

여자기 제어 효과를 고려한 에너지함수 유도 및 적용가능성에 관한 기초 연구

김구한, 최병곤, 박정도, 문영현
연세대학교 전기전자공학과

Derivation of the Energy Function Reflecting Exciter Control Effects

Gu-Han Kim, Byoung-Kon Choi, Jeong-Do Park, Young-Hyun Moon,
Dept. of Electrical Engineering, Yonsei University,
Shinchon-Dong, Seoul 120-749 Korea
e-mail : moon@yonsei.ac.kr

Abstract: This paper presents an energy function which provides the direct relationships between the system stability and parameters of the exciter system. The energy function is derived from the energy conservation law by using the first motion integral. The time derivative does not absolutely satisfy the seminegativity. However dE/dt usually has big negative value just after the fault clearing so that the energy is rapidly decreased. In this situation, the system state can be obviously confined in a stable region if the initial energy is less than the UEP energy. With these observation, two theorems are developed regarding the state confinement and asymptotic stability.

Based on two theorems a new approximated direct energy method is developed to analyze the transient stability with the consideration of the exciter control effects. The proposed method has been tested for a single-machine-infinite bus system

1. 서론

전력계통의 과도 안정도 해석에 있어서 여자기 시스템은 계통의 다이나믹스에 직접적으로 영향을 미치므로 과도 안정도 해석에 있어서 여자기 제어 영향은 반드시 고려되어야 할 사항이다. 그러나, 아직 에너지 함수에 여자기 제어 영향을 반영하는 효과적인 방법이 개발되지 못했다. 이 점이 실제 응용분야에서 Lyapunov 직접법의 중대한 결점 중의 하나였다.

전력계통의 에너지 함수는 기계적 유사를 이용하여 유도할 수 있으나, 과도 상태 및 정상 상태 시 두 개의 리액턴스 성분을 가지고 있는 발전기 상세 모델에 대해 기계적 유사화를 이용하여 일반적인 에너지 함수를 유도하기는 거의 불가능하다. 그러나 복소 선로 적분을 이용한 에너지 보존 법칙으로부터 유도된 에너지 함수는 어떠한 가정도 필요없이 견고한 수학적 접근 방법을 바탕으로 했으므로 여자기/조속기 제어 시스템을 포함한 어떤 종류의 발전기 모델에 응용 가능하다.

본 논문에서는 이를 이용하여 비교적 간단한 E_q 모델 발전기에 여자기 제어 영향을 직접 반영할 수 있는 에너지 함수를 유도하였다. 이 에너지 함수는 시간 미분항이 항상 0보다 작거나 같아야 한다는 조건을 만족시키지 못하여 기존의 Lyapunov 에너지 직접법을 사용할 수 없다. 그러나 에너지 함수의 성질이 초기 에너지보다 크게 되지 않는다는 조건을 사용하면 시스템 안정도를 보장할 수 있다. 이는 정리를 개발하였으며 이에 더 실용적인 면에서 안정도를 판정할 수 있음을 보였으며 1기 무한대 모선 계통에 적용함으로써 실용가능성을 보였다.

2. 여자기 제어 효과가 고려된 에너지 함수 유도

2.1 복소 선로 적분

에너지 보존 법칙을 이용하면 여자기와 조속기 제어 시스템을 포함할 뿐만 아니라 저항, flux-decaying 효과, 그리고 돌극성을 반영할 수 있다. 또한 확장된 에너지 보존 법칙은 다른 어떠한 가정도 필요없이 여러 종류의 발전기 모델에 응용될 수 있다. 본 장에서는 복소 선로 적분에 의해서 얻어진 에너지 보존 법칙을 이용하여 발전기 상세 모델 계통의 에너지 적분 표현식을 유도하고자 한다.

복소 적분은 모선 전압과 관련된 모선 전류 방정식을 적분함으로써 얻어진다. 이 전류와 관련된 복소 적분으로부터 2개의 정리를 이용하면 에너지 보존 법칙을 유도할 수 있다.

