

주파수 영역 측정에 의한 초음파 변환기 등가회로 추정 Frequency Domain Equivalent Circuit Identification of Ultrasound Transducer

전병두

LG이노텍(주) 연구소
경기 용인시 구성면 마북리 148-1
junbd@acoustics.snu.ac.kr

임준석

세종대학교 전자공학과
서울 광진구 군자동 98

송준일, 성필모

서울대학교 전기공학부
서울 관악구 신림동 산56-1

본 연구는 '수중음향특화연구센터'의 지원으로 이루어졌습니다.

요약문 초음파 변환기의 정합을 위해서는 초음파 변환기의 등가회로 구성이 중요하다. 전통적인 등가회로의 경우 비교적 안정적인 등가회로를 예측하게 해 주지만 초음파변환기 구성에서 일어나는 초음파 변환기 외의 구성품 즉 Backing Material, Acoustic Window Material, Radiation Impedance 등에 의한 부가적인 효과를 모델링하는 데는 한계가 있다. 따라서 좀 더 일반적인 방법으로 초음파 변환기를 모델링하는 방법이 필요하다. 그런 방법의 하나로 주파수 영역 측정에 의한 초음파변환기 등가회로 추정법을 제안한다. 이 방법은 초음파 변환기 제작 시 많이 쓰는 임피던스 분석의 결과를 그대로 사용할 수 있고 또 그것이 없이도 일반 함수발생기와 오실로스코프만으로 측정할 수 있어서 랜덤함수를 발생시키고 이에 대한 출력을 저장해야 데이터를 얻을 수 있는 시간영역 추정법에 대해서 장점을 갖는다.

I. 서론

일반적으로 초음파 변환기는 source에 비해 그 임피던스가 매우 크기 때문에 트랜스포머 등을 사용하여 정합을 시킨다. 이때 사용주파수 범위에 대한 변환기의 등가회로를 이용하여 시스템 목적에 부합하는 정합회로를 구성할 수 있다. 비교적 간단한 형상을 갖는 변환기의 특정 주파수 범위에 대한 등가회로의 추정은 기존의 전통적인 해석 방법 등에 의해 가능하다. 그러나 변환기의 전기음향적 특

성에 영향을 미치는 부가적인 구성품 즉 Backing Material, Acoustic Window Material, Radiation Impedance 등에 의한 효과를 모델링하는 데는 한계가 있다. 따라서 좀 더 일반적인 방법으로 초음파 변환기를 모델링하는 방법이 필요하다. 그런 방법의 하나로 주파수 영역 측정에 의한 초음파변환기 등가회로 추정법을 제안한다. 이 방법은 초음파 변환기 제작 시 많이 쓰는 임피던스 분석의 결과를 그대로 사용할 수 있다. 이는 또한 랜덤함수를 발생시키고 이에 대한 출력을 저장해야 데이터를 얻을

수 있는 시간영역 추정법에 대해서도 장점을 갖는다. 본 논문에서는 주파수 영역 Linear Regression 기법을 도입하여 특정 주파수 영역에서 실측되어진 초음파 변환기의 임피던스 데이터를 이용하여 전달 함수를 추정하였다. 이러한 전달함수로부터 Ladder Network 합성법을 이용하여 등가회로를 구성하였다. 이는 비교적 넓은 주파수 범위에서 측정치와 잘 일치하였다.

II. 주파수 영역 Linear Regression

가장 일반적으로 초음파 진동자의 특성을 측정하는 장비로는 각 주파수별 임피던스를 출력으로 내는 임피던스분석기를 들 수 있다. 이 장비는 일정 간격 주파수를 갖는 신호를 장비로부터 진동자에 입력하고 이로부터 나오는 출력으로부터 임피던스를 구하는 순서를 따른다. 이 데이터를 바탕으로 진동자 모델링을 하려면 주파수 영역 시스템 인식 기법의 적용이 필요하다. 이 기법들 중에 가장 기본적인 것은 주파수 영역 Linear Regression을 생각할 수 있다. Linear Regression을 기반으로 해서 많은 다른 기법들이 파생되어 있기도 하다. 본 장에서는 본 연구에 사용한 주파수 영역 Linear Regression 기법을 정리한다.

