

공진 관의 토출 모드에 대한 네 가지 매개 변수 연구

장세명, 이수갑

서울대학교 기계항공공학부, 공력소음 및 소음제어 연구실

Four-Parameter Study on the Jet Regurgitant Mode of Resonant Tube

Se-Myong Chang and Soogab Lee

Aeroacoustics & Noise Control Lab

School of Mechanical and Aerospace Engineering Seoul National University

smc1972@dreamwiz.com; solee@plaza.snu.ac.kr

요약문

초음속 유동장 내에 설치된 끝이 막힌 관에 의해 발생하는 공진 현상에는 스크리치 모드 (jet screech mode)와 토출 모드 (jet regurgitant mode)가 있다. 이중 토출 모드는 원리상 음향학적 공진과 밀접한 관련이 있다. 본 연구에서는 경계 조건으로, 주어진 강도와 주파수를 갖는 마하 수의 진동을 통하여 압축성 유동장을 가진하는 개념적 모델을 통하여 공진 현상을 모사한다. 비선형 효과의 탐구를 위해 축대칭 오일러 방정식을 수치적으로 풀이하면서, 4 가지의 주요한 파라미터들 (가진 강도, 가진 주파수, 진동부와 관 사이의 거리, 관의 길이)을 추출하고 이에 대한 영향을 연구하였다. 또한 비선형 유동 효과에 의해 발생하는, 고전 이론에 의해 예측된 공진 주파수와 차이를 정량적으로 나타내고 그 원인을 고찰하였다.

1. 서론

초음속 유동장 내에 제트의 방향과 평행하게 설치된, 끝이 막힌 관에서 일어나는 맥동성의 공진 압력 파형은 1931년 Hartmann에 의해 그 물리 현상이 처음 발견되었을 당시부터 많은 연구자들의 관심을 받아 왔다 [1]. 이러한 Hartmann-Spenger 관은 현상에 대한 흥미 뿐만 아니라 장차 로켓 엔진의 점화 장치 혹은 초음파 건조 및 수증기 제거 장치에 응용될 수 있을 것으로 기대되고 있다

[2]. 참고 문헌 [3]에 의하면 이 실험 장치에서의 공진 소음은 제트 불안정 모드 (jet instability mode), 제트 스크리치 모드 (jet screech mode), 제트 토출 모드 (jet regurgitant mode)로 분석할 수 있다. 불안정 모드는 제트 유동의 미끄럼 면에서 형성되는 작은 와환들의 영향으로 발생하는 저주파 소음이다. 초음속 유동장에서는 스크리치 모드와 압축성 유동의 특성에 의해 발생하는 토출 모드가 소음의 중요한 요인이 된다. 참고 문헌 [4]의 연구자들은 충격파를 이용한 간략화된 실험 모델을 통해 유동 현상으로부터 제트 토출 모드를 분리해 내었다. 그러나 이 실험에서는 한 가지 경우에 대해서만 관심을 두었으며 실험 장치의 한계상 공진에 이르지 못했다.

본 연구에서는 그림 1(a)와 같은 초음속 유동 문제를 그림 1(b)와 같은 아음속 유동 모델로 간략화 하였다 [5]. 초음속 유동이 마하 판 (Mach Disk)을 통과하면 아음속으로 변하고 판의 진동 에너지가 하류로 전파하면서 공진을 유발하므로, 계산 모델에서는 경계조건으로서 사인 파 (sinusoidal wave)로 진동하는 유입류 조건을 준다면 전체적인 물리 현상을 훼손하지 않은 채 에너지 원 (energy source)으로서의 역할을 하게 될 것이다. 이 때 유입류 조건이 유동 방정식을 만족시켜야 함은 물론이다. 먼저 차원 해석을 통하여 4 가지 주요 파라미터를 추출한 다음, 각각의 변수 수준에 대한 축대칭 오일러 방정식의 풀이를 통해 비선형적인 본 문제 (그림 2)를 풀이하였다. 그림 2에서 측정 점은 모두 3 개로서 각각 A (가진 지점), B (음향 지점), C (공진 지점)로 표시하였다. 유입류의 완충 영역 (buffer region)에서는 다음과 같은 마하 수의 경계 조건을 준다.