정리 2.1 발전기 출력 전력의 에너지 적분은 전류와 전압 페이저의 복소 선로 적분으로 표현될 수 있다:

$$\int_{(V_{i,0}, \theta_{i,0})}^{(V_i, \theta_i)} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) = \int_{c}^{V_{i,0}} \text{Im}(I_{Gi}^* dV_{Gi}) \quad (1)$$

여기서 $V_{Gi} = V_i e^{j\theta_i}$

P_{Gi}, Q_{Gi} : 발전기의 유효, 무효 출력 전력

정리 2.2

$$\int_{(V_{i,0}, \theta_{i,0})}^{(V_i, \theta_i)} (P_{Gi} d\theta_i + \frac{Q_{Gi}}{V_i} dV_i) = \int_{c}^{\delta_0} P_m d\delta_i - \frac{1}{2} M_i (\omega_i^2 - \omega_0^2) - \int D_i \omega_i^2 dt + \int_{(V_{a,0}, V_{q,0})}^{(V_a, V_q)} (I_{ad} dV_{qf} - I_{qf} dV_{ad}) - \int_{\delta_0}^{\delta_i} r_{ii} (I_{di}^2 + I_{qi}^2) d\delta_i \quad (2)$$

여기서 $P_{Gi} = (I_{di} V_{di} + I_{qi} V_{qi})$

위의 정리들은 어떠한 가정도 필요없이 유도될 뿐만 아니라 여자기, 조속기 제어 시스템을 포함한 여러 종류의 발전기 모델에 응용 가능하다. 위 정리들을 이용하여 에너지 보존 법칙을 유도할 수 있다.

$$W = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + \sum_{i=1}^N \left[-\frac{1}{2} B_{ii} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} V_j V_i B_{ij} \cos \theta_{ij} \right]_{(V_{i,0}, \theta_{i,0})}^{(V_i, \theta_i)} \quad (3)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left(\int_{\theta_{i,0}}^{\theta_i} G_{ii} V_i^2 d\theta_i \right) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(G_{ij} \int_{(V_{i,0}, \theta_{i,0})}^{(V_i, \theta_i)} (V_j V_i \cos \theta_{ij} d\theta_i + V_j \sin \theta_{ij} dV_i) \right)$$

$$- \sum_{i=1}^N \left[\int_{\delta_0}^{\delta_i} P_m d\delta_i + \int_{(V_{a,0}, V_{q,0})}^{(V_a, V_q)} (I_{ad} dV_{qf} - I_{qf} dV_{ad}) + \int_{\delta_0}^{\delta_i} r_{ii} (I_{di}^2 + I_{qi}^2) d\delta_i \right]$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\theta_{i,0}}^{\theta_i} P_{Li} d\theta_i + \int_{V_{i,0}}^{V_i} \left(\frac{Q_{Li} - Q_{Gi}}{V_i} \right) dV_i \right] + \sum_{i=1}^m \left[\int_{\omega_{i,0}}^{\omega_i} D_i \omega_i^2 dt \right] \equiv C$$

2.2 발전기 E_q' 모델의 적용

발전기 E_q' 모델은 다음처럼 기술된다.

$$T_{do}' \frac{dE_q'}{dt} = -E_q' - (X_{di} - X_{d'}) I_{di} + E_{fd} \quad (4)$$

$$M_i \frac{d\omega_i}{dt} = P_{mi} - E_q' I_{qi} - (X_{qi} - X_{d'}) I_{di} I_{qi} - D_i (\omega_i - \omega_s) \quad (5)$$

$$I_{di} = \frac{E_q' - V_i \cos \delta_{Li}}{X_{d'}} \quad (6)$$

$$I_{qi} = \frac{V_i \sin \delta_{Li}}{X_{qi}} \quad (7)$$

$$V_{di} = V_i \sin \delta_{Li} \quad (8)$$

$$V_{qi} = V_i \cos \delta_{Li} \quad (9)$$

식 (4)~(9)을 (3)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 에너지 적분 표현식을 얻는다.

$$\begin{aligned} W = & \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + \sum_{i=1}^N \left[-\frac{1}{2} B_{ij} V_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \right]_{(V_i, \theta_{ij})} \\ & + \sum_{i=1}^N \left(\int_{\theta_{i2}}^{\theta_{i1}} G_{ij} V_i^2 d\theta_{ij} \right) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(G_{ij} \int_{V_{i2}}^{V_{i1}} (V_j \cos \theta_{ij} d\theta_{ij} + V_j \sin \theta_{ij} dV_j) \right) \\ & - \sum_{i=1}^m \int_{\delta_{i2}}^{\delta_{i1}} P_{mi} d\delta_i - \sum_{i=1}^m \left[\frac{E_q' V_i \cos \delta_{Li}}{X_{d'}} - \frac{1}{2} \frac{E_q'^2}{X_{d'}} + \int I_{di} dE_q' \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{V_i^2 \cos^2 \delta_{Li}}{X_{d'}} + \frac{V_i^2 \sin^2 \delta_{Li}}{X_{qi}} \right) \right] - \sum_{i=1}^m \int_{\omega_{i2}}^{\omega_{i1}} r_{ii} (I_{di}^2 + I_{qi}^2) d\omega_i \\ & + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\theta_{i2}}^{\theta_{i1}} P_{Li} d\theta_i + \int_{V_{i2}}^{V_{i1}} \left(\frac{Q_{Li} - Q_{Gi}}{V_i} \right) dV_i \right] + \sum_{i=1}^m \left(\int_{\omega_{i2}}^{\omega_{i1}} D_i \omega_i^2 dt \right) = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

