2000년도 한국음향학회 학술발표대회 논문집 제 19 권 제 2(s) 호

간략화된 경계 적분식에 의한 고주파수 대역 음향방사 해석

김 재 권, 이 정 권

한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터(NoViC)

Sound Radiation Analysis at High Frequency Bands by Using the Simplified BIE

Jae-kwon Kim, Jeong-Guon Ih

NoViC, Dept. of Mech. Eng., KAIST

s_jaekwon@kaist.ac.kr, ihih@sorak.kaist.ac.kr

요약문

본 논문에서는 외부방사 문제에 널리 사용되는 음향경계요소법(Acoustic Boundary Element Method)을 확장하여 저주파수 대역은 기존의 방법을 이용하고 고주파수 대역에서는 경계요소의 특성길이에 의한 고주파수 상한을 극복할 수 있는 방법을 제시한다. 밴드를 대표하는 음압 레벨을 직접 계산하도록 상호상관도 가정을 통하여 간략화 하였다. 간단한 음향방사 모델인 배플이 있는 빔과 평판에 대하여 Rayleigh 적분식의 계산결과와 제안된 방법을 비교하여 적용효능성을 검토하였다. 적용을 위한 조건으로는 방사면 진동의 상호상관도가 작아야 하므로, 이를 만족시키기 위한 일반적인 조건식을 제시하여 이로부터 경계요소의 특성길이를 정하는 기준을 제시하였다.

1. 서 론

오늘날 사용되고 있는 기계 구조물들은 원하든 원치 않든 넓은 주파수 대역에서 소리를 방사하고 있으며, 이중에 인간이 인지할 수 있는 소리의 주파수 범위는 20 - 20000 Hz 이나 대부분의 수치해석은 수백 Hz 이하의 저주파수 대역에서 주로 이루어져 왔다[1][2]. 고주파수 대역의 해석을 위하여 통계적 에너지 해석법(Statistical Energy Analysis)이나 레이추적기법(Ray Tracing Method)이 사용되어 왔으나 저주파수 대역에는 적용의 한계가 있어 넓은 주파수 대역에서 통합된 해석은 불가능했다[3][4]. 상세한 주파수 분석이 목적이 아닌 단순한 소음레벨이나 음질평가가 목적이라면 고주파수 대역의 소음 특성은 음압레벨이 더 중요하며 복소수로서의 음압보다는 실수로서의 에너지 차원의 음압 자승값이 더 의미가 있다[5]. 모든 주파수에서의 음압을 알 수 있다면 좋겠지만 FEM이나 BEM에서는 주파수가 올라갈수록 요소의 크기가 작아져야 하므로 모델의 크기가 기하급수적으로 커지게 되어 계산의 효율성이 떨어진다. 이에 BEM과 동일한 Kirchhoff-Helmholtz 적분식을 기반으로 주파수 평균된 음압 자승값 개념을 이용하여 중.고주파수 대역으로 해석 영역을 확장하고자 한다.

2. 본 론

2.1. 간략화된 경계적분식

경계면의 음압과 속도로부터 수음점의 음압은 다음과 같이 K-H 적분식으로 표현된다:

$$c(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \iint_{S_o}\left[\frac{\partial G}{\partial n}p(\mathbf{r}_o) - G\frac{\partial p(\mathbf{r}_o)}{\partial n}\right]dS. \tag{1}$$

여기서 $G = \frac{e^{-ikR}}{4\pi R}$, R=|$\mathbf{r}$-$\mathbf{r}_o$| 이며, $\frac{\partial}{\partial n}$은 음장 내부로의 법선 방향 미분을 나타내고, $\mathbf{r}_0$는 표면 S_0위의 한 점을 의미한다. 앞의 식 (1)의 음압 자승값을 계산하면,

$$c^2 p(\mathbf{r})^* p(\mathbf{r}) = \iint_{S_o}\iint_{S_o}\left[\frac{\partial G^*}{\partial n}p^*(\mathbf{r}_o') - G^*\frac{\partial p^*(\mathbf{r}_o')}{\partial n}\right] \times\left[\frac{\partial G}{\partial n}p(\mathbf{r}_o) - G\frac{\partial p(\mathbf{r}_o)}{\partial n}\right]ds'ds, \tag{2}$$

