

# 관내 평면파를 이용한 유속 측정기술

정완섭\* · 권휴상\* · 박경암\* · 백종승\*

## Measurement Method of Mean Flow Velocity Using the Plane Waves in the Pipe

Wan-Sup Cheung, Hyu-Sang Kwon, Kyung-Am Park, Jong-Seung Paik

### Abstract

This paper addresses a new technique of measuring the mean flow velocity not only over the cross sectional area but also along the pipe by exploiting the acoustic plane waves in the pipe. When fluid flows in the pipe and two plane waves propagate oppositely through the medium in it, the flow velocity causes a change of the wave number of the plane waves. The wave number of the positive going plane wave decreases but oppositely that of negative going one increases in comparison to no flow of the medium in the pipe. Theoretical backgrounds of this method are in details discussed and measurement results of the mean flow velocity are illustrated to reveal the feasibility and effectiveness of the suggested technique.

### 1. 서론

산업이 발전함에 따라 현장에서 정밀제어의 필요성이 증대되고 있다. 그 중에서 정확한 공정제어와 물류추진을 위하여 관 내 평균유속을 알아야 한다. 기존의 오리피스(orifice)나 피토투브(pitot tube) 등은 관 내에 삽입을 해야 하므로 유동에 방해가 주어 유속이 달라지거나 설치 상의 제한이 있다. 이러한 문제 때문에 최근에는 초음파를 이용하거나 전자기 등의 이질적인 학문과 유체역학이 조합된 형태의 유량계가 개발되고 있다.<sup>(1,2)</sup>

본 연구에서는 초음파가 아닌 가청주파수 대의 음파(500 Hz)를 이용하여 관 내 평균 유속을 측정할 수 있는 새로운 방법을 실험을 통하여 검증하고자 한다. 이는 관 내에서 컷오프주파수(Cutoff frequency) 이하의 음파가 전파하면 반경 방향이나 각도 방향으로의 구배없이 축 방향으로만 전파하는 1차원의 평면파(plane wave)를 형성하게 되며, 또한 이 평면파는 관의 축 방향에 수직인 단면적을 모두 덮고 전파하므로 관 내의 정확한 평균 유속 측정이 가능할 것으로 예측된다.<sup>(3,4)</sup>

유동이 있는 관 내에서 음파의 전파속도는 정지 매질에서의 전파속도에 비해 유속에 관계하여 변화한다. 이는 유동장에서의 마하수(Mach number)로 표현되며, 이 음파의 파수(wave number)는 이 마하수의 함수로 제시된다. 따라서 이 음파의 파수를 측정하여 관 내 평균 유속을 측정할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 이론을 제시하고 실험을 통하여 검증하였다.

### 2. 관 내의 평면파

#### 2.1 관 내 평면파의 전파

관내 유동장의 평균 유속을  $U$ , 관내 유체의 음속을  $c_0$  할 경우, 원형 관의 내부에서 축 방향 1차원 음파 방정식<sup>(5)</sup>을 표현하면 다음과 같다.

$$p(x,t) = \left( P_0^+ \cdot e^{-ik^+x} + P_0^- \cdot e^{ik^-x} \right) \cdot e^{i\omega t} \quad (2)$$

위 식에서 첨자 '+'와 '-'는 각각 음원의 위치에서 매질의 유동 방향과 동일한 방향과 반대 방향으로 전파함을 의미한다. 이러한 길이 방향의 주기적인 공간 음압분포

를 음향학에서는 정재파(standing wave)라 정의한다. 이러한 두 평면파로 구성된 정재파를 이용하여 관내 유속을 측정하는 방법에 본 논문은 한정하고 있다.  $p$ 는 음압이고  $\omega$ 는 관 내 음파의 각속도( $\omega = 2\pi f$ ,  $f$ 는 주파수)를 나타낸다.