경로의존 적분항들로부터 경로독립 에너지 함수를 얻으려면 적당한 가정을 해야한다.

- i) 모든 저항은 무시할 정도로 작다.
- ii) 모든 조속기는 고정되어 있다.
- iii) 모든 부하의 유효전력은 일정하며 무효전력은 전압만의 함수이다.

2.3 에너지 함수 유도

여자기 제어 효과가 고려된 에너지 함수를 유도하기 위해서는 식(10)의 에너지 적분 표현식 중에서 여자기 출력 전압 E_{fd} 와 관련된 경로 의존 적분항을 분석해야 한다. 여자기와 관련된 방정식을 사용함으로써 여자기 영향을 고려한 에너지 함수를 유도할 수 있다. 완전적분항과 경로 의존 시간적분항으로 분리하고, 경로의존 시간적분항의 피적분항수가 제공물로 나타내도록 변형하면 여자기 제어 효과가 고려된 에너지 함수를 유도할 수 있다.

1기 무한대 모선인 계통에 적용시켜 시간 적분항을 우변으로 이항하고 나머지 항들을 에너지 함수로 정의하면 다음과 같다. 식 (10)의 에너지 식 중에서 선로저항을 무시할 수 있는 경우의 에너지 함수를 고려한다.

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{2} M \omega^2 + \left[\frac{1}{2} \frac{E_q'^2}{X_{d'}} - \frac{E_q' V \cos \delta_{Li}}{X_{d'}} + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_{d'}} + \frac{1}{X_{pq}} \right) - \frac{V \cos \theta}{X_{pq}} \right]_{X_i} \\ & - P_m (\delta - \delta_0) + \frac{1}{2} \frac{(-2E_q' V \cos \delta_{Li} + V^2)}{X_{d'}} + \frac{V_{ref} \Delta E_q'}{X_{d'}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{6} \frac{V_{ref} \Delta E_q'}{X_{d'}} (\delta_L^2 + \delta_L \delta_{L0} + \delta_{L0}^2) \\ & - \frac{1}{24} \frac{\Delta V \Delta E_q'}{X_{d'}} (3\delta_L^2 + 2\delta_L \delta_{L0} + \delta_{L0}^2) \\ & + \frac{1}{K_A T_{d0}' X_{d'}} \left[\frac{1}{2} \left(K_E T_A + \left(1 + \frac{T_A}{T_{d0}'} \right) \left(T_E + \frac{2T_E^2}{K_E T_{d0}'} \right) \right) E_{fd}^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{T_A}{T_{d0}'} \right) \left(T_E + K_E T_{d0}' \right) E_q'^2 \right. \\ & \left. + T_A V_R E_q' - T_A V_R E_{fd} + \left(1 + \frac{T_A}{T_{d0}'} \right) T_E E_{fd} E_q' \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{T_A}{T_{d0}'} \right) \left(\frac{T_A}{K_E} + \frac{T_E T_A}{K_E^2 T_{d0}'} \right) V_R^2 \right] \quad (11) \end{aligned}$$

그리고 에너지 함수의 시간도함수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & -D\omega^2 - \frac{1}{K_A T_{d0}' X_{d'}} \left\{ T_A T_E E_{fd}^2 + \left(1 + \frac{T_A}{T_{d0}'} \right) \left(K_E + \frac{T_E}{T_{d0}'} \right) E_q'^2 \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{T_A}{T_{d0}'} \right) \left(\frac{1}{K_E} + \frac{T_E}{K_E^2 T_{d0}'} \right) \left(T_E^2 E_{fd}^2 + T_A^2 \frac{E_{fd}^2}{K_E} - K_A^2 \Delta V^2 \right) \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

3. 1기 무한대 모선의 에너지 함수

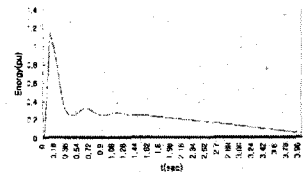
3.1 $E(t)$ 와 E_{loss} 에 의한 에너지 함수 비교

식 (11)과 (12)가 정확하다면 다음 관계식을 만족해야 한다.