와 같이 중적분의 형태로 나타난다. 각각 $p\cdot p^*$, $a\cdot a^*$, $p\cdot a^*$항에 대하여 정리하고, 상수요소를 도입하여 이산화하면,

$$c^2(\mathbf{r})|p(\mathbf{r})|^2 = \sum_{k}^{N}\sum_{k'}^{N} p_{k'}^* p_k A_{jk'k} + \sum_{k}^{N}\sum_{k'}^{N} a_{k'}^* a_k B_{jk'k} + \sum_{k}^{N}\sum_{k'}^{N} p_{k'}^* a_k C_{jk'k} + \sum_{k}^{N}\sum_{k'}^{N} a_{k'}^* p_k D_{jk'k}, \tag{3}$$

이며, $A_{jkk'}, B_{jkk'}, C_{jkk'}, D_{jkk'}$는 다음과 같다:

$$A_{jk'k} = \iint_{S_o} \left(\frac{1}{RR'} + \kappa^2 - i\kappa \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) \right) \times \cos\theta \cos\theta' \frac{e^{-i\kappa(R-R')}}{RR'} ds' ds \quad (4a)$$

$$B_{jk'k} = \iint_{S_o} \rho^2 \frac{e^{-i\kappa(R-R')}}{RR'} ds' ds, \quad (4b)$$

$$C_{jk'k} = \iint_{S_o} -\left(\frac{1}{R'} - i\kappa \right) \cos\theta' \rho \frac{e^{-i\kappa(R-R')}}{RR'} ds' ds, \quad (4c)$$

$$D_{jk'k} = \iint_{S_o} -\left(\frac{1}{R} + i\kappa \right) \cos\theta \rho \frac{e^{-i\kappa(R-R')}}{RR'} ds' ds. \quad (4d)$$

음압 자승값을 계산하는 식 (3)은 음압을 직접 계산하는 식 (2)에 비하여 중적분의 형태이므로 오히려 계산량이 증가하였다. 식 (3)에서 $p_{k'}^* p_k$, $a_{k'}^* a_k$, $p_{k'}^* a_k$ 을 살펴보면 k, k'은 경계면에서 요소를 나타내므로 k와 k'이 다르면 다른 두 위치에서 음압과 가속도의 상호스펙트럼을 나타낸다. 일반적인 구조물의 경우 전혀 제진을 하지 않은 철판이라도 손실계수가 0.001 정도는 되고 다른 구조물과의 연결부위, 제진재 등으로 인한 제진효과가 있다. 이러한 구조물의 손실이 존재하고, 다점 랜덤 가진의 경우 각 경계면 상의 음압 및 가속도 값들은 자기스펙트럼에 비해서 상호스펙트럼의 값이 매우 작다. 다른 두 점간의 상호스펙트럼은 자기스펙트럼에 비해 무시할 정도의 크기라고 가정하면, 식 (3)을 다음 식과 같이 나타낼 수 있다:

$$c^2(r) p_j^2 = \sum_k^N p_k^* p_k A_{jk} + \sum_k^N a_k^* a_k B_{jk} + \sum_k^N 2\,\mathrm{Re}\left[p_k^* a_k C_{jk} \right] \quad (5)$$

여기서,

$$A_{jk} = \int_{S_o} \frac{\cos^2\theta_{jk}}{R_{jk}^2} \left(\frac{1}{R_{jk}^2} + \kappa^2 \right) ds \int_{S_o} ds', \quad (6a)$$

$$B_{jk} = \int_{S_o} \frac{\rho^2}{R_{jk}^2} ds \int_{S_o} ds', \quad (6b)$$

$$C_{jk} = \int_{S_o} -\frac{\cos\theta_{jk}\rho}{R_{jk}^2} \left(\frac{1}{R_{jk}} - i\kappa \right) ds \int_{S_o} ds'. \quad (6c)$$

식 (5)의 A, B행렬은 실수로 기존 BEM과 비교하여 계산량의 증가는 거의 없다.

