

상분리법에 의한 유도전동기의 토오크 과도특성해석

정중호<sup>o</sup> 이은웅 최재영  
서초전자고<sup>o</sup> 충남대<sup>\*</sup>

Analysis of the torque transient performance of the induction motor by means of phase segregation method

Jong-Ho Jeong<sup>o</sup>, Eun-Woong Lee, Jae-Young Choi  
Seocho Electronics High School, Chungnam National University

**Abstract** - Transient phenomena cause delay in control response and must be studied and eliminated, if possible, suppressed. The difficulty in analyzing transient phenomena in ac machines comes from the large number of windings involved. But, it is possible that only one phase is used to represent three phases of the induction motor as called phase segregation method. The phase segregation method provides equivalent circuits for both the steady and transient states of induction motor.

In this paper, analysis of the torque transient of the induction motor be carried out the phase segregation method and confirmed in the possibility of transientless torque control.

1. 서 론

유도전동기는 소형, 경량이며 유지보수 면에서 직류전동기에 비해 월등하지만 동특성이 나쁘기 때문에, 제어용 전동기로는 주로 직류전동기를 사용하였다. 벡터제어는 유도전동기를 직류전동기와 같은 특성을 갖도록 제어해줌으로써 제어응용분야에 유도전동기를 널리 활용할 수 있는 전기를 마련해주었다.

벡터제어는 3상을 직교 2축좌표(d,q축좌표)로 좌표 변환하여 유도전동기를 해석하는 것을 기본으로 하고 있다. 유도전동기의 벡터제어이론에서 직교좌표축은 동기속도로 회전하는 회전자계와 동기되어 회전한다. 과도 상태에서 다른 속도를 가지는 회전자계가 발생하면 공극에서의 합성자계는 상당히 왜곡시키므로, 공극에 최대자속밀도와 영(零)자속밀도 지점을 위치시키는 것이 불가능하다. 2상 직교 좌표축 시스템은 최대자속밀도와 영자속밀도 지점에 축이 위치하므로 유도전동기의 과도현상의 해석에 적용할 수 없다.[1],[2]

고성능 고속응답특성을 가지는 유도전동기 제어시스템을 실현하기 위해서는 유도전동기의 정상상태특성 뿐만 아니라 과도상태 특성도 정확히 파악하는 것이 중요하다.

특히, 과도특성을 산정하는 방법에는 3상 권선을 2상 d, q축 좌표로 변환하여 유도전동기의 제량이 실수로 표시되는 전압방정식을 얻는 dq변환법과 회전자계의 개념에 입각한 벡터를 사용하여 유도전동기의 과도현상을 파악하는 공간벡터법, 유도전동기의 고정자 및 회전자에 흐르는 전류를 감쇠회전벡터로 표시하여 3상을 다른 두상과 분리하여 3상 유도전동기를 1상만의 방정식으로 상분리하여 표시하는 감쇠회전벡터법 등이 있다.[3],[4]

현재 주류를 이루고 있는 dq변환법은 권선전류와 전압에만 주목하여 해석하는 방법이므로 회전자계의 상호관계와 토오크의 물리적인 의미를 파악하는 것이 어려울 뿐만 아니라 식이 너무 복잡한 것이 결점이다.[5][6]

본 논문에서는 유도전동기의 과도현상을 명확히 설명해주는 상분리법에 의해 3상을 1상으로 줄이고 감쇠회전벡터법을 적용하여 토오크 과도특성을 해석하고, 이러한 해석에 의해서 과도현상을 크게 줄이면서도 제어구조가 간단한 제어가 가능함을 보이고자 한다.

2. 본 론

정상상태에서 3상 전류는 대칭이기 때문에 고정자와 회전자 전류를 감쇠회전벡터를 사용하여 식(1)과 식(2)로 표현할 수 있으며, 이것을 다시 행렬로 나타내면 식(3)과 같다.

$$v_1 = R_1 i_1 + \left( l_1 + \frac{3}{2} L_m \right) p i_1 + \frac{3}{2} L_m p i_2 \quad (1)$$

$$0 = R_2 i_2 + \left( l_2 + \frac{2L_m}{2} \right) (p - j\omega_m) i_2 + \left( \frac{3L_m}{2} \right) (p - j\omega_m) i_1 \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + p \left( l_1 + \frac{3L_m}{2} \right) & \frac{3L_m}{2} p \\ \frac{3L_m}{2} (p - j\omega_m) & R_2 + \left( l_2 + \frac{3L_m}{2} \right) (p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(1)과 식(2)는 3상의 다른 두상과는 분리되어 있어서 이를 상분리법(phase segregation method)이라 하며, 정상상태와 과도상태에 적용할 수 있는 회로방정식이다.

