

## 비선형 모델링에 대한 새로운 뉴로-퍼지 네트워크 연구

김동원\*, 박병준\*, 오성권\*

\*원광대학교 공과대학 제어계측공학과

### A study on the novel Neuro-fuzzy network for nonlinear modeling

Dong-Won Kim\*, Byoung-Jun Park\*, Sung-Kwun Oh\*

\*School of Electrical and Electronic Engineering, Wonkwang Univ.

**Abstract** - The fuzzy inference system is a popular computing framework based on the concepts of fuzzy set theory, fuzzy if-then rules, and fuzzy reasoning. The advantage of fuzzy approach over traditional ones lies on the fact that fuzzy system does not require a detail mathematical description of the system while modeling. As modeling method, the Group Method of Data Handling(GMDH) is introduced by A.G. Ivakhnenko. GMDH is an analysis technique for identifying nonlinear relationships between system's inputs and output.

We study a Novel Neuro-Fuzzy Network (NNFN) in this paper. NNFN is a network resulting from the combination of a fuzzy inference system and polynomial neural network(PNN)[7] which is advanced structure of GMDH. Simulation involve a series of synthetic as well as experimental data used across various neurofuzzy systems.

### 1. 서 론

퍼지모델링 방법은 퍼지집합, 퍼지규칙, 그리고 퍼지추론에 기반한 방법이다. 퍼지모델링의 장점은 전형적인 방법에 비해 전반적인 모델링작업에서 시스템에 대한 상세한 수학적인 묘사가 필요하지 않는 것이다. 그럼으로 산업분야에 폭넓게 응용되고 있으며, 이론적으로도 활발히 연구중이다. 새로운 모델링기법으로, 입력과 출력사이의 비선형관계를 표현함에 있어 선택된 입력변수와 차수를 이용하는 Group Method of Data Handling[1]이 Ivakhnenko에 의하여 제안되었다. 필수적인 입력변수를 자동적으로 선택하여 기존의 수학적인 모델에서 어려움으로 남아있는 변수선택문제를 해결하였다. 입력과 출력의 비선형적인 관계를 2변수 2차식의 부분표현식을 이용하여 연속적인 층과 노드를 생성함으로써 최적의 구조를 얻는 알고리즘으로, 기존의 신경망 알고리즘보다 더 적은 노드수를 가지고 있으며 더욱 유연한 특성이 있다. 이러한 특성으로 많은 엔지니어링과 과학분야에 적용되고 있으며 예측모델에서 좋은 결과를 얻고 있다.

여기서, 우리는 비선형성을 가진 시스템의 동정방법으로 위의 두 알고리즘의 장점을 결합한 새로운 뉴로-퍼지 네트워크를 제안한다. 시스템의 입력변수를 받아들이는 1층은 퍼지시스템으로 비선형성을 묘사했으며 퍼지규칙수의 지수적인 증가를 피하고 성능을 개선하기 위해 2층 이상은 GMDH형태인 PNN 알고리즘을 이용하였다. PNN 알고리즘은 2변수 2차식의 GMDH알고리즘과는 다르게 변수의 수를 확장할 수 있으며, 차수 또한 다양한 형태를 사용하여 성능을 개선시킨다. 새롭게 제안된 모델의 성능평가를 위해 몇몇 수치예제를 적용하여 결과를 고찰한다.

### 2. Novel Neuro-Fuzzy Network(NNFN)

#### (a) 간략추론법

상수로 표현되는 간략추론법의 후반부는 다음과 같다.

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{ik} \text{ Then } y = a_i \quad (1)$$

모델의 수치적인 출력값의 계산은 다음과 같은 형태로 수행된다.

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i a_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} = \hat{\mu}_i a_i \quad (2)$$

여기서,  $R^i$ 는 i번째 퍼지규칙이며,  $x_k$ 는 입력변수이다.  $A_{ik}$ 는 퍼지집합의 멤버쉽함수이며,  $a_i$ 는 상수이다.  $k$ 는 입력변수의 수를 의미하며  $n$ 은 퍼지규칙의 번호이다.  $y^*$ 는 추론값이며  $\mu_i$ 는  $R^i$ 의 전반부 적합도이다.  $\hat{\mu}_i$ 는 정규화된 전반부 적합도이다.