음향 방사체에 배플이 존재하는 경우 배플상에서는 수직방향의 압력구배가 0 이므로, 배플과 방사체에서의 구배가 없도록 그림함수를 선택하면 K-H적분식은 단지 단극 음원으로만 표현되는 간략한 형태로 축소되는데, 이를 Rayleigh 적분식이라고 한다:

$$p(\mathbf{r}) = -\iint_{S_o} \left[G_B \frac{\partial p(\mathbf{r}_o)}{\partial n} \right] dS$$

$$= \frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_{S_o} \frac{e^{-i\kappa R}}{R} v_n(\mathbf{r}_o) dS. \quad (7)$$

$$= \frac{\rho}{2\pi} \int_{S_o} \frac{e^{-i\kappa R}}{R} a_n(\mathbf{r}_o) dS$$

동일한 방법으로 주파수 평균된 음압 자승값에 대한 식으로 유도하면 다음과 같다:

$$\left\langle p_j^2 \right\rangle = \frac{1}{4\pi^2} \sum_k^N \left\langle a_k^* a_k \right\rangle B_{jk}. \quad (8)$$

위 식은 방사체 즉 음원의 세기를 나타내는 $<a_k^* a_{k'}>$와 음원으로부터 수음점 사이의 거리만으로 간단히 표현되어 있다. 따라서 소음원의 위상차에 의한 간섭은 주파수 밴드 적분된 소음원의 세기를 다루기 때문에 무의미하며, 경계면 요소의 크기결정이 상호상관도가 작도록 하므로 소음원의 위치에 따른 상쇄 효과는 경계면의 음원 세기를 다룰 때 고려된다.

2.2. 상호상관도

대부분 구조물에 의한 음향방사는 경계를 이루고 있는 구조물의 진동에 기인하며, 경계요소의 크기를 정하기 위해서는 경계면을 이루고 있는 판넬의 진동을 잘 묘사할 수 있도록 경계요소의 크기를 정해야 한다. 기존 BEM은 상수요소일 경우 요소의 크기를 파장의 1/5, 2차 형상함수인 경우 파장의 1/3 보다 작도록 해야 파동을 묘사할 수 있었다. 본 논문에서는 식(4)에서와 같이 그린함수의 위상에 대한 부분이 $e^{-i\kappa R}$ 에서 $e^{-i\kappa(R-R')}$로 바뀌고 음압과 가속도는 상호스펙트럼 또는 자기스펙트럼으로 나타나게 되었다. 이때 자기스펙트럼은 실수부만 존재하게 되고 상호스펙트럼은 두 지점간의 상호상관도가 작으면 자기스펙트럼에 비하여 작은 값을 갖으므로 무시할 수 있다. 요소의 크기를 결정하기 위해, 공간상 떨어진 서로 다른 점 $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ 간의 상호상관도 계수를 구하면 주파수 영역에서 다음과 같이 표현된다:

$$\gamma_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, f_c) = \frac{\int_{f_1}^{f_2} \mathrm{Re}\left[G_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, f) \right] df}{\left(\int_{f_1}^{f_2} \mathrm{Re}\left[G_1(\mathbf{x}_1, f) \right] df \right)^{1/2} \left(\int_{f_1}^{f_2} \mathrm{Re}\left[G_2(\mathbf{x}_2, f) \right] df \right)^{1/2}}. \quad (9)$$

주파수 밴드에 대하여 모드밀도가 높고, 점 1, 2의 위치가 경계에서 충분히 떨어져 있으며, 모드함수로서 sin함수를 사용하면 아래와 같이 정리할 수 있다[6]:

$$\gamma_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, f_c) = J_o(k_b \mathbf{r}). \quad (10)$$