상분리된 식(3)의 행렬을 식(4)와 같은 변수변환행렬을 이용하여 변수변환을 한다.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^* \\ i_2^* \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} i_1^* \\ i_2^* \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, 1차 전류  $i_1$ 은 그대로 두고 2차 전류를  $i_2^* = i_2/\alpha$ 로 변환한다. 임피던스행렬  $[Z]$ 를  $C_i [Z] C$ 에 의해서 변환하면 전력불변이고 토오크도 불변인 변수변환이 된다. 그 결과는 식(5)과 같이 되며, 이것을 등가회로로 나타내면 그림1의 유도전동기의 일반 과도등가회로를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + l_1 p + \frac{3}{2} L_m p & \frac{3}{2} L_m \alpha p \\ \frac{3}{2} L_m \alpha (p - j\omega_m) & R_2 \alpha^2 + \alpha^2 \left( l_2 + \frac{3}{2} L_m \right) (p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

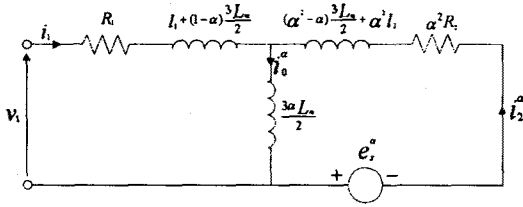


그림1 유도전동기의 일반 과도등가회로

변환행렬에서  $\alpha$ 는 임의의 상수이므로 무수히 많은 과도등가회로를 얻을 수 있다. 따라서, 적당한 임의의 상수를 선택함으로써 해석을 간단히 할 수 있다.

그림1의 등가회로에서  $\alpha$ 가 1인 경우를 대칭T형 등가회로라 하고, 1차 누설리액턴스나 2차 누설리액턴스를 소거하는  $\alpha$ 를 택했을 경우를 각각 T-II형 과도등가회로, T-I형 과도등가회로라 한다. T-I형의 경우에는 전류제어에 적합하며, T-II형은 전압제어에 적합한 것으로 알려져 있다. [5] 전류제어에는 전류원 인버터를 사용하며, 전압제어에는 전압원 인버터를 사용한다. 전류제어를 하는 경우에는 매우 빠른 제어응답을 얻을 수 있지만, 회로정수에 에러가 포함될 때 제어연산도 에러를 가짐으로써 과도 없는 조건을 만족하지 않음으로써 과도현상이 발생한다. 그러나, 전압원 인버터는 구조가 간단하고 전류원 인버터에 비해 저가이기 때문에 전류원 인버터에 비해 유리하다.

전압제어에서 제어입력은 1차 전압이므로, 여자전류를 일정하게 유지하려면 가능한 한 여자 인덕턴스의 위치를 단자에 가까이 두는 것이 바람직하다. 따라서, 그림1에서 식(6)과 같은  $\alpha$ 를 선택함으로써 1차측 누설인덕턴스를 소거할 수 있다.

$$\alpha = 1 + \frac{2l_1}{3L_m} \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 적용하면 식(7)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \frac{3L_m}{2} p & \frac{3L_m}{2} p \\ \frac{3L_m}{2} (p - j\omega_m) & R_2 + \left( l_2 + \frac{3L_m}{2} \right) (p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

식(7)의 행렬을 과도등가회로로 구성하면 그림2와 같다.

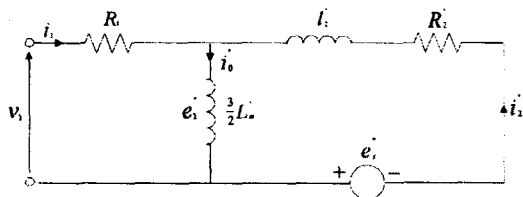


그림2 유도전동기의 T-II형 과도등가회로

그림2의 T-II형 과도등가회로에서 2차 인덕턴스는 식(8)과 같이 근사화할 수 있고, 자화리액턴스는 식(9)와 같이 놓을 수 있다.