유동이 없는 경우 파수  $k_0$ 는 파장  $\lambda_0$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi f}{c_0} \quad (3)$$

이는 매질의 유동이 존재하는 경우, 유동방향과 음파의 전파방향에 따라 유속정보가 포함된 마하수( $M = U/c_0$ )로 다시 표현할 수 있다.

$$k^+ = \frac{k_0}{1+M}, \quad k^- = \frac{k_0}{1-M} \quad (4)$$

여기서  $k^+$ 는 각각 유동과 동일방향과 반대방향으로 전파하는 음파의 파수를 의미한다.

#### 2.2 평면파를 이용한 유속 측정

관 내에 유동이 발생하게 되면 음압의 구배도 변화하게 되는데 식 (4)에서 관 내의 유동이 있는 경우는 유동이 없을 때와 비교하면, 음파는 매질의 유동속도에 영향을 받게 되어 유동과 동일한 방향으로 전파하는 음파는  $k^+$ 와 같이 파수가 감소하게 되고, 반대 방향으로 전파하는 음파는  $k^-$ 와 같이 파수가 증가하여 나타난다. 이때의 음압을 측정하여 재구성하면 정지 유동시의 전파와 비교하여 그 매질의 유동 속도를 구할 수 있는데 기초를 두었다. 이는 Fig. 1에 개략적으로 잘 나와 있다.

### 3. 관 내 평면파 재구성 및 유속측정

#### 3.1 평면파의 재구성

위에서 말한 것을 바탕으로 관 내의 평균 유속을 측정하기 위한 방법은 다음과 같다. 관 내 평면파의 음압 성분은 식 (2)에서 보았듯이 시간과 축 방향의 변수가 각각 분리된 형태의 함수이다.

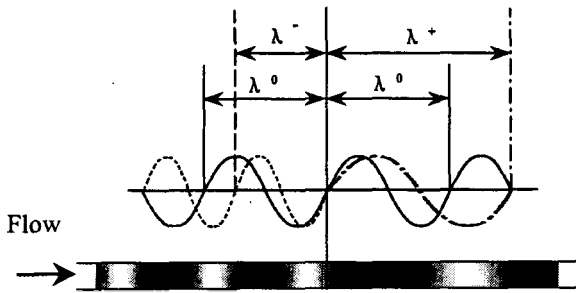


Fig. 1 Affected wave form by flow in the pipe ( $\lambda^-$  = mean stretched and shortened wave lengths, which related to  $k^\pm$  respectively)

그러나, 관 내의 평균 유속을 측정하는 데는 시간에 대한 성분은 무관하므로 측 방향에 분포되어있는 음압의 함수  $P(x)$  만으로 기술할 수 있다.

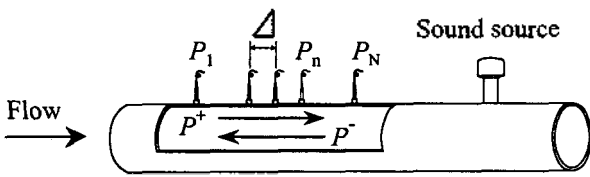


Fig. 2 Plane wave propagation through moving fluid in the pipe

$x$ -축 방향으로 등간격  $\Delta = x_{n+1} - x_n$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ )을 갖는 임의의 3개의 측정점  $\{x_{n-1}, x_n, x_{n+1}\}$  에서 음압은 Fig. 2에서와 같이 개략적으로 보여지며, 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P_{n-1} \\ P_n \\ P_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{+ik^+\Delta} & e^{-ik^-\Delta} \\ 1 & 1 \\ e^{-ik^+\Delta} & e^{+ik^-\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^+ \cdot e^{-ik^+x_n} \\ P^- \cdot e^{+ik^-x_n} \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)의 연립 방정식을 만족하는 이웃한 세 점의 음압 위상벡터  $\{P_{n-1}, P_n, P_{n+1}\}$  는 회귀식의 형태(recursive form)로 표시된다.

