 오차의 표준편차를 전시한 것이다. 그림 3를 통해서 보면 제안된 알고리즘이 갑작스런 변화에 잘 대처하는 것을 볼 수 있고 또 평탄부에서는 다시 망각인자가 조정되어 우수한 추정 성능을 보이고 있다. 반면에 망각인자를 고정시킨 기존 알고리즘의 경우 평탄부에서의 추정 성능이 저하하는 것을 볼 수 있다. 이는 평탄부의 경우 많은 긴 데이터 창을 사용하여 추정의 정확도를 높여야 함에도 망각인자가 급격한 변화 부분에 맞춰져 있어서 충분한 데이터 길이를 잡지 못한 이유이다.

그림 4은 Rank추정에 관한 성능을 보이기 위해서 시간에 따라서 신호의 수와 신호의 SNR이 다른 경우에 대해서 제안된 알고리즘을 적용한 예이다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 대표적 순차 신호 부공간 추정 알고리즘인 PASTd의 시간 추적성 향상을 위한 새로운 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 시뮬레이션을 통해서 시간 추적성 향상 정도를 보였고 또 stationary 환경에서도 기존 알고리즘에 비해서 성능이 저하되지

않음을 보였다. 본 논문에서 제안된 알고리즘은 각도 측면에서 이동성이 많은 목표물에 대한 DOA의 추정 성능향상을 위해서 유용하게 사용할 수 있을 것이다.

참고 문헌

- [1] Bin Yang, "An Extension of the PASTd Algorithm to Both Rank and Subspace Tracking," *IEEE Trans. Signal Proc Letters.*, Vol. 2, No. 9, pp. 179~ 182, Sep., 1995.
- [2] Simon Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, NJ, 1996.

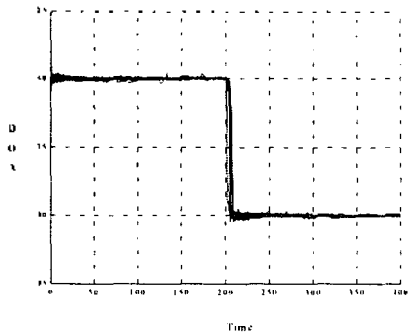


그림1. 제안된 알고리즘의 망각인자 tracking 특성

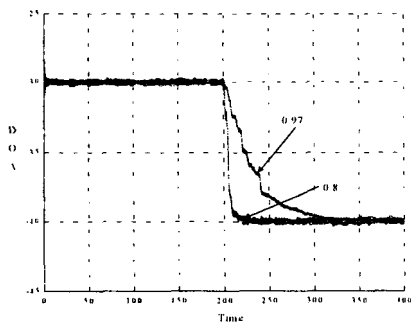


그림2. 고정 망각인자를 갖는 알고리즘의 tracking 특성

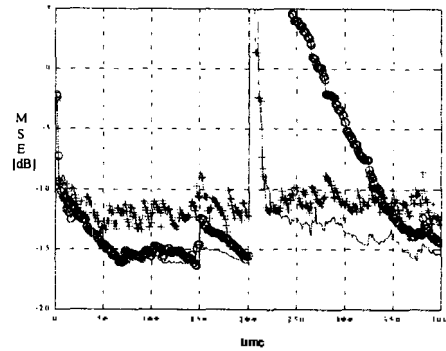
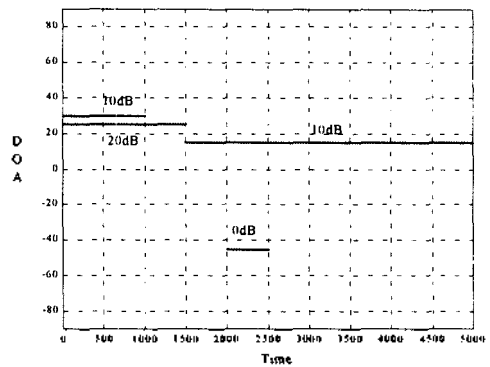
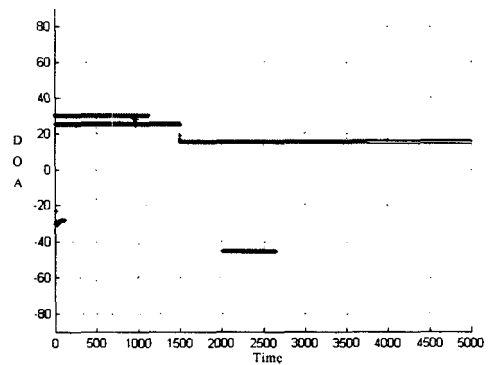


그림3. 제안된 알고리즘과 기존 알고리즘의 추정 오차 특성 비교 (실선: 제안된 알고리즘, +: 망각인자 0.8, o: 망각인자 0.97)



(a)



(b)

그림4 제안된 알고리즘의 시변 DOA Tracking ((a):scenario, (b):추정 결과)