$$\tilde{l}_2 \approx l_1 + l_2 \quad (8)$$

$$\frac{3}{2} L_m = l_1 + \frac{3}{2} L_m \quad (9)$$

또한, 그림2에서 속도 기전력  $e_s$ 는 식(10)과 같으며 여자 인덕턴스 단자전압  $e_1$ 은 식(11)와 같다.

$$e_s = -j\omega_m \left( \frac{3}{2} L_m \dot{i}_0 + \tilde{l}_2 \dot{i}_2 \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{3}{2} L_m \dot{i}_0 \\ &= -(R_2 + \tilde{l}_2 p) \dot{i}_2 - e_s \\ &= -[R_2 + \tilde{l}_2 (p - j\omega_m)] \dot{i}_2 + j\omega_m \frac{3}{2} L_m \dot{i}_0 \end{aligned} \quad (11)$$

단자전압  $v_1$ 은 식(12)와 같다.

$$v_1 = R_1 \dot{i}_1 + e_1 \quad (12)$$

그림2와 같은 등가회로를 이용하여 전압형 인버터로 제어를 하는 경우  $v/f$ 일정 제어와 근본적인 차이점은 여자전류  $i_0$ 를 일정하게 유지한다는 점이다. 이러한 제어법을 자계가속법(Field Acceleration Method)라고 한다. 자계가속법제어에서 여자전류  $i_0$ 를 과도현상이 없이 일정하게 정현적으로 유지하려면 식(11)에서  $p$ 를  $j\omega$ 로 놓으면 식(13)이 얻어진다.

$$e_1 \left( 1 - \frac{\omega_m}{\omega} \right) = se_1 = -[R_2 + \tilde{l}_2 (p - j\omega_m)] \dot{i}_2 \quad (13)$$

자계가속법제어에 대해서  $e_1$ 과  $i_0$ 는 정현적이며 과도를 포함하지 않으므로 식(14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$e_1 = \sqrt{2} E_1 e^{j(\omega t + \phi_0 + \pi/2)} \quad (14)$$

또한, 식(13)의  $\dot{i}_2$ 에 대한 정상상태 해는 식(15)와 같으며, 식(14)의 우변을 0으로 놓으면  $\dot{i}_2$ 에 대한 과도해는 식(16)과 같이 된다.

$$\dot{i}_{2s} = -\frac{\sqrt{2} |E_1|}{(R_2/s + j\omega \tilde{l}_2)} e^{j(\omega t + \phi_0 + \pi/2)} \quad (15)$$

$$\dot{i}_{2t} = A e^{-(R_2/\tilde{l}_2)t} e^{j\omega_m t} \quad (16)$$

식(16)에서  $A$ 는 초기조건에 의해서 결정되는 상수이다.  $\dot{i}_2$ 의 일반해는 식(15)의 정상상태 해와 식(16)의 과도상태 해를 합하여 식(17)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{i}_2 &= -\frac{\sqrt{2}E_1''}{R_2/s+j\omega l_2} e^{j(\omega t+\phi_0+\pi/2)} \\ &+ Ae^{-(R_2/l_2)t} e^{j\omega_m t} \\ &= \sqrt{2}|I_2|e^{j(\omega t+\phi_2)} + Ae^{-(R_2/l_2)t} e^{j\omega_m t} \end{aligned} \quad (17)$$

식(17)에서 우변의 과도항 감쇠시정수는 식(18)과 같다.

$$T_v = \frac{l_1+l_2}{R_2} \quad (18)$$

식(18)에서 전압입력형 제어를 할 경우 시정수가 매우 작아지므로 전동기가 정격전압, 정격주파수 이하에서 무부하로 운전하면 정격토크로 지령에 빠르게 응답하는 특징이 있으며, 초기조건으로  $\ddot{i}_2 = 0$ 일 때, 식(17)에서 임의의 상수  $A$ 는 식(19)와 같다.

$$A = -\sqrt{2}I_2 e^{j\phi_2} \quad (19)$$

식(19)에서  $\phi_2$ 는 식(17)로부터, 식(20)과 같은 관계가 있으며,  $\theta_2$ 는 식(21)과 같다.

$$\phi_2 = \phi_0 - \theta_2 - \pi/2 \quad (20)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}(s\omega l_2/R_2) \quad (21)$$

이때, 1상당 토크는 식(22)과 같다.

$$t_1 = \frac{P}{\omega_m} \text{real}[e_s] \text{real}[\ddot{i}_2] \quad (22)$$

식(22)의 속도기전력  $e_s$  과 2차 전류  $\ddot{i}_2$  는 식(23)와 식(24)으로 된다.