$$P_{n+1} + (c_+ \cdot c_-)P_{n-1} = (c_+ + c_-) \cdot P_n \quad (6)$$

위 식에서  $c_+ = e^{-ik^+\Delta}$  이고,  $c_- = e^{+ik^-\Delta}$  를 나타 내며, 관 내의 평균유속에 관한 정보를 포함한 상수들이다. 관 내 평면파 음장이 형성된 경우, 식 (6)은 등간격으로 설치된 근접한 세 음압 측정치에 대한 관계를 나타내는 식이다. 이 식은 최소한 관 내 측 방향 3점의 측정 음압으로부터 상수  $\{c_-, c_+\}$  를 계산한 뒤, 두 평면파의 파수  $\{k^-, k^+\}$  의 정의 식 (4)로부터 평균유속의 측정이 가능함을 알 수 있다.

본 연구에서는 Fig. 2와 같이 등간격으로 구성된  $N$  ( $N>3$ ) 개의 음압 센서를 이용하여 평균 유속의 측정 불확도를 최소화할 수 있는 방법을 채택하였다.

식 (1)을 식 (6)에 대입하여 이를 정리하면 다음과 같은 근사화된 식을 얻게 된다.

$$P_{n+1} \cdot e^{-ik_0\Delta \frac{M}{1+M}} + P_{n-1} \cdot e^{+ik_0\Delta \frac{M}{1-M}} = P_n \cdot 2\cos(k_0 \cdot \Delta) \quad (7)$$

이는 세 점에서 측정된 관 내 평면파 음압과 평균유속에 의한 영향을 나타내고 있으며, 이를 도식화하면 Fig. 3과 같다.

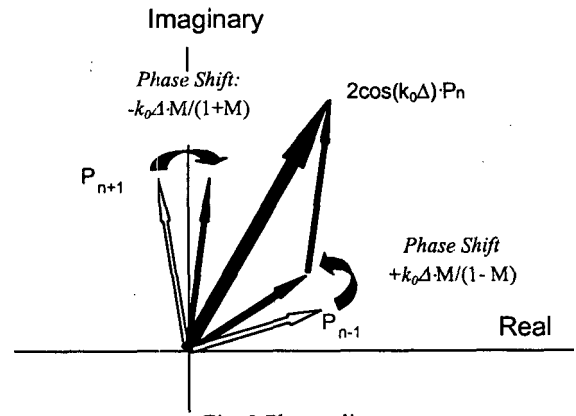


Fig. 3 Phasor diagram

Fig. 3은 관 내 평균유속에 관련된 인자인 마하수가 세 점의 음압 측정치  $\{P_{n-1}, P_n, P_{n+1}\}$  에 미치는 영향을 보여주고 있다. 즉, 중앙 측정치  $P_n$  에 대하여 마하수는 좌측 음압 측정치  $P_{n-1}$  을 시계 방향으로, 우측 음압 측정치  $P_{n+1}$  는 반시계 방향으로 각각 회전을 일으킨다. 따라서, 평균유속이 증가함에 따라 좌우측의 음압 벡터  $\{P_{n-1}, P_{n+1}\}$  는 중앙 측정값  $P_n$  에 더욱 가까워짐을 알 수 있다. 물론, 중앙 측정치  $P_n$  에 대한 좌우측의 음압 측정치  $\{P_{n-1}, P_{n+1}\}$  가 가까워지는 각도 변화량은 마하수뿐 아니라 실험 조건에 관련된 인자인 파수와 음압센서 간격에도 영향을 받는다. 즉, 실험 조건 인자인 음원의 파수 ( $k_0 = 2\pi f / c_0$ )와 음압센서 간격 ' $\Delta$ '를 설계자가 원하는 양으로 선정함으로써 평균 유속에 관련된 마하수 변화에 대한 각도 변화의 민감도를 자유로이 선택할 수 있다.