최적의 부반부 파라미터는 성능지수(PI)를 최소로 하는 것으로 결정된다. 여기서 PI는 다음과 같이 정의된다.

$$PI(EPI) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - y_i^*)^2 \quad (3)$$

여기서,  $y^*$ 는 퍼지모델의 출력값이며  $i, m$ 은 각각 데이터번호와 전체 데이터수를 나타낸다.

후반부 파라미터  $a_i$ 는 최소자승법에 의하여 구해지며 형태는 다음과 같다.

$$\hat{a}_i = (X_i^T X_i)^{-1} X_i^T Y \quad (4)$$

#### (b) 회귀다항식 추론법

일차식, 2 차식, 변형된 2 차식, 3 차식 혹은 변형된 3 차식에 의해 표현되는 후반부는 표 1에서 보여진다. 회귀다항식의 표현은 다음과 같다.

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{ik} \text{ Then } y = f_i(x_1, \dots, x_k) \quad (5)$$

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i f_i(x_1 + \dots + x_k)}{\sum_{i=1}^n \mu_i} = \hat{\mu}_i f_i(x_1 + \dots + x_k) \quad (6)$$

여기서,  $f_i(\cdot)$ 는 입력변수의 회귀다항식이며, 나머지 변수의 정의는 간략추론과 동일하다.

#### 2.2 다항식 뉴럴네트워크(PNN)

NNFN의 2 단계 모델링은 신경망처럼 노드와 층으로 구성되지만 구조가 고정되지 않고 변화하는 시스템의 환경

에 맞게 적용하며 새롭게 충과 노드를 생성하는 회귀다항식 뉴럴네트워크(PNN)로 이루어진다. 이를 단계별로 살펴보면 다음과 같다.

[단계 1] 입력변수 설정- 출력변수  $y$ 에 관련된  $n$ 개의 입력변수를 설정한다. 필요하면 데이터를 정규화 한다. 이 입력변수를  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 이라고 하자.

[단계 2] 데이터 분할-  $N$ 개의 출력데이터  $(x_i, y_i) = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ 을 학습용 데이터와 평가용 데이터로 분할한다. 학습용 데이터는 모델을 동정하기 위해 사용하는 데이터이고, 평가용 데이터는 모델을 평가하기 위해 사용된다. 학습용 데이터와 평가용 데이터의 개수를 각각  $N_l$ 개와  $N_e$ 개로 함으로,  $N = N_l + N_e$ 이다.

[단계 3] 각 노드의 부분표현식 구성-  $n$ 개의 입력변수  $x_1, x_2, \dots, x_n$  중 노드의 입력변수 수를 선택하고, 이에 대한 노드의 다항식 차수를 결정한다. 다양한 형태의 부분표현식이 표 1에서 보여진다.

[단계 4] 매개변수 추정- 선형 회귀분석에 의해 학습용 데이터를 이용하여 회귀다항식의 계수  $c_0, c_1, \dots, c_n$ 을 구한다.

[단계 5] 평가후 노드의 선택- 평가용 데이터에 대한 오차  $E$ 를 구한 후, 다음 층의 입력변수로 사용될  $E$ 가 작은 노드를 선택한다.

[단계 6] 종료판정- 연산시간과 계산량을 고려하여 5세대까지 알고리즘을 실행한 후 종료한다.

[단계 7] 새로운 입력변수 선택- 종료판정을 만족하지 않을 경우,  $x_{1i} = z_{1i}, x_{2i} = z_{2i}, \dots, x_{wi} = z_{wi}$ 가 되어 새로운 출력변수를 구성하여 위 단계와 동일한 조작을 반복한다.