$$M(0,t) = \bar{M} + m \sin \omega t \quad (1)$$

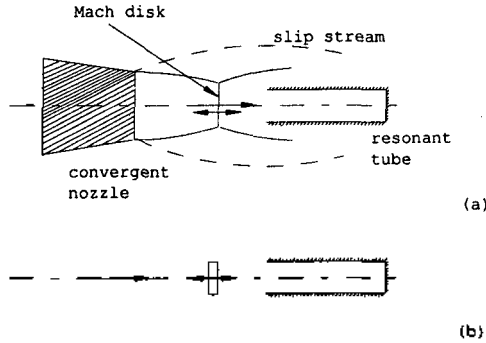


그림 1. 본 연구에서 사용한 모델과 실제 현상의 비교:
(a) Hartmann-Sprenger 관, (b) 개념 모델.

여기에서 평균 마하 수 $\bar{M} = 0.5$ 로 고정하고, 각 진동 수 $\omega = 2\pi\nu$ 는 파라미터로 한다.

2. 파라미터 추출 및 경계 조건

(1) 파라미터 추출

Buckingham 의 pi-정리를 이용하여 본 연구의 주요 변수들을 나열하고 이들을 조합하여 무차원 수를 추출하면 다음의 4 가지 매개 변수들이 얻어진다.

$$\Pi_1 = f_1(V_\infty, L, a_\infty) = \frac{V_\infty}{a_\infty} = M_\infty \quad (2)$$

$$\Pi_2 = f_2(V_\infty, L, \nu) = \frac{L\nu}{V_\infty} \quad (3)$$

$$\Pi_3 = f_3(V_\infty, L, l) = \frac{l}{L} \quad (4)$$

$$\Pi_4 = f_4(V_\infty, L, d) = \frac{L}{d} \quad (5)$$

(2)-(5) 식으로부터 진동 마하 수, 진동 주파수에 대한 헬름홀츠 수, 관 길이 (L)와 진동 위치로부터 관까지의 거리 (l) 비, 관의 내측 세장비 (L/d, d: 관의 내직경)가 주요 파라미터로 채택되었다.

(2) 경계 조건

벽면에서는 유동 접선 조건, 원장에서는 비반사 조건을 사용하는 다른 문제들에서의 같다. 다만 그림 2.의 완충 영역에서는 다음과 같은 관계식들을 사용, 보존 법칙들을 만족시킨다.

$$\rho u = \rho_\infty \bar{M} a_\infty \quad (6)$$

$$p(1 + \gamma M^2) = p_\infty(1 + \gamma \bar{M}^2) \quad (7)$$

$$\frac{p}{\rho} [2 + (\gamma - 1)M^2] = \frac{p_\infty}{\rho_\infty} [2 + (\gamma - 1)\bar{M}^2] \quad (8)$$

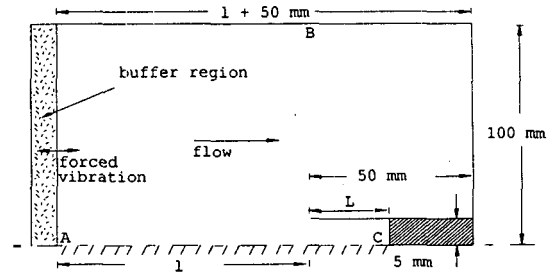


그림 2. 계산 영역 및 구분.

3. 감쇠 조화 진동

그림 3(a) 에서와 같이 가진하지 않을 경우 유동은 감쇠 조화 진동을 한다[4]. 그러나 그림 2.에 표시된 점 C 에서 압력값인 그림 3(a)의 시계열 데이터는 주파수 영역에서 그림 3(b)와 같은 뚜렷한 공진 패턴을 보여 준다. 다만 그 크기는 시간에 따라 감쇄해간다. 음향학적 공진 주파수는 끝이 막힌 오르간 파이프의 경우 다음과 같이 주어진다.

$$\nu_{res} = (2n-1) \frac{a_\infty}{4L} \quad (9)$$

여기에서 정수 n = 1 일 때가 주 공진 주파수 (primary resonance frequency)이다. 고차의 모드들은 그림 3(b)에서와 같이 harmonics 로 나타난다.