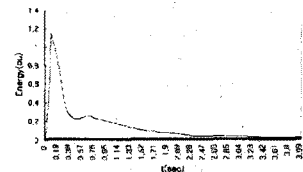
$$\begin{aligned} E(t) &= E(t_0) + \int_{t_0}^t \left(\frac{dE}{dt} \right) dt \\ &= E(t_0) + E_{loss} \end{aligned}$$

여기서 $E_{loss} = \int_{t_0}^t \left(\frac{dE}{dt} \right) dt$

$E(t_0)$ 은 고장 발생 순간 계통에 축적되어 있는 에너지로서 0이된다. 그림 3.1는 유도한 에너지 함수를 1기 무한대 모선인 경우의 계통에 적용하여 에너지 함수와 에너지 시간도함수를 적용한 그림이다. 두 그래프가 거의 비슷함을 알 수가 있다.



(a) $E(t)$ 에 의한 에너지 함수 그래프



(b) E_{loss} 에 의한 에너지 함수 그래프

그림 3.1 $E(t)$ 와 E_{loss} 에 의한 에너지 함수 그래프

식 (11)의 에너지 함수가 Lyapunov 함수로 사용되기 위해서는 에너지의 시간도함수가 항상 음이 되어야 하는데 식(12)을 보면 마지막 항이 항상 양의 형태로 존재하고

있어 시간도함수가 항상 음이 되는 것을 방해하고 있다.

3.2 상태제한 정리와 점근적 안정성 정리

시간도함수가 절대적으로 0이하를 만족하지는 못하지만 고장제거 후 큰 음의 값을 갖으므로 에너지는 급속히 감소한다. 즉, 에너지는 감소하는 경향을 띤다. 이런 경우 계통의 초기 에너지가 UEP 에너지보다 작으면 계통의 상태 변수는 분명히 안정한 영역내로 수렴한다. 이런 관찰하에 상태제한 정리와 점근적 안정성 정리에 관련해 두 가지 정리가 개발된다.

정리 3.1 상태제한 정리(State Confinement)

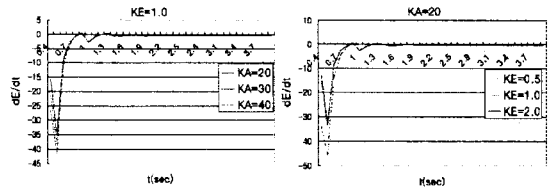
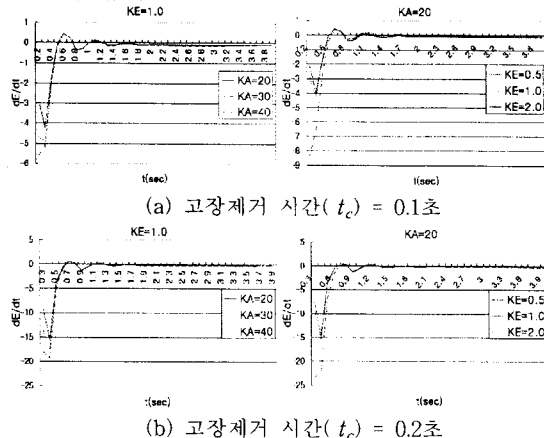
주어진 계통이 pseudo 에너지 함수 $E(x)$ 를 가지고 있고 오목한 $E(x)$ 가 국부적으로 불룩한 영역 R이 존재한다고 가정한다. 그러면 초기 에너지 $E(x(t_0))$ 가 영역 R의 경계상의 최소 위치 에너지(통상 최소 UEP 에너지로 주어짐)보다 작고 모든 시간동안 $\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt < 0$ 이면 계통의 상태변수 $x(t)$ 는 R내에 제한된다.

위 정리는 계통의 안정도는 비록 $E(x)$ 의 시간도함수가 엄격히 0이하를 만족시키지 못하더라도 $E(x)$ 에 의해 보장받을 수 있음을 말한다.