Linear Regression 기법은 다음과 같이 주파수 영역 다항식과 실제 신호를 가장 잘 맞도록 계수를 구하는 것이라고 할 수 있다.

$$\hat{G}(i\omega) = \frac{\hat{B}(i\omega)}{\hat{A}(i\omega)} = \frac{b_1(i\omega)^{n-1} + \dots + b_n}{(i\omega)^n + a_1(i\omega)^{n-1} + \dots + a_n} \quad (1)$$

위 식에서 $\hat{G}(i\omega)$ 는 N 개의 주파수 $\omega_k, k=1, 2, \dots, N$ 에서 얻은 데이터를 의미한다. 위 식에서 계수 $\{a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n\}$ 를 구하기 위해서 다음과 같은 목표 함수를 최소화한다.

$$\min_{a, b} \sum_k \left| G(i\omega_k) - \frac{\hat{B}(i\omega_k)}{\hat{A}(i\omega_k)} \right|^2 \quad (2)$$

위 식을 풀기 위해서는 미계수 $\{a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n\}$ 에 대한 식이 선형이 아니고 분수식이기 때문에 전통적으로 사용하는 최소자승기법을 직접 적용할 수 없다. 따라서 위 식을 다음과 같이 Levy method를 사용하여 변형한다[1].

$$\min_{a, b} \sum_k \left| \hat{A}(i\omega_k) G(i\omega_k) - \hat{B}(i\omega_k) \right|^2 \quad (3)$$

위의 안쪽 항을 벡터로 나타내면,

$$\min_{\theta} \|\Phi\theta - Y\|^2 = (\Phi\theta - Y)^*(\Phi\theta - Y) \quad (4)$$

여기서

$$\Phi = \begin{bmatrix} -(i\omega_1)^{n-1}G(i\omega_1) & \dots & -G(i\omega_1) & (i\omega_1)^{n-1} & \dots & i\omega_1 & 1 \\ -(i\omega_2)^{n-1}G(i\omega_2) & \dots & -G(i\omega_2) & (i\omega_2)^{n-1} & \dots & i\omega_2 & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -(i\omega_N)^{n-1}G(i\omega_N) & \dots & -G(i\omega_N) & (i\omega_N)^{n-1} & \dots & i\omega_N & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이고,

$$Y = \begin{bmatrix} (i\omega_1)^n G(i\omega_1) \\ (i\omega_2)^n G(i\omega_2) \\ \vdots \\ (i\omega_N)^n G(i\omega_N) \end{bmatrix} \quad (6)$$

이다.

위 식에 대한 해는 다음과 같은 식으로 얻을 수 있다.

$$\hat{\theta} = (\Phi^H \Phi)^{-1} \Phi^H Y \quad (7)$$

여기서 H 는 hermitian transpose 이다.

III. 회로의 합성

앞서 얻은 계수 $\{a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n\}$ 가 바로 어떤 회로의 소자를 의미하지는 않는다. 그러므로 이 다항식을 바탕으로 R, L, C로 이루어진 회로를 합성하여야 한다. 회로를 합성하는 방법은 가장 많이 사용하는 Ladder Network 합성법을 사용할 수 있다. 이 방법을 이용하여 합성하려면 대상 다항식이 positive real의 조건을 만족하여야 한다. 그 조건은 다음과 같다.

- i) 다항식 $G(s)$ 에서 s 가 실수면 $G(s)$ 도 실수이다.
- ii) $Re[G(s)] \geq 0$ for $Re(s) \geq 0$

위의 조건이 만족되면 다음과 같은 Foster형 합성을 하거나 Cauer형 합성을 한다 또는 두 형태를 혼합한 Mixed Foster & Cauer형으로 할 수도 있다 [2][3].

IV. 실험 및 결과

초음파 변환기의 등가회로 모델링을 위하여 그림 1.과 순서로 작업을 수행하였다. 소나 평면배열을 구성하는 Tonpiltz형 압전 변환기를 모델링에 사용하였다.