### 2.3 퍼지추론과 다항식 뉴럴네트워크의 결합구성

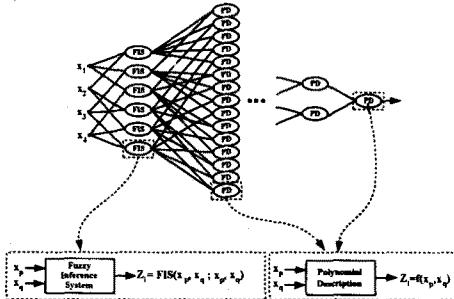


그림 1. Novel Neuro-Fuzzy Network의 구조

Fig. 1. Architecture of Novel Neuro-Fuzzy Network

퍼지추론과 다항식뉴럴네트워크에 기반한 노드를 가진 NNFN은 고체다항식과 다변수 입력에 의한 모델의 차수와 입력변수수, 그리고 최종종료판정 기준에 의하여 모델을 선정하게 되며, 시스템의 환경에 적적인 모델을 얻기 위해 계층적으로 모델을 추정해 나간다. 출력데이터  $(x_i, y_i) = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ 까지 주어져 있다면, 제안된 NNFN 알고리즘은 이 데이터의 출력 관계가 다음의 종속관계  $f$ 를 만족한다고 생각한다.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (7)$$

관계식  $f$ 의 추정 모델  $\hat{f}$ 를 다항식으로 판정하고, 출력  $y$ 의 추정치  $\hat{y}$ 는 다음의 관계식

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{k=1}^n c_{k1} x_k + \sum_{k=1}^n c_{k2} x_k x_{k+1} + \dots \quad (8)$$

으로 표시된다. 여기서  $c_k$ 는 계수이다.

연속세대별 계층구조에 의한 NNFN의 전체 구조를 그림 1에서 보인다. 퍼지 노드인 1 층에서는 각 노드의 선택된 입력변수에 대하여 퍼지 추론값을 구하여 다음 층의 새로운 입력데이터를 구성하고, 다항식 노드인 2 층 이상에서는 노드의 입력변수와 차수로 구성된 부분표현식(PD)

으로 출력 데이터를 구성하여 노드를 정의한다.

#### 2.3.1 부분표현식(Partial Description:PD)

퍼지규칙의 후반부 다항식을 구성하는 것과 다항식 뉴럴네트워크의 다항식의 형태는 입력변수수와 차수에 따라 그 형태가 달라진다. 퍼지규칙에서 부분표현식은 다음의 4가지 형태로서 표에서 보여진 Type 1, 2, 3, 4이다. 각각 상수, 1차식, 2차식, 변형된 2차식을 나타내며, 다항식 노드의 PD는 Type 2, 3, 4만을 사용한다.

표 1. 회귀다항식 형태

Table 1. Form of Partial Description

변수수	차수	다항식 구조
2입력	Type 1	Constant
	Type 2	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2$
	Type 3	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_1^2 + c_4 x_2^2 + c_5 x_1 x_2$
	Type 4	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_1 x_2$
3입력	Type 1	Constant
	Type 2	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3$
	Type 3	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_1^2 + c_5 x_2^2 + c_6 x_3^2 + c_7 x_1 x_2 + c_8 x_2 x_3 + c_9 x_1 x_3$
	Type 4	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_1 x_2 + c_5 x_2 x_3 + c_6 x_1 x_3$
4입력	Type 1	Constant
	Type 2	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4$
	Type 3	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_1^2 + c_6 x_2^2 + c_7 x_3^2 + c_8 x_4^2 + c_9 x_1 x_2 + c_{10} x_1 x_3 + c_{11} x_1 x_4 + c_{12} x_2 x_3 + c_{13} x_2 x_4 + c_{14} x_3 x_4$
	Type 4	$c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_1 x_2 + c_6 x_1 x_3 + c_7 x_1 x_4 + c_8 x_2 x_3 + c_9 x_2 x_4 + c_{10} x_3 x_4$

### 3. 시뮬레이션 및 결과고찰

본 논문에서 제안한 NNFN의 유용성과 모델의 성능평가를 위해 Box와 Jenkin이 사용한 가스로 시계열 데이터[9]를 이용하여 출력 데이터인 가스흐름율과 연소된 이산화탄소의 농도를 모델링 하였다. 총 296개의 데이터중 처음 148개는 학습용 데이터로 나머지 148개는 평가용 데이터로 이용하였다. 입력변수로는  $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 이며, 출력변수는  $y(t)$ 이다. 실제 시스템의 출력 데이터와 모델링 데이터 사이의 오차를 알아보며, 제안된 모델의 정밀도를 평가할 수 있는 평가지수로는 Mean Squared Error를 사용하여 다음과 같이 표현한다.

