

3차원 유한요소 해석을 이용한 서피스 모터의 디텐트력 해석

임창환, 조한삼, 정현교
서울대학교 전기공학부

Detent Force Analysis of Planar Motor Using 3-D FEM

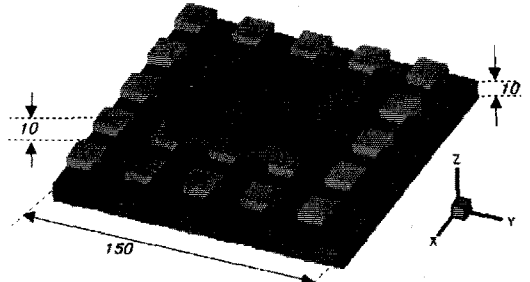
Chang-Hwan Im, Han-Sam Cho, Hyun-Kyo Jung
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - x,y평면 위를 자유롭게 구동할 수 있는 서피스 모터(평면 모터)의 디텐트력을 3차원 유한요소 해석을 이용하여 해석한다. 고정자와 이동자를 분리하여 모델링을 하고 접하는 면을 주기 경계조건으로 처리하여 실제로 이동하지 않고도 이동을 고려할 수 있도록 하였다. 고정자와 이동자의 계수 행렬을 분리하여 영역 분할법을 적용하여 계산 시간을 단축하였다.

방향을 나타낸다. 자석의 두께는 10(mm)이며 그림 (b)에서 N이나 S가 적혀지 않은 부분은 자석을 고정시키기 위한 비자성체로 채워진다.

1. 서 론

서피스 모터(Surface Motor, 혹은 평면 모터-Planar Motor)는 xy평면 위를 자유롭게 구동할 수 있다는 점에서 다양한 분야에서 그 효용성이 증대되고 있다. 여러 가지 형태의 평면 모터 중에서 특히 2차원 영구자석 배열을 사용하여 동기형으로 구동되는 형태의 평면모터는 이동거리가 길고, 이동자가 자유롭게 움직일수 있다는 측면에서 유리한 장점을 가지고 있다. 반면 이동자의 치(teeth)가 없는 모델의 경우에도 이동자의 단부 효과에 의한 디텐트력(Detent Force)이 크게 발생한다는 점은 평면 모터의 제어에 있어서 큰 약점으로 작용한다. 평면 모터의 해석을 위해서 해석적인 방법에 기초한 접근도 시도되었지만 해석적인 평면 모터의 해석은 기본적으로 이동자가 각 방향으로 무한하다는 가정하에서 이루어진 것이므로 디텐트력을 계산할 수 없다[2]. 본 논문에서는 일본의 아사카와씨가 제안한 영구자석 배열[1]을 가지는 평면 모터에 대하여 디텐트력을 3차원 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 3차원 유한요소 해석의 가장 큰 약점인 계산 시간 문제와 이동자의 위치 변화 문제를 해결하기 위하여 몇 가지 수치해석 기법들을 적용하였다. 우선 이동자의 위치 변화를 고려하기 위해서 고정자와 이동자를 별도로 모델링하고 둘 사이의 경계 부분에 주기 경계 조건을 적용하였다. 실제로 벡터 포텐셜을 이용한 3차원 FEM의 경우 요소의 위치 이동에 관계없이 항상 일정한 계수 행렬식을 가진다는 사실에 착안하여 모터의 형상이나 위치를 전혀 변화시키지 않고 단순히 주기 경계조건만을 변화시킴으로써 이동한 것과 동일한 효과를 낼 수 있었다. 또한 계산 시의 시간을 줄이기 위해서 고정자와 이동자를 분리하여 영역 분할법 (DDM : Domain Decomposition Method)을 적용하였다 [3-4]. 영역 분할법에서 발생하는 부가적인 시간 손실을 줄이기 위해서 ND법(Nested Dissection Method)을 적용하였다[7]. 해석 결과는 실제 모델의 실험 결과와의 비교를 통해서 그 정확도를 검증하였다.