Fig. 3에서 보인 바와 같이 음압 측정 센서들의 음압 감도 교정에도 활용하였다. 즉  $U = 0$  인 경우, 측정점의 음압은 다음과 같다.

$$P_{n+1} + P_{n-1} = P_n \cdot 2\cos(k_0 \cdot \Delta) \quad (8)$$

본 식은 관 내 유속이 '0'인 상태의 세 측정치가 만족하는 평면파의 조건이다. 실제 배관계에 설치된 마이크로폰들의 음압 측정치를 각각 식 (8)의 좌우측에 각각 대입하여 오차를 계산한 뒤, 이들 오차 성분 중 계통오차 성분을 센서단의 감도 수정에 이용한다. 이렇게 각 센서 간의 수정된 감도를 이용하여 측정 시스템의 영향을 조정한다.

### 3.2 관 내 평균유속 측정

앞서 유동장의 평균 유속 성분은 관 내 두 평면파의 파수 변화를 일으키며, 이것을 이용하여 평균 유속을 측정하는 방법을 고찰한다. 평균유속에 의한 파수 변화는 Fig. 3에서 보인 바와 같이 복소수 평면에서 중앙 음압 측정치에 대하여 좌우 근접한 두 음압의 상대적 위상 변화로 표시된다. 이러한 위상 변화량은 다음과 같이 정의한다.

$$R^+ = e^{-ik_0\Delta \left(\frac{M}{1+M}\right)}, \quad R^- = e^{+ik_0\Delta \left(\frac{M}{1-M}\right)} \quad (9)$$

그리고, Fig. 2와 같이 등간격으로 설치된 N 개의 마이크로폰에서 동시 측정된 음압 측정치들  $\{P_n; n=0,1,2,\dots,N-1\}$ 이라 하자. N 개의 음압 측정치로부터 근접한 세 점만을 선정할 경우, N-2개의  $\{R^+, R^-\}$ 에 대한 연립 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P_1 & P_3 \\ P_2 & P_4 \\ \vdots & \vdots \\ P_{N-2} & P_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^+ \\ R^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{N-1} \end{bmatrix} [2 \cos(k_0 \cdot \Delta)] \quad (10)$$

만약 측정 마이크로폰의 수 N이 4보다 클 경우, 최소 자승오차법에 의한 최적해(Optimal solution or best-fitted solution)인  $R^+, R^-$ 를 추정할 수 있다. 식 (10)의 계산식을 간단히 하면, 최적해는 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$y = \begin{bmatrix} R^+ \\ R^- \end{bmatrix} = A^+ \quad (11)$$

위 식에서는  $A^+$ 는 generalized inverse를 의미한다.

이와 같이 최소자승법(Least square method)에 의하여 얻어진 결과  $\{R^+, R^-\}$ 를 이용하면 관 내 평균유속은 다음과 같이 계산된다.

$$U = \frac{c_0}{-i2k_0 \cdot \Delta} \ln \left( \frac{R^-}{R^+} \right) \quad (12)$$

앞에서 말한 식 (7)에 따른 다수의 마이크로폰을 이용한 평균유속 측정 방법과 식 (8)을 이용한 영점조정 기법, 그리고 식 (9)에서 식 (12)까지의 평균유속 환산 절차 등은 현재 국내 특허(출원번호=98-28933)를 출원한 기술 부분이다.

#### 4. 실험장치

평균유속을 측정하기 위하여 유속 측정 범위에 따라 목직경이 23.4 mm, 35.1 mm와 52.6 mm인 3개의 ISA1932 노즐에 압력탭을 플랜지탭으로 하여 기준 유속계로 사용하였다. 실험유체는 실내 공기이다. 실험장치는 직경이 100 mm인 스테인레스 재질의 원형 관이며, 평균유속 측정의 정확도 향상을 위해서 노즐을 고압가스 유량 측정 표준시스템에서 차압계와 함께 교정하였다. 따라서 직경 측정 오차, 차압계의 오차는 노즐의 유출계수 불확도에 포함되어 있다.