$$\begin{aligned} \text{real}[e_s] &= \omega_m \frac{3}{2} L_m \sqrt{2} I_0'' \sin(\omega t + \phi_0) \\ &- \omega_m \ddot{i}_2 \frac{x_m}{Z_2} \sqrt{2} I_0'' \cos(\omega t + \phi_0 - \theta_2) \\ &+ \omega_m \ddot{i}_2 |A| e^{-(R_2/l_2)t} \sin(\omega_m t + \phi_2) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \text{real}[\ddot{i}_2] &= \frac{x_m}{Z_2} \sqrt{2} I_0'' \sin(\omega t + \phi_0 - \theta_2) \\ &+ |A| e^{-(R_2/l_2)t} \cos(\omega_m t + \phi_2) \end{aligned} \quad (24)$$

식(21)와 식(22)에서  $Z_2 = R_2/s + j\omega l_2$ ,

$\ddot{i}_0 = \sqrt{2}I_0'' e^{j(\omega t+\phi_0)}$ 이고,  $x_m = 3/2\omega L_m$ ,  $A = |A|e^{j\phi_2}$ 이다.

한편, 3상 토크는 (20)과 식(21)의 관계를 적용하면 식(25)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} t_3 &= \frac{9PM}{8} \text{im}[i_0 \cdot \ddot{i}_2^*] \\ &= \frac{9PM}{4} |I_0''| |I_2''| [\cos \theta_2 - e^{-(R_2/l_2)t} \\ &\quad \cdot \cos(s\omega t + \theta_2)] \end{aligned} \quad (25)$$

식(25) 우변의 첫 번째 항은 정상토크이며, 두 번째 항은 과도항이다. 이 식에서 전동기의 속도는 포함되어 있지 않으므로 슬립주파수만의 함수로 된다.

표1과 같은 사양의 전동기에 대한 과도항의 감쇠시정수는 식(18)에 의해  $T_v = 0.0278$  [s] 정도이다. 전압 제어인 경우 2차 권선온도가 상승하였을 때에는 제어연산에 오차가 발생하지만, 시정수는 오히려 작아지기 때문에 응답은 더 빨라지는 특징을 가진다.

### 3. 결 론

상분리법에 의해 유도전동기를 3상에서 1상만으로 표현하여 회로방정식을 구성하였다. 또한, 변수변환행렬을 이용하여 유도전동기의 일반적인 과도등가회로를 유도하고 전류형 인버터에 비해 구조가 간단한 전압형 인버터에 맞는 T-II형 과도등가회로의 과도특성에 대해서 고찰하였다.

이러한 해석결과는 기존의 3상에서 2상 d,q좌표로 변환하여 유도전동기의 과도특성을 해석하는 것에 비해 훨씬 명확한 해석적 해를 보여주며, 백터제어와는 달리 좌표변환을 필요로 하지 않기 때문에 제어구조를 간단히 하여 제어를 할 수 있음을 확인할 수 있다.

표1. 전동기 사양

2.2kw, 220V, 4극, 60Hz	
$r_1 = 0.0662\Omega$	$r_2 = 0.645\Omega$
$x_1 = x_2 = 1.5079\Omega$	$x_m = 30.9132\Omega$

### (참 고 문 헌)

- [1] S.Yamamura, "AC Motors for High Performance Applications - Analysis and Control", Marcel Dekker, Inc. 1986
- [2] 山村 昌, "交流모터의 解析과 制御" OHMSA, 1988
- [3] Hao Yun Zhong, A.K.Behera, Muhammad H. Rashid, "8096 Microcontroller Based Field Acceleration Method Control for Induction Motor with New Digital PWM Inverter Technique", IEEE-IAS, 1662-1668, 1991
- [4] 전기학회, "인버터구동유도전동기의 최적화", 전기학회기술보고, 제504호, 46~48, 1994
- [5] S.Yamamura, Satoko Nakagawa, Atsuo Kawamura, "Voltage Type Control of Induction Motor by Means of Field Acceleration Method", Trans. B. IEE of Japan, vol 104-B, p 57-61, 1984
- [6] Mineo Tsuji, Eiji Yamada, Katsuhiro Izumi, "A Consideration on Field Acceleration Method and Vector Control of Induction Motor", Trans. D. IEE of Japan, vol. 112-D, No.2, 136-144, 1992