$$PI(EPI) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - y_i^*)^2 \quad (9)$$

그림 2는 노드의 Type에 따른 NNFN의 모델링 에러를 보여준다. 각 노드에서 선택된 입력수는 3개이며 퍼지추론에서 규칙의 후반부는 Type 2를 이용하고 각 입력변수에 대한 MF는 삼각형을 사용하며 개수는 2개씩 할당한다. 그럼에서는 각각 다항식 뉴럴네트워크의 노드형태가 Type 1, Type 2, 그리고 Type 3과 결합한 결과이다.

그림 3은 4입력에 대한 제안된 모델의 모델링 에러를 보여준다. 여기서도 마찬가지로 다항식 뉴럴네트워크의 노드형태는 각각 Type 1, Type 2, Type 3이다.

그림 4와 5는 NNFN의 퍼지추론부분이 각각 가우시안형 멤버쉽함수로 이루어지고, 입력변수의 수가 3입력과 4입력 일때 실데이터와 NNFN의 출력데이터 사이의 모델링에러를 보여준다. 입력변수의 수가 3입력이며, 퍼지추론에서 규칙의 후반부로 Type 2가 사용되었을 때의 에러오차를 보인 것이 그림 4이고, Type 1과 4입력을 퍼지추론으로 사용했을 때 다항식 뉴럴네트워크가 각각 Type 1, Type 2, 그리고 Type 3 일 때의 실출력과의 오차를 보인 것이 그림 5이다.

표 2는 몇몇 다른형태의 퍼지모델링의 결과와 제안된 모델인 NNFN의 성능을 비교하였다.

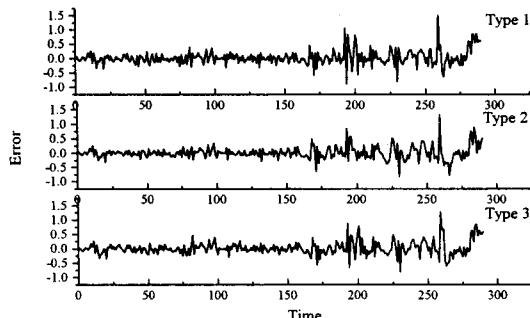


그림 2. NNFN의 에러곡선 (퍼지추론: 삼각형 MF, Type 2, 3 inputs)

Fig. 2. Error curve of NNFN (Fuzzy reasoning: Triangular MF, Type 2, 3 inputs)

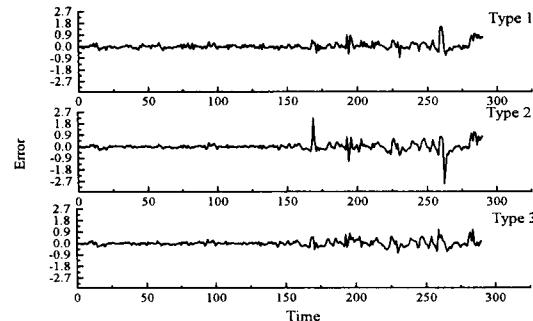


그림 3. NNFN의 에러곡선 (퍼지추론: 삼각형 MF, Type 1, 4 inputs)

Fig. 3. Error curve of NNFN (Fuzzy reasoning: Triangular MF, Type 1, 4 inputs)

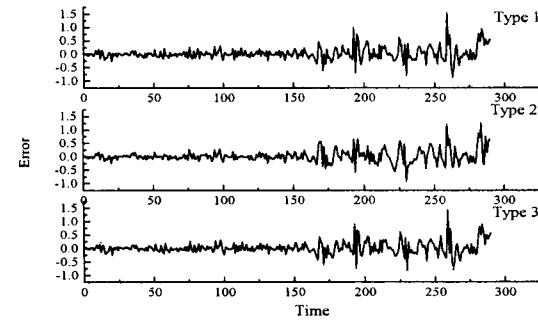


그림 4. NNFN의 에러곡선 (퍼지추론: 가우시안 MF, Type 2, 3 inputs)