정리 3.2 점근적 안정성(Asymptotic Stability)

주어진 계통은 정리 3.1을 만족하고 오직 하나의 SEP(Stable Equilibrium Point)를 갖으며 불룩한 영역 R내에 어떠한 제한 사이클도 없다고 가정한다. 시간도함수가 0이하인 다른 에너지 함수가 존재한다면 계통은 유일한 SEP로 수렴하는 영역 R내에 있는 모든 상태변수들에 있어서 안정하다.

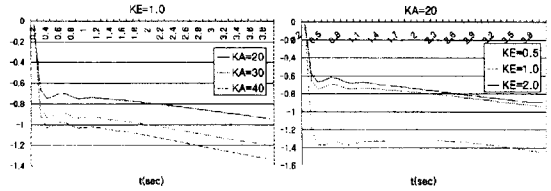
위 두 가지 정리에 기초하여 유도된 에너지 함수는 여자기 효과를 고려함과 동시에 계통의 과도 안정도를 분석할 수 있다. 그러나 주어진 시스템에 대하여 항상 $\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt < 0$ 이 됨을 증명하는 것은 이론적으로 불가능하다. 다만 여러 가지 관찰을 통하여 경험적으로 여자기 제어를 반영하는 에너지 함수는 이 관계를 항상 유지하고 있음을 쉽게 확인할 수 있으며 이러한 경험을 바탕으로 정리 1 및 2를 사용하여 안정도를 관찰할 수 있다. 본 연구에서는 여자기 제어 파라미터 K_A, K_E 값을 여러 가지 값으로 고정시켜 놓은 상태에서 고장제거 시간을 0.1~0.3초로 변화시켜 가며 $\frac{dE}{dt}$ 와 $\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt$ 의 시간에 대한 추이를 살펴보았다.



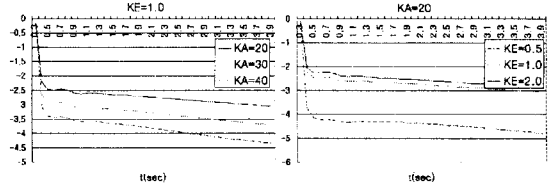
(c) 고장제거 시간 (t_c) = 0.3초

그림 3.2 고장제거 시간에 따른 $\frac{dE}{dt}$ 그래프

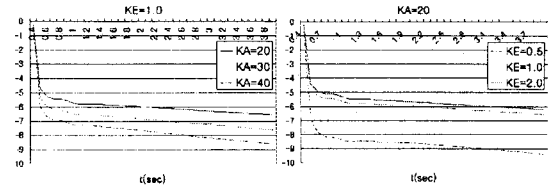
그림 3.2에서 보듯이 $\frac{dE}{dt}$ 가 대개 큰 음의 값을 갖는다. 고장제거 후 약간의 양의 값을 갖는 부분이 있으나 에너지의 감소하는 경향은 바꾸지 못한다.



(a) 고장제거 시간 (t_c) = 0.1초



(b) 고장제거 시간 (t_c) = 0.2초



(c) 고장제거 시간 (t_c) = 0.3초

그림 3.3 고장제거 시간에 따른 $\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt$ 그래프

그림 3.3에서 보듯이 고장제거 시간을 0.1~0.3초로 변화시켜도 $\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt$ 가 음이 유지됨을 알 수가 있다. 즉,

$\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt < 0$ 을 만족한다. 이는 $E(t)$ 가 $E(t_0)$ 보다 커지지 않는다는 의미를 갖고 있는데 부등호가 항상 성립한다는 것을 증명하기는 거의 불가능하다. 그러나 주어진 여자기 제어 파라미터에 대하여 $\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt < 0$ 이 되는 것을 수

많은 사례연구를 통하여 확인할 수가 있다. 이러한 경향이 확인된 시스템에 대하여 제시된 안정도 판정 이론을 적용시킬 수 있다. 대부분의 계통에서는 제어 파라미터가 선형 근사화 시스템의 안정성을 보장할 수 있도록 선정되어 있으며 본 연구 결과에 의하면 이러한 모든 시스템은

$\int_{t_0}^t \frac{dE}{dt} dt < 0$ 의 관계가 잘 유지됨을 확인할 수 있었다.

따라서 제시된 알고리즘이 대부분의 계통에 대하여 별무리 없이 적용될 수 있다. 그러나 여자기 제어 파라미터를 임의로 조정하는 경우의 안정도 판정에는 제시된 알고리즘

을 적용시킬 수 없다.