3. 모의실험

구조물의 진동에 의해 음향방사되는 가장 간단한 시스템으로 그림 1과 같이 양단이 단순 지지된 빔을 생각

할 수 있다. 강철재질의 빔의 길이는 0.6 m 폭은 0.01 m 두께는 0.0001 m, 감쇄계수는 0.01 로 길이방향의 모드만 고려하고, 끝단에서 0.005 떨어진 부분을 가진하였다. 각 주파수별 옥타브 밴드의 상호상관도는 그림 2와 같이 거리가 증가함에 따라 감소하였다. 그림 2(a)의 500 Hz에서의 상호상관도는 절반이상의 구간에서 크기가 0.5 이상이고, 이는 상호상관도가 작아야 한다는 가정에 위배되므로 500 Hz 이하의 주파수 영역에서는 오차가 클 것이라고 예측할 수 있다. 평판에 해당하는 식 (10) 보다는 거리에 다른 저감폭이 작아서 요소의 길이가 길어도 오차를 유발하였다. 요소의 특성길이에 따른 음향방사 예측값은 그림 3과 같다. 500 Hz 이하에서는 상호상관도에서 예측한 바와 같이 오차가 크고, 500 Hz 이상의 영역에서는 ± 5 dB이내의 범위에서 변동하는 경향을 보였다. 변동의 주기는 요소의 특성길이와 연관된 현상으로 그림 4에서 요소의 특성길이가 파장의 배수에 해당하는 주기를 나타내었다. 이는 인접요소간 상호 스펙트럼의 값을 무시했기 때문에 나타난 현상이다. 500 Hz 이상에서 요소의 특성길이를 0.2로 정하면 그림 5와 같이 5dB 오차범위 이내에서 음압을 예측했다.

그림 6과 같이 배플이 있는 평판에 대하여 수직거리 1 m 위치의 수음점에서 음압을 계산하였다. 모의실험에 사용된 철판의 물성치는 영계수 200 GPa, 밀도 7700 kg/m^3 , 포아송비 0.27, 손실계수 0.01 이 사용되었다. 상호상관도는 식 (10)으로 수렴하므로 요소의 특성길이를 대략 결정할 수 있다. 그림 7은 식 (10)의 값과 실제 상호상관도를 계산한 결과로 잘 일치하며, 한 파장이상 떨어진 두 점의 상호상관도는 ± 0.5 이내의 값이었다. 이로부터 요소의 특성길이를 정하면 약 0.1 m 이다. 각 가진점과 요소크기에 따른 500 Hz - 6 kHz 범위의 오차를 살펴보면 그림 8과 같다. 가진점의 위치에 따라 조금씩 다르지만, 상호상관도로부터 예측한 바와 같이 요소의 크기가 0.1, 0.15 일때 오차가 작게 계산되었다. 각 주파수별 특성은 그림 9와 같이 1/3 옥타브밴드 레벨에서 확인할 수 있으며 ± 8 dB 이내의 오차가 있었다.

4. 결론

배플이 있는 빔과 평판의 음향방사에 대한 모의실험을 통하여 경계요소의 모델링시 상호상관도 가정을 제시하였고, 평판에서는 상호상관도가 식 (10)의 $J_0(kr)$로 수렴하여 일반적인 제한식으로 사용하였다. 상호상관도가 ± 0.5 이내의 조건을 사용했을 때 빔은 ± 5dB의 오차범위를 만족하였고, 평판은 ± 8 dB의 오차범위를 만족하였다. 현재 상호스펙트럼을 모두 무시하여 주파수 영역에서 주기적인 오차를 보이고 있지만, 이는 식 (10)을 이용하여 보정하면 줄일 수 있다고 예상된다.

제안된 방법을 사용시 기존의 수치해석과는 달리 공간 평균된 음압을 나타냄을 유념해야 하며, 위상을 무시했기 때문에 공간상에서 간섭에 의한 세밀한 변동을 예측할 수 없다. 그러나 경계요소의 추가모델링 없이 고주파수 영역의 해석을 할 수 있다는 장점이 있어, 1/3 옥타브 소음레벨 분석시 유용하게 사용할 수 있다.

참고 문헌

[1] R.D. Ciskowski, C.A. Brebbia, *Boundary Element Methods in Acoustics*, Computational Mechanics Publications, 1991.