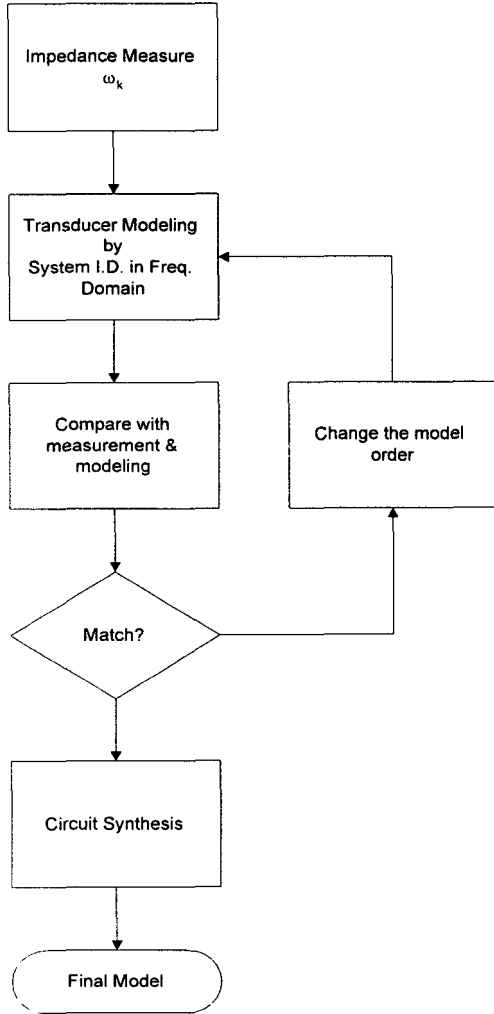


그림 1. 진동자 모델링 흐름도

HP사 impedance analyzer(HP4194a)를 이용하여 공기 중에서 초음파 변환기의 임피던스 데이터를 공진 주파수를 중심으로 Q 2.5가 되는 주파수 범위에서 측정하였다. 측정되어진 임피던스 데이터를 어드미턴스로 데이터로 변환하고 이를 이용하여 주파수 영역 Linear Regression기법을 적용한 결과 식 (8)과 같이 $\hat{B}(i\omega)$ 가 3차 $\hat{A}(i\omega)$ 2차 인 경우에 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

$$G(i\omega) = \frac{\hat{B}(i\omega)}{\hat{A}(i\omega)} = \frac{b_1(i\omega)^3 + b_2(i\omega)^2 + b_3(i\omega) + b_4}{(i\omega)^2 + a_1(i\omega) + a_2} \quad (8)$$

$(a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, b_4)$ 를 입력으로 하고 Ladder Network합성법을 적용하여 그림2와 같은 초음파 변환기의 등가회로를 추정하였다.

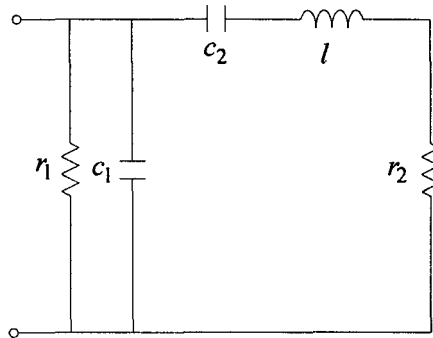
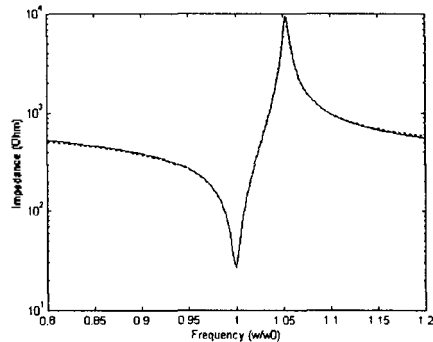
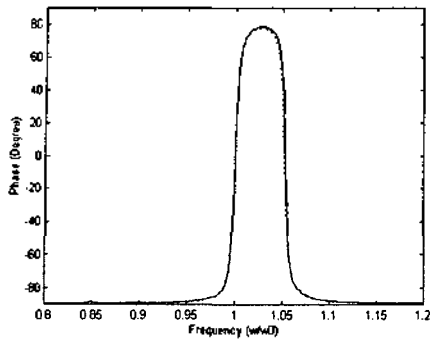


그림 2. Equivalent circuit of piezoelectric transducer

초음파 변환기의 주파수 별 임피던스 측정치와 추정되어진 등가회로의 임피던스 특성을 그림3에 나타내었다.



(a) Impedance Plots



(b) Phase Plots

그림 3. Electrical input impedance plots of the piezoelectric transducer
(dotted line : measured data,
solid line : equivalent circuit data)

V. 결론

초음파 변환기의 전기적 임피던스 측정 데이터로부터 주파수 영역 Linear Regression 기법을 이용하여 공진 주파수를 중심으로 Q 2.5인 주파수 범위에서 만족할 만한 임피던스 전달함수를 구하였다. 결과 전달함수로부터 Ladder Network 합성법을 사용하여 등가회로를 추정하였다. 추정되어진 등가회로의 임피던스 특성은 측정치와 작은 오차로 잘 일치하였다.

본 연구 결과로 얻어진 초음파 변환기의 등가 모델과 기법은 초음파 변환기 외의 구성품 즉 Backing Material, Acoustic Window Material, Radiation Impedance 등에 의한 추가적인 효과를 모델링하는 데 적용되어질 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] Rolf Johansson, System Modeling and identification, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
- [2] Aram Budak, Passive and active network analysis and synthesis, John Wiley and Sons,

New York, New York, 1974.

- [3] Franklin F. Kuo, Network Analysis And Synthesis, John Wiley & Sons, New York, New York, 1962.