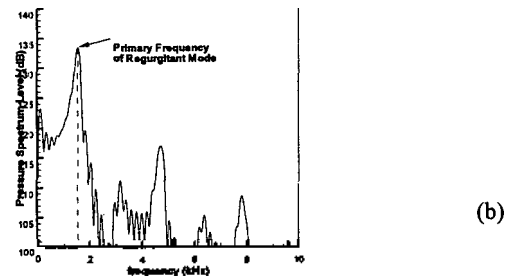
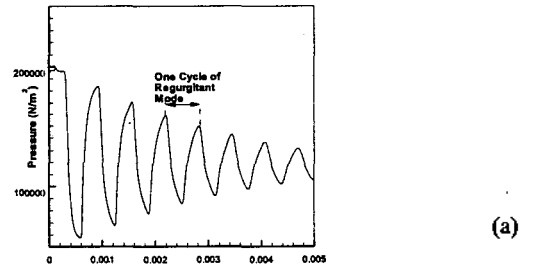
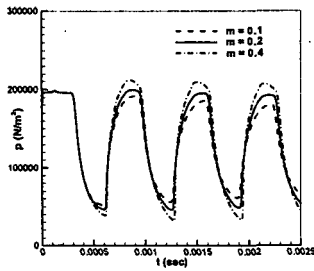
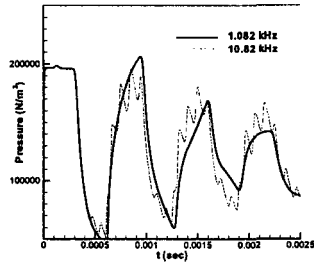


그림 3. 감쇠 조화 진동: (a) 시간 영역, (b) 주파수 영역.



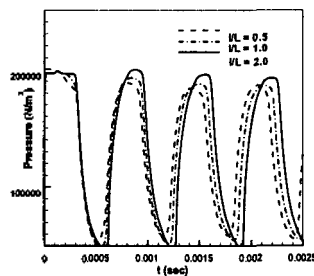
(a)



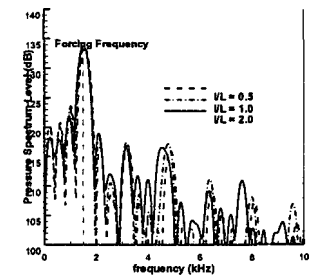
(b)

그림 4. 가진 강도 및 주파수: (a) 가진 마하 수의 변화, (b) 가진 주파수의 변화.

(9) 식의 예측값과 오일러 코드의 계산 결과에는 약간의 차이가 존재하는데, 이는 압축성 유동의 비선형성 때문이다. 관의 입구에서 유입 유동은 그 궤적을 급격히 꺾을 수 없으며, 따라서 유선 (streamline)은 관 입구와 일정 간격을 두고 비껴나가게 된다. 즉 유동이 느끼는 관의 실제 효과 길이 (effective length)는 L 보다 길므로 (9) 식에 의하여 공진 주파수는 이론 값보다 더 낮아지게 된다.



(a)



(b)

그림 5. 가진부와 관 사이 거리의 영향: (a) 시간 영역, (b) 주파수 영역.

4. 파라미터 연구

(1) 가진 마하 수와 주파수

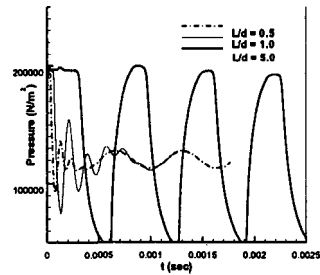
가진 마하 수 (m)와 주파수 (ν)를 변화 시켜가면서 공진의 효과를 관찰한 것은 각각 그림 4(a)-(b)에 보인, 점 C에서 측정된 시계열 압력 곡선이다. 가진 마하 수와 주파수는 공진 파형의 강도 (amplitude)에 주로 관계함을 알 수 있다. 그러나 이들은 공진 주파수에는 영향을 미치지 못한다.