[2] J.A. Giordano, K.A. Cunefare, G.H. Koopmann, "An Experiment on Optimization of Active Noise Control on a Three-Dimensional Extended Radiator," ASME Trans. J. Vib. Acoust., Vol. 115 , pp. 53 – 58, 1993.

[3] R.H. Lyon, G. Maidanik, "Power Flow Between Linearly Coupled Oscillators," J. Acoust. Soc. Am. Vol. 34 No. 5, pp. 623-639, 1962.

[4] J. Pan, D.A. Bies, "The effect of fluid-structural coupling on acoustical decays in a reverberation room in the high-frequency range," J. Acoust. Soc. Am. Vol. 87 No. 2, pp. 718-727, 1990.

[5] J.L. Guyader, "Method to Reduce Computing Time in Structural Acoustic prediction," Proc. ICSV 94, pp. 5-20.

[6] M.W. Bonilha, F.J. Fahy, "On the Vibration Field Correlation of Randomly Excited Flat Plate Structure, I: Theory," J. Sound Vib., Vol. 214 No. 3, pp. 443-467, 1998.

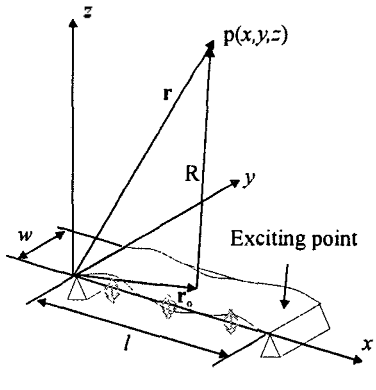

그림 1. 진동하는 빔의 음향방사.

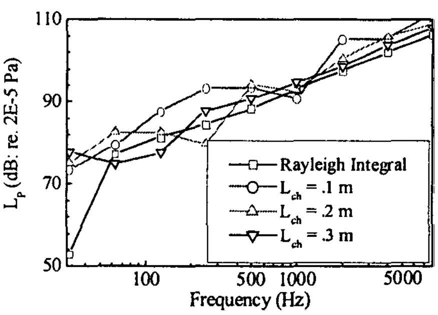

그림 3. 요소의 특성길이에 따른 옥타브 밴드 예측결과.

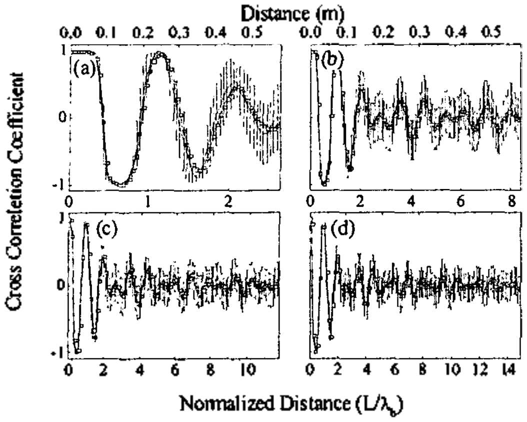

그림 2. 각 주파수별 옥타브 밴드에서 상호상관도 계수, ——: 100개의 가진점에 대해서 평균한값, : 표준편차 범위, —□—: 모드적분으로 구한값, (a) 500 Hz, (b) 2 kHz, (c) 4 kHz, (d) 6.3 kHz.

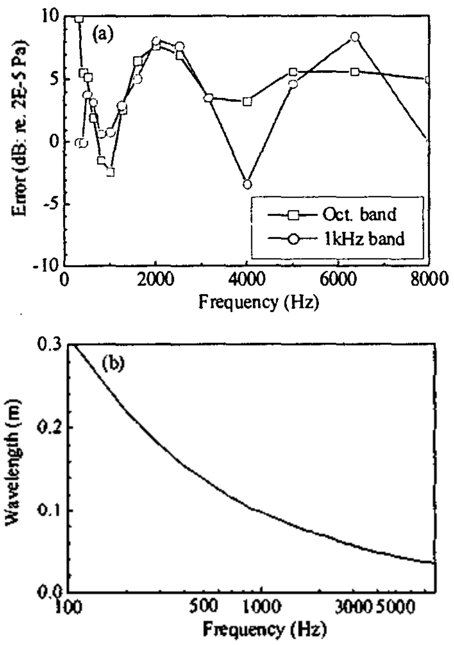

그림 4. 요소의 특성길이와 오차, (a) 요소의 특성길이가 0.1 m 일때 오차, (b) 파장.