또한 관 내 유동을 교란하기 위한 장치로 버터플라이 밸브(Butterfly valve), 동일크기의 형상과 치수를 갖는 두 개의 엘보우를 같은 평면의 유동과 동일방향(Elbows-1), 다른 평면의 유동과 수직방향(Elbows-2), 그리고 같은 평면의 유동과 반대방향(Elbows-3)의 각기 다른 3 가지 형태로 조합하여 사용하였다.

음압 측정 배관부에는 신호음인 500 Hz의 순음(pure tone)을 발생하기 위한 음원(Sammi SU100 horn-driver)이 음압측정부의 상류측에 설치되어 있으며, 17개의 1/4 인치 마이크로폰을 100 mm의 등간격으로 설치할 수 있는 길이 2 m의 음압 측정 배관 1개가 직관부의 중앙에 설치되어 있다. 마이크로폰(GRAS 2633)은 6개가 전

치 증폭단(GRAS 26AC)과 함께 멤브레인이 관 내경면과 일치하도록 설치되어, 관 내의 다 채널 평면파 음압 측정이 가능하도록 하였다.

노즐을 이용하여 측정된 기준유속과 관 내 음압 신호는 HP E8402A를 이용하여 직접 개인용 컴퓨터로 읽어 들였으며, 컴퓨터로 읽혀진 음압 데이터는 Matlab과 Signal Processing Tool Box가 제공하는 함수를 이용하여 처리·분석하였다.

### 5. 실험결과 및 고찰

#### 5.1 위상벡터 추정

관 내 마이크로폰에서 측정되는 음압신호  $p_m(x, t)$ 는 이론적 평면파의 파동함수 식 (2)에서 실수부에 해당한다.

$$p(x, t) = \text{Re}\{P(x) \cdot e^{i\omega t}\} = P_{\text{Real}}(x) \cdot \cos(\omega t) - P_{\text{Image}}(x) \cdot \sin(\omega t) \quad (13)$$

관 내 평균유속을 측정하기 위해 측정점에서 음압의 위상벡터를 구하여야 한다. 관 내 음원의 구동 파수가  $f$  또는 주기  $T(=1/f)$ 인 경우, 측정점에서 구동 음원의 파수 성분에 대응되는 위상벡터의 Cosine 성분  $C(x, f)$ 와 Sine 성분  $S(x, f)$ 는 다음과 같이 Fourier Transform을 이용한다.

$$C(x, f) = \frac{2}{T} \int_0^T p_m(x, t) \cdot \cos(2\pi f t) dt \quad (14)$$

$$S(x, f) = \frac{2}{T} \int_0^T p_m(x, t) \cdot \sin(2\pi f t) dt \quad (15)$$

이와 같이 측정된 음압신호의  $\{C(x, f), S(x, f)\}$ 를 이용하여 측정점  $x$ 에서 음압 신호의 위상 벡터  $P(x)$ 는 다음과 같이 재구성된다.

$$P(x) = P_{\text{Real}}(x) = i \cdot P_{\text{Image}}(x) = C(x, f) - i \cdot S(x, f) \quad (16)$$

#### 5.2 유속 측정 결과 및 고찰

관 내에 유동이 존재하는 경우, 관 벽과의 마찰이나 난류로 인한 소음이 발생하여 측정 오차를 유발하게 된다. Fig. 4는 구동주파수 500 Hz, 유속 12 m/s일 때 관내 정체차 성분의 평균음압은 6 pa,rms이고 구동 주파수 성분을 제외한 모든 잡음 신호의 평균음압은 0.42 pa이다. 500 Hz에 대응하는 신호성분 음압과 잡음성분의 잡음비(SNR)는 약 22 dB이다.