4. 사례연구

2.3절에서 유도한 여자기 제어 효과가 고려된 에너지 함수를 1기 무한대 모선인 계통에 적용하여 에너지 함수의 타당성을 살펴보았다.

그림 4.1은 1기 무한대 모선의 계통을 나타내었고 표 4.1은 1기 무한대 모선의 계통 데이터를 나타낸 것이다.

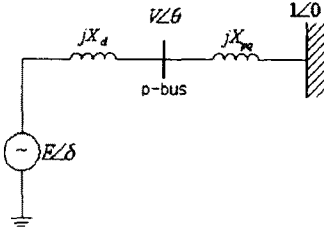


그림 4.1 1기 무한대 모선 계통

표 4.1 1기 무한대 모선의 계통 데이터

출력P+jQ(PU)	1+j0.75	댐핑계수 D(PU)	0.03
선로임피던스 X_m (PU)	j0.08	과도리액턴스 X_d' (PU)	j0.2
증폭기이득 K_A (PU)	20	여자기이득 K_E (PU)	1.0
증폭기시정수 T_A (sec)	0.2	여자기시정수 T_E (sec)	3.0

시간 모의법에서는 고장제거 시간을 점차적으로 늘려가다가 상태변수가 발산되는 시간을 찾아야 하나 에너지 직접법에서는 에너지 함수를 이용한다. 임계고장제거 시간에서의 에너지는 UEP 에너지와 일치한다는 사실을 이용하면 쉽게 임계고장제거 시간을 구할 수 있다.

앞에서 구성된 에너지 함수를 사용해 시스템 파라미터 값들을 변화시켜가면서 임계고장제거 시간을 구해보면 표 4.2, 4.3과 같다.

표 4.2 K_A 의 변화에 따른 임계고장제거 시간

t_{CCR}^+ \ K_A	20	30	40
시간모의법	0.3278	0.3272	0.3266
에너지직접법	0.3259	0.3106	0.2966

표 4.3 K_E 의 변화에 따른 임계고장제거 시간

t_{CCR}^+ \ K_E	0.5	1.0	2.0
시간모의법	0.3263	0.3278	0.3305
에너지직접법	0.2984	0.3259	0.3295

K_A 가 커질수록 임계고장제거 시간이 줄어들음을 알 수 있다. 이는 안정영역이 줄어들음을 나타내며 계통이 쉽게 불안정해질 수 있음을 의미한다. 그러나 K_E 가 커질수록 임계고장제거 시간이 늘어나는 것을 알 수 있다. 이는 안정영역이 늘어남을 의미한다.

표 4.2과 4.3에서 보듯이 본 연구에서 유도한 에너지 함수로 임계고장제거 시간을 구한 결과 시간모의법에서 구한 임계고장제거 시간과 거의 비슷한 결과가 나옴을 확인할 수가 있다. 이는 제시된 에너지 함수가 타당성을 가지며 실제계에 적용할 수 있음을 나타낸다.

5. 결론

본 논문에서는 에너지 보존 법칙으로부터 여자기 제어 효과가 반영된 에너지 함수를 도출하였다. 어떠한 가정도 필요없는 에너지 보존 법칙으로부터 에너지 함수를 유도하였기 때문에 다양한 종류의 발전기 모델에도 응용가능하다. 유도된 에너지 함수의 시간도함수는 절대적으로 0이하를 만족하지는 못한다. 그러나 에너지 함수의 성질이 초기 에너지보다 크게 되지 않는다는 조건을 사용하면 시스템 안정도를 보장할 수 있다는 정리를 개발하여 실용적인 면에서 안정도를 판정할 수 있음을 1기 무한대 모선 계통에 적용함으로써 실용가능성을 보였다. 이는 여러 가지 관찰을 통하여 주어진 여자기 제어 시스템에 대해서는 경험적으로 이 관계가 항상 유지되고 있음이 확인되었다.

[참고 문헌]

- [1] Y.-H. Moon, B.-H. Cho, Y.-H. Lee, H.-J. Kook, "Derivation of Energy Conservation Law by Complex Line Integral for the Direct Energy Method of Power System Stability", 38th CDC '99, 4662-4667
- [2] A. Foadi, et al, "Direct Transient Stability Assessment With Excitation Control", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, pp. 75-82, Feb. 1989.
- [3] Y.-H. Moon et al, "Energy Conservation Law and its Application for the Direct Energy Method of Power Systems Stability", Proc. of IEEE PES WM'99, Vol. 1, pp. 695-700, Feb. 1999.