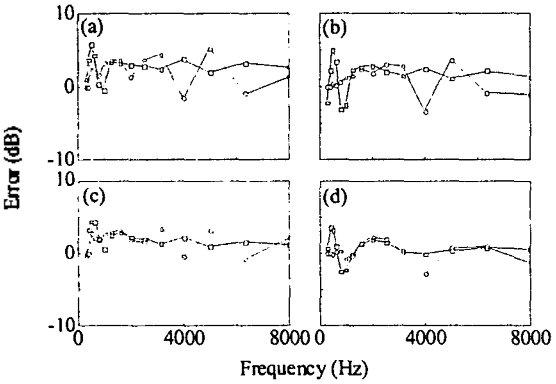

그림 5. 요소의 특성길이가 0.2 m 일때 감쇄계수와 가진점의 위치에 따른 오차, (a) η = 0.01, X_0 = 0.595 m 일때, (b) η = 0.01, X_0 = 0.295 m 일때, (c) η = 0.1, X_0 = 0.595 m 일때, (d) η = 0.1, X_0 = 0.295 m 일때, —□— : 옥타브 밴드, —○— : 1 kHz 밴드.

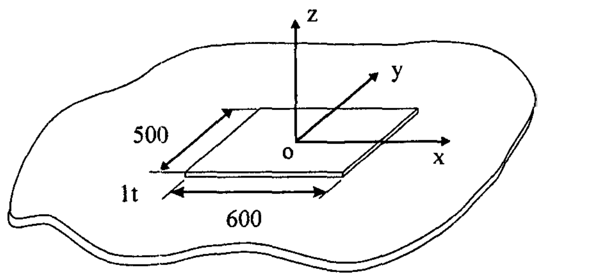

그림 6. 배플이 있는 평판.

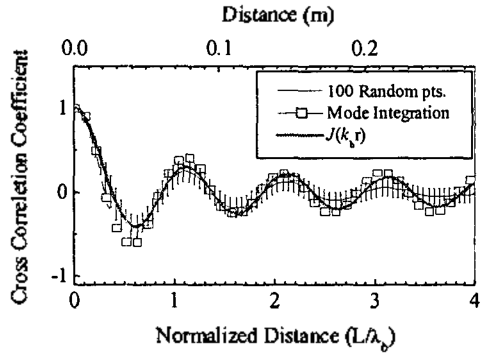

그림 7. 중심주파수 2 kHz 의 1/3 옥타브 밴드 상호상관도.

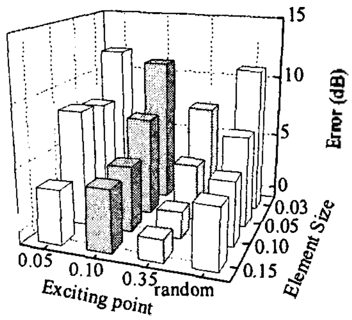

그림 8. 가진점 위치와 요소 크기에 따른 1/3 옥타브 밴드해석 오차.

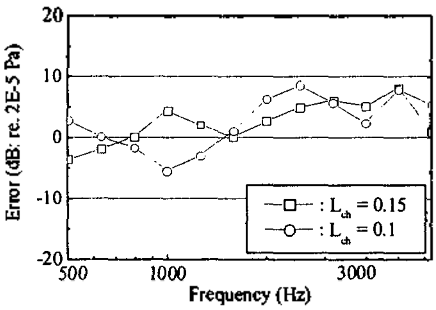

그림 9. 랜덤가진시 1/3 옥타브 밴드 오차.