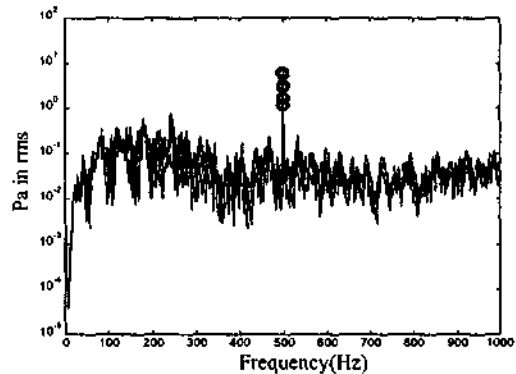


Fig. 4 500 Hz acoustic pressure spectrum with flow in the Pipe

이러한 신호 잡음비가 20 dB 이상을 유지할 경우 유속

측정 오차를 최대 5% 이하로 얻을 수 있다는 것이 보고된 바 있다.<sup>(5)</sup>

유속측정부의 마이크로폰에서 측정된 시간신호 음압은 식 (14)~(16)의 절차에 따라 500 Hz의 구동음원 주파수에 대응되는 관내 정재파 음압 ( $P_n$ ;  $n=1 \dots 6$ )을 얻게 된다. 이러한 측정 정재파 음압으로부터 식 (2)의 모델을 이용하여 관내 음장을 재구성할 수 있다.

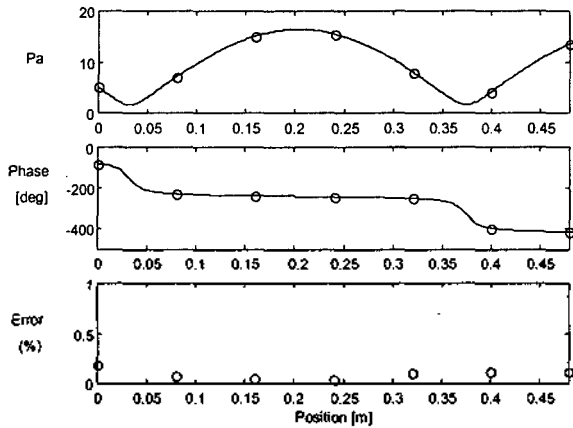


Fig. 5 Standing wave pattern of 500Hz in the pipe(solid line: reconstructed wave, symbol 'O': measured one)

Fig. 5는 재구성된 길이방향의 음압(실선)과 측정음압('O' 표시)을 비교하고 있다. 관내 길이방향의 평균 음압에 대한 음압측정 오차의 백분율 ( $100 \times (\text{재구성음압} - \text{측정음압}) / \text{평균음압}$ )이 약 2% 이하임을 Fig. 5의 아래 그림에서 확인할 수 있었다.

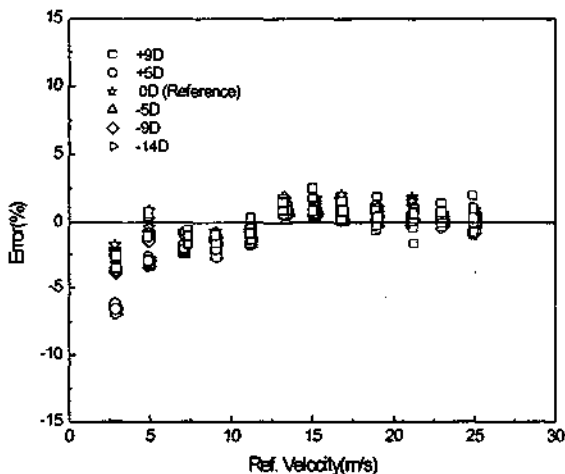


Fig. 6 Velocity measurement results according to pipe length change

Fig. 6은 마이크로폰 상류측 관의 길이를 변화시켰을 때 평균유속을 측정한 것으로, 유속이 5 m/s 이하인 경우에 약간 다른 경향을 보이고 있다. 그 이유는 관 길이 변화에 따라 전단흡입구에서 반사된 음파가 음압 측정부에서 보강 또는 상쇄되어 나타나는 영향으로 생각된다. 그러나 이러한 영향은 7 m/s 이상의 유속에서는 나타나지 않고 길이에 관계없이 일정한 오차를 보인다.