(a) 해석 모델 - 평면 모터

15	N	N	N	
	S	S	S	
	N	N	N	
	S	S	S	
	N	N	N	
	S	S	S	

(b) 고정자의 자석 배열 - 아사카와 모델
그림 1. 해석 모델, 단위는 (mm)

Fig. 1. Analysis Model, Unit - mm

2. 해석 방법

2.1 해석 모델

그림 1(a)는 해석에 사용된 평면 모터의 모델을 나타내고 있다. 그림 1(b)는 평면 모터 고정자의 자석 배열을 나타낸다. 자석의 B_r 은 1.3(T)이고 그림에서 N은 지면에서 나오는 방향의 자속을 나타내고 S는 들어가는

2.2 이동자의 이동 고려

이동자(mover)의 이동을 고려하기 위하여 효율적인 테크닉을 제안하고 적용하였다. 우선 이동자와 고정자의 모델링을 별도로 수행하였다. 이 때, 이동자와 고정자가 만나는 면에 잘려진 요소의 형상이 동일하도록 하였다. (그림 2.(b)) 그림 2의 (a)는 고정자와 이동자의 요소 분할도를 나타내고 그림 2(b)는 두 부분이 만나는 경계면에서의 요소 형상을 나타낸 것이다. 고정자와 이동자의 요소 수와 절점 수는 각각 22500개와 5766개씩으로 동일하다. 즉, 전체 모델의 요소 수는 45000개이고 절점 수는 11532개이다. 그림에서는 고정자와 이동자가 만나는 것처럼 나타나 있으나 실제로는 고정자와 이동자의 위치는 임의로 설정되었다. 심지어는 각 부분의 요소가 겹쳐지더라도 해석에는 아무런 문제가 없다. 이는 자기 벡터 포텐셜을 이용하여 3차원 유한요소 해석

을 하는 경우에 시스템 행렬식의 각 항이 요소의 형태가 변하지 않는 한 변화하지 않는다는 성질 때문이다. 예를 들어 계수 행렬의 1행 3열을 살펴보면 다음과 같다(5).

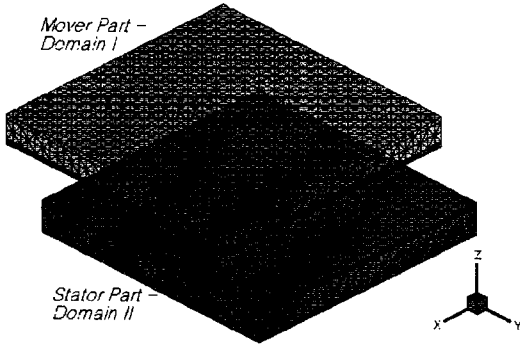
$$S_{1,3} = -\nu_3 \alpha_{13} \alpha_{12}$$

$$\alpha_{12} = [-(y_3 z_4 - y_4 z_3) + (y_2 z_4 - y_4 z_2) - (y_2 z_3 - y_3 z_2)] / 6V$$

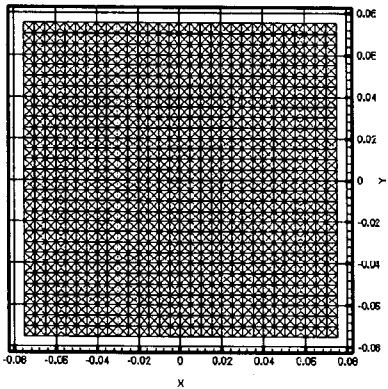
$$\alpha_{13} = [-(x_3 z_4 - x_4 z_3) + (x_2 z_4 - x_4 z_2) - (x_2 z_3 - x_3 z_2)] / 6V$$

(1)

이 때, V 는 각 요소의 부피를 나타내고 x_i, y_i 는 각각 i 번째 절점(node)의 x, y 좌표를 나타낸다. 식 (1)에서 x_i 나 y_i 에 Δx 와 Δy 를 대입할 경우 원래 식과 같아지게 됨을 쉽게 확인할 수 있다. 이런 개념은 물론 변 요소(Edge Element)를 이용한 정식화나 스칼라 포텐셜 정식화에도 당연히 적용된다.