Fig. 4. Error curve of NNFN (Fuzzy reasoning: Gaussian MF, Type 2, 3 inputs)

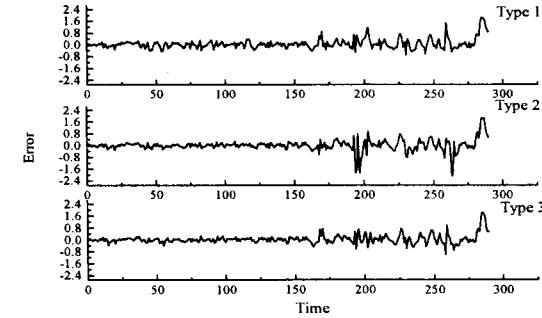


그림 5. NNFN의 에러곡선 (퍼지추론: 가우시안 MF, Type 1, 4 inputs)

Fig. 5. Error curve of NNFN (Fuzzy reasoning: Gaussian MF, Type 1, 4 inputs)

표 2. 기존 모델방법과의 동정 오차비교

Table 2. Comparison of identification error with previous modeling methods

Model	Performance Index		
	PI	PI	EPI
Tong's model[2]	0.469		
Sugeno's model[3]	0.355		
Xu's model[4]	0.328		
Park's model[5]	0.055		
Oh's model[6]	0.123	0.020	0.271
Our model	삼각형 MF(I)	0.009	0.025
	가우시안 MF(II)	0.009	0.120

(I): Fuzzy reasoning part-4 input, Type 1  
PNN part-4 input, Type 2

(II): Fuzzy reasoning part-3 input, Type 2  
PNN part-3 input, Type 2

#### 4. 결 론

비선형성을 가진 시스템의 동정방법으로 퍼지시스템과 다항식 뉴럴네트워크 알고리즘의 장점을 결합한 새로운 유도-퍼지 네트워크를 제안하였다. 시스템의 입력변수를 받아들이는 1층은 퍼지시스템으로 비선형성을 묘사했으며 퍼지규칙수의 지수적인 증가를 피하고 성능을 개선하기 위해 2층이상은 GMDH형태인 PNN 알고리즘을 이용하였다. 새롭게 제안된 모델의 성능평가를 위해 Box-Jenking의 데이터를 이용하였으며 기존의 모델보다 우수한 결과를 확인하였다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: 2000-1-30300-009-3) 지원으로 수행되었음

#### [참 고 문 헌]

- A.G. Ivahnenko, "Polynomial theory of complex systems", *IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-1, pp. 364-378, 1971.
- R.M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.13, pp.1-12, 1980.
- M. Sugeno and T. Yasukawa, "Linguistic Modeling Based on Numerical Data", *IFSA'91 Brussels, Computer, Management & Systems Science*, pp.264-267, 1991
- C.W. Xu, and Y. Zailu, "Fuzzy model identification self-learning for dynamic system", *IEEE Trans on Systems, Man, Cybernetics*, Vol. SMC-17, No.4, pp.683-689, 1987
- E.T. Kim, M.K. Park, S.H. Ji, M. Park, "A New Approach to Fuzzy Modeling", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 5, No. 3, pp. 328-337, 1997.
- S. K. Oh, and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 115, issue 2, pp. 205-230, Jul. 2000
- (7) 오성권, 김동원, 박병준, "다항식 뉴럴네트워크 구조의 최적 설계에 관한 연구", *Tran. KIEE*, 49D, No.3, MAR., pp. 145-156, 2000.
- D.W. Kim, S.K. Oh, "A study on the Self-organizing Fuzzy Polynomial Neural Networks", *Journal of KIEE*(submitted)
- G.E.P. Box and F.M. Jenkins, *Time Series Analysis : Forecasting and Control*, 2nd ed. Holden-day, 1976