Fig. 7은 밸브와 엘보를 사용하여 유동장에 교란을 주었을 경우의 유속측정 결과이다. 유동장이 변화했으나 평균유속 측정치는 직관의 경우와 동일하게 나타났으며, 이것으로 보아 평면파를 이용한 유속측정방법이

유동장의 변화에 영향을 받지 않음을 보인다.

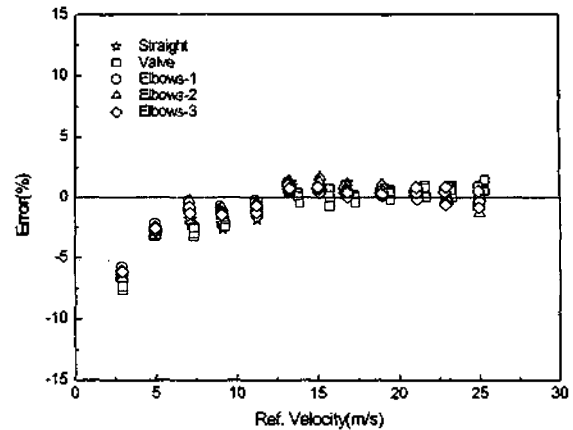


Fig. 8 Velocity measurement results with auxiliary elements

실험결과에서 기준 유속이 약 12 m/s를 전후하여 측정된 값과 기준값의 오차의 양상이 다르게 나타나고 있다. 기준 유속 12 m/s 이하에서 평면파를 이용한 측정치는 기준유속보다 낮게 나왔으며, 그 이상에서는 약 1% 정도의 일정한 오차를 갖은 값으로 측정되었다. 또한, 배관의 형상이 변화하여 유동장이 바뀌어도 직관의 측정치와 비교하여 보면, 약 2% 정도의 오차 범위 내에서 측정되었다.

## 6. 결론

급변 실험결과에서 약 3 m/s에서 25 m/s에 이르기까지의 유속 범위에서 유속이 증가함에 따라 오차는 약 -7%에서 +3%로, 평균 1%의 오차를 보였다. 배관의 형상이 바뀐 경우에도 직관에서의 결과와 차이 없이 충분한 근사한 평균유속을 측정할 수 있었다. 이는 유동장의 변화에 대하여도 평면파가 관의 축방향 단면적을 모두 덮고 진행하므로, 단면적 전체에 관한 유속 정보를 얻을 수 있기 때문에 가능한 것으로 생각되며, 이에 대한 학문적 이해와 상호관계에 대한 연구가 더 필요하다고 사료된다. 본 연구 결과는 표준과학연구원의 과제(번호 = 99-0407-100 과 00-0406-000)에서 얻어진 일부의 결과이다. 본 논문에서 제시한 평균 유속 측정기술의 일부는 특허로 출원된 내용이며, 본 기술을 이용한 제품화 연구를 진행할 예정이다.

## 참고문헌

- (1) 백종승 외, "초정밀 측정 및 응용 기술 개발 사전 연구 조사", KRISS-97-009-IR
- (2) R. W. Miller, "Flow measurement engineering handbook", McGraw Hill, 1983
- (3) R. G. White and J. G. Walker, "Noise and vibration", Chap. 12 Fundamental duct acoustics, John Wiley & Sons, NY, 1982
- (4) P. Mungur and G. M. L. Gladwell, "Acoustic wave propagation in a sheared fluid contained in a duct", *J. Sound Vib.* Vol. 9, pp. 28-48, 1969
- (5) 전영두, 김양한, 정완섭, "다수의 마이크로폰을 이용한 관 내의 평균유속 측정", *대한기계학회논문집 A*, pp. 1761-1768, 1998
- (6) Wan-Sup Cheung, Moon-Jae Jho and Yang-Hann Kim, "Improved method for the measurement of acoustic properties of a sound absorbent sample in the standing wave tube", *J. Acoust. Soc. Am.* Vol. 97, pp. 2733-2739, May 1995.