(a) 고정자와 이동자의 요소 분할도

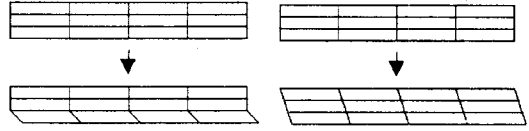


(b) 고정자, 이동자의 접합 면에서의 요소 분할도

그림 2. 요소 분할도
Fig. 2. Mesh Generation

이와 같이 별도로 모델링된 고정자와 이동자에 대해서 이동자의 이동에 따라 각 접합면에서의 절점(node)끼리 주기 경계 조건(Periodic Boundary Condition)을 부여할 경우 이동자를 전혀 움직이지 않고도 단지 주기경계조건에 해당하는 절점의 연결상태를 변경시키는 작업만으로 이동한 효과를 고려할 수 있다. 하지만 이와 같이 이동시킬 경우에는 임의의 위치로의 세밀한 이동은 고려할 수 없으므로 Sliding Mesh법을 응용하여 적용하였다(6). 이동자의 이동을 고려하기 위해서 이동자의 가장 아래쪽 layer의 절점을 조금 틀어주기만 하면 저절로 이동이 고려된다. 이미 주기경계조건으로 묶여져 있는 상태이므로 요소의 형상 변화가 이동을 고려해 주는 것이다. 이는 그림 3(a)에 모식적으로 나타나 있다. 물론 이렇게 요소의 형상이 크게 변형될 경우에는 힘 계

산 과정에서 오차가 발생할 수 있다. 본 논문에서는 요소 형상 변화를 최소한으로 하기 위해서 그림 3(b)에서처럼 단계적으로 요소 형상이 변화하도록 하여 오차 발생 원인을 줄일 수 있도록 하였다.



(a) 방법 1 (b) 방법 2

그림 3. 세밀한 이동의 고려
Fig. 3. Consideration of Fine Movement

2.3 영역 분할법의 적용

그림 4는 시스템 계수 행렬을 영역 분할법에 의해 분할한 것이며 이 행렬 방정식은 식 (2), (3)에 의해 풀이할 수 있다 [3,4].

K_{11}	0	K_{b1}	Φ_1	f_1
0	K_{22}	K_{b2}	Φ_2	f_2
K_{1b}	K_{2b}	K_{bb}	Φ_b	f_b

그림 4. 영역 분할법에 의해 분할된 행렬식

Fig. 4. Decomposed Matrix Equation by DDM

$$(K_{bb} - K_{b1}^T K_{11}^{-1} K_{b1} - K_{b2}^T K_{22}^{-1} K_{b2}) \Phi_b = f_b - K_{b1}^T K_{11}^{-1} f_{b1} - K_{b2}^T K_{22}^{-1} f_{b2} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= K_{11}^{-1} (f_1 - K_{b1} \Phi_b) \\ \Phi_2 &= K_{22}^{-1} (f_2 - K_{b2} \Phi_b) \end{aligned} \quad (3)$$