(2) 가진부와 관 사이의 거리

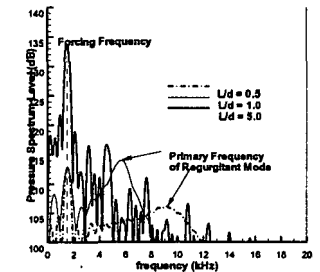
가진부와 관 사이의 거리 (l) 또한 공진 주파수에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 그림 5(a)-(b)는 점 C에서 관측한 시계열 및 주파수 영역 데이터이다. 특히 l 의 값이 작을 경우에 파형의 비선형성이 커지면서 가진 효과가 저하되는 것으로 관찰되었다.

(3) 관의 깊이

(9) 식에서와 같이 관의 깊이 (L)는 이 문제에서 가장 중요한 파라미터가 된다. 그림 6(a)-(b)에서도 이러한 사실을 확인할 수 있다. 관의 깊이가 작을수록 공진 주파수가 줄어드는 것은 물론이며 비선형성도 커지게 된다. 따라서 3. 절에서 언급한 L_{eff} 는 관의 깊이가 짧을수록 커진다. 이 결과는 그림 7. 에서도 확인할 수 있다.



(a)



(b)

그림 6. 관 깊이의 영향: (a) 시간 영역, (b) 주파수 영역.

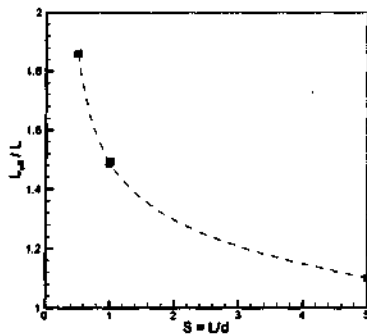


그림 7. 압축성 유동 비 선형성의 영향: 기하학적 관 길이와 효과 길이의 관계.

5. 결론

지금까지 Hartmann-Sprenger 의 공진관을 간략화한 개념적 수치 모델을 제안하고, 차원 해석을 통하여 4 가지 주요 파라미터를 추출하였다. 이 때 유입류 조건으로 마하수가 진동하도록 하였으며 보존 법칙을 물리적으로 만족시키는 경계 조건을 개발하였다. 가진력이 작용하지 않을 때 관 유동은 조화 진동을 일으키지만 외부에서 에너지가 공급되지 못하기 때문에 점점 감소된다. 그러나 외부에서 일정한 강도 및 주파수의 사인 파로 가진할 경우 공진을 일으켜 뚜렷한 맥동성의 파형을 보여 준다. 파라미터 연구 결과 공진 주파수에 가장 큰 영향을 미치는 것은 관의 깊이이며, 이것이 짧을수록 압축성 유동의 비선형 효과가 커지면서 공진 주파수는 고전 1 차원 이론의 예측치와 차이가 나게 된다. 이러한 연구를 통하여 복잡한 압축성 유동장에서 설치된 막힌 관에서 발생하는 제트 토출 모드를 분리해 내고 이에 대한 이해를 넓힐 수 있었다.

참고문헌

- [1] J. Hartmann, "On the Production of Acoustic Waves by Means of an Air-Jet of a Velocity Exceeding that Sound", *Philosophical Magazine*, Vol. 11, pp. 926-948, 1931.
- [2] S. M. Ko and K. S. Chang, "Resonant Pulsatile Flows of a Hartmann-Sprenger Tube", *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 6, pp. 439-452, 1998.
- [3] V. Sarohia and L. H. Back, "Experimental Investigation of Flow and Heating in a Resonant Tube", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 94, pp. 649-672, 1979.
- [4] H. D. Yang, S. M. Chang and K. S. Chang, "Impingement of Shock Wave into a Two-Dimensional Cavity", *Journal of KSAS*, Vol. 26, No. 8, pp. 11-19, 1998.
- [5] S. M. Chang and S. Lee, "Two-Parameter Study on the Jet Regurgitant Mode of Resonant Tube", *Acoustics*, Vol. 19, No. 2E, pp. 20-26, 2000.