이 때 K_{11} : 이동자(영역 1)의 계수 행렬식

K_{22} : 고정자(영역 2)의 계수 행렬식

K_{bb} : 경계면의 계수 행렬식값

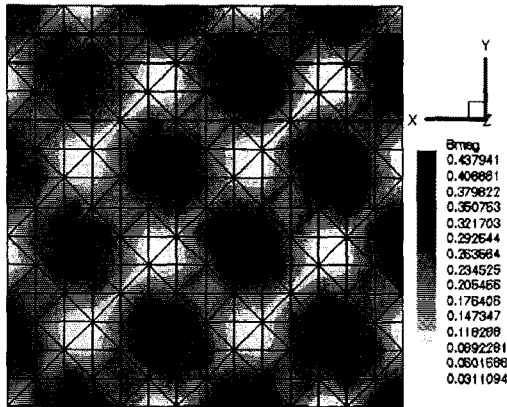
이와 같이 영역을 분할하여 계산할 경우 초기 상태(이동을 하지 않았을 경우) 때의 이동자와 고정자의 계수 행렬식 (K_{11}, K_{22})을 계산하여 그 LU 행렬의 0이 아닌 값들을 저장해 두면 이후 이동자와 고정자의 주기 경계 조건을 바꾸어 이동자의 이동을 고려하는 경우에도 이 값은 변하지 않으며 아래 첨자 b가 붙은 부분만 변하게 된다. 따라서 식 (2)와 (3)에서는 저장된 LU 행렬의 0이 아닌 값들을 이용하여 전진, 후퇴 차분(forward and backward substitution)만을 시행하면 된다. 전진, 후퇴 차분에 소요되는 시간은 행렬의 LU를 계산하는 시간에 비해서 매우 작은 시간이므로 상당한 시간 단축 효과를 얻을 수 있다.

이 때의 가장 큰 문제점은 식 (2)를 풀이하는 부분이다. 원래 행렬이 매우 성긴(sparse) 행렬이라고 하더라도 그 역행렬이나 LU값을 계산하면 행렬이 매우 조밀해진다. (거의 full matrix에 가까워진다.) 따라서 영역 분할법에서 속도 향상을 기대하기 위해서는 식 (2)의 ($K_{bb} - K_{b1}^T K_{11}^{-1} K_{b1} - K_{b2}^T K_{22}^{-1} K_{b2}$) 항을 매우 sparse하게 만들어야 한다. 실제로 이 항을 거의 원래

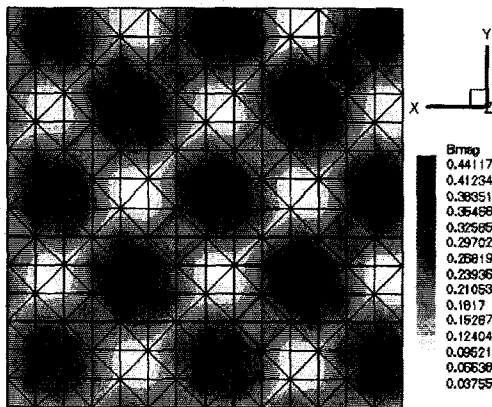
행렬과 비슷한 정도 수준까지의 sparse 행렬로 만들 수는 없으나 ND법(Nested Dissection Method)을 사용하면 LU에서 최소 개수의 0 아닌 항을 만들 수 있다 [7]. 영역 분할법은 앞의 절에서 설명한 이동자의 세밀한 이동에는 적용하지 않았다. 그 이유는 이동자의 세밀한 이동에까지 영역 분할법을 적용하기 위해서는 형상이 변하는 요소에 포함된 모든 절점들을 그림 (4)의 아래 첨자 b가 붙은 부분에 포함시켜야 하는데 이 경우 식 (2)의 행렬의 크기가 지나치게 커지게 된다. 물론 미지수의 개수는 원래 행렬을 풀이하는 것보다 작지만 행렬이 원래 행렬에 비해서 dense해 짐을 감안한다면 이 행렬을 풀이하는 시간도 무시할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 일단 영역 분할법을 적용하여 주기경계 조건으로 이동할 수 있는 이동 위치에 대하여 먼저 해석을 하고 이후 필요한 세밀한 이동 위치가 있으면 별도로 해석하는 방법을 사용하였다.

3. 해석 결과

그림 5는 이동하지 않은 초기 상태일 때의 이동자 표면에서의 자속 밀도 분포 및 x방향으로 10[mm], y방향으로 5[mm]이동한 경우의 자속 밀도의 분포를 도시한 것이다.



(a) 초기 상태의 이동자 자속 밀도 분포



(b) x방향 10[mm], y방향 5[mm]이동 후의 분포

그림 5. 이동자 표면의 자속 밀도 분포

힘 계산은 Mover를 둘러싼 면에서 Maxwell Stress Tensor를 이용하여 계산하였다[8]. 그림 6은 x,y방향 위치 변화에 따른 디텐트력의 크기를 나타내고 있다.

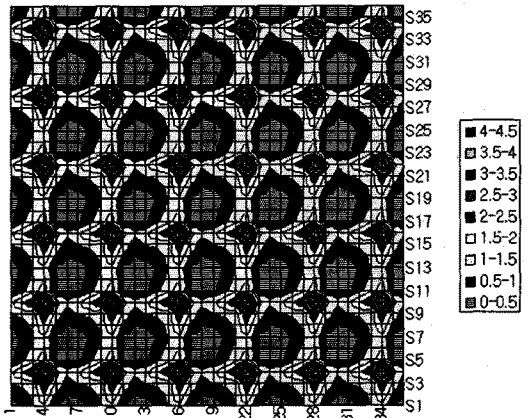


그림 6. 디텐트력의 분포

Fig. 6. Distribution of Detent Force

해석 결과 최대 디텐트력은 4.2[N]이 나왔다. 실제로 제작된 모델에 대해서 최대 디텐트력을 측정된 결과 약 5.5[N]정도로 측정되었다. 향후 디텐트력 저감을 위한 최적화에 적용할 수 있을 정도의 충분한 정확도라고 여겨진다. 실제로 모터의 코깅은 그 정확한 값보다도 경향이 중요하므로 기존의 모터 코깅 해석 결과들을 고려할 때 충분히 정확한 결과라고 여겨진다.

4. 결론

본 논문에서는 평면 모터의 디텐트력을 효율적인 수치 해석 방법들이 적용된 3차원 유한요소 해석을 통해 해석하였다. 향후에는 모터의 디텐트력을 저감하기 위한 최적 설계가 수행되어야 할 것이다.

(참고 문헌)

- [1] Asakawa, Two Dimensional Positioning Devices, US patent 4,626,749, December 1986.
- [2] Han-Sam Cho, Chang-Hwan Im, Hyun-Kyo Jung, "Magnetic Field Analysis of 2D Permanent Magnet Array for Planar Motor," Proceedings of IEEE CEFC '2000, June, Milwaukee, USA.
- [3] K. Weeber, S. Ratnajeevan, H. Hoole, "The Subregion Method in Magnetic Field Analysis and Design Optimization," *IEEE Trans. Magn.* Vol. 28, No. 2, pp.1561-1564, Mar, 1992
- [4] Chang-Hwan Im, Hong-Kyu Kim, Hyun-Kyo Jung, "Efficient Technique for 3-D Edge Element Method Considering Geometrical Symmetry," Proceedings of IEEE CEFC '2000, June, Milwaukee, USA
- [5] O.A. Mohammed, Magnetic Vector Potential Based Formulation and Computation of Nonlinear Three Dimensional Magnetostatic Fields and Forces in Electrical Devices by Finite Elements, Ph. D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1983
- [6] Todaka T, Enokizono M, "Dynamic Finite Element Analysis of a Magnetic Hammer with a New Composite Mesh Scheme," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.34 No.5 Part.1, pp. 3339-3342
- [7] Lee HB, Jung HK, Hahn SY, Choi K, Kim HJ, "On the Convergence Rate Improvement of ICCG Solver on the FE Mesh," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.33 No.2 Part.2, pp 1760-1763
- [8] S. J. Salon, Finite Element Analysis of Electrical Machines, Kluwer Academic Publishers, 1995