

비선형 시스템을 위한 퍼지 PID 제어기의 설계 및 해석

김 성호, 이 철희
강원대학교 전기공학과

Design and Analysis of Fuzzy PID Control for Nonlinear System

Sungho Kim, Cheulheui Lee
Dept. of Electrical Engineering, Kangwon National Univ.

Abstract - Although Fuzzy Logic Controller(FLC) adopted three terms as input gives better performance, FLC is in general composed of two-term control because of the difficulty in the construction of fuzzy rule base. In this paper, a three-term FLC which is similar to PID control but acts as a nonlinear controller is proposed. To reduce the complexity of the rule base design and increase efficiency, a simplified fuzzy PID control is induced from a hybrid velocity/position type PID algorithm by sharing a common rule base for both fuzzy PI and fuzzy PD parts. It is simple in structure, easy in implementation, and fast in calculation. The phase plane technique is applied to obtain the rule base for fuzzy two-term control and them. The resultant rule base is Macvicar-Whelan type. The frequency response information is used in tuning of membership functions. Also a tuning strategy for the scaling factors is proposed based on the relationship between PID gain and them. Simulation results show better performance and the effectiveness of the proposed method.

1. 서 론

PID제어는 간편한 구조와 쉬운 tuning 때문에 산업적으로 가장 선호하는 제어 방법으로, 보통 단순한 공정에 대해서는 만족스러운 제어 성능을 보여준다. 그러나 실제로 대개의 산업적인 공정들은 비선형성과 시변성 등과 같은 복잡한 성질을 가지고, 고정된 파라미터값을 가지고 있는 일반적인 PID제어기는 그 기능에 한계를 가진다. 이러한 복잡한 공정의 제어를 다루기 위해 adaptive control이 제안될 수 있다. Astrom과 Wittenmark는 온라인 상에서 PID 파라미터값을 조정하기 위해서 self-tunning 기술을 사용하였는데, 그러나 이는 제어되는 프로세서가 선형이라는 가정을 기본으로 했다.

L. A. Zadeh에 의해서 제안된 퍼지 제어기법은 수학적 모델링이 곤란하거나 비선형이 강한 시스템에 많이 적용된다. 퍼지 제어기는 비선형 시스템 제어에 있어서 수학적 모델링을 요구하지 않으며, 입출력 변수의 정의와 "IF-THEN" 형식의 언어적 규칙으로 표현될 수 있는 인간의 경험이나 전문가의 정성적 지식만 있으면 만족할 만한 성능의 제어기를 설계할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 따라서 본 논문은 비선형 제어 문제를 다루는데 있어서 더 일반적이고 유연성이 있는 퍼지 이론을 사용한 비선형 PID형 제어기를 제안하였다.

대부분의 퍼지 제어 시스템은 PI제어 또는 PD[1] 제어 개념에 근거하거나 이와 유사한 형태로 구현된다 [2][3]. 퍼지 PD형 제어는 위치형 제어로서 오차와 오차 변화로부터 제어 출력을 생산해내고, 퍼지 PI형 제어

는 속도형 제어로서 오차와 오차 변화로부터 증분 제어 출력을 생산해낸다. 그러나 알려진 바 퍼지 PI형 제어는 내부의 적분 작용 때문에 고차 공정에서의 과도응답이 나쁘고, 퍼지 PD형 제어는 커다란 정상상태 오차가 생긴다. 이러한 성능의 개선을 위해서 퍼지 PID형 제어의 사용이 제안된다. 이론적으로 퍼지 PID형 제어는 오차, 오차 변화, 그리고 오차 증가로부터 증분 제어 출력을 생산함으로써 제어 성능의 커다란 향상을 가능케 한다. 단점은 퍼지 PID형 제어가 필요로 하는 3개의 입력이 rule-base를 크게 확장시키고 설계를 더 어렵게 한다는 것이다. 그러므로 이러한 rule-base 설계의 복잡성을 감소시키고 효율성을 증대시키기 위해서, 퍼지 PI형 제어와 퍼지 PD형 제어 모두에 공통으로 적용되는 rule-base에 의한 hybrid 속도/위치형 PID 알고리즘으로부터 유도되는 간소화된 퍼지 PID형 제어를 제안하는 바이다. 이는 구조가 단순하고, 다루기가 용이하며, 계산이 빠르다는 장점을 가진다.

퍼지 제어 설계에는 2가지 중요한 단계가 있다: 1)knowledge base의 설계와, 2)control tuning이다. 소속 함수들의 튜닝은 주파수 응답 정보를 이용하였다. 퍼지 PID형 제어의 상평면 해석은 퍼지 two-term 제어에 대한 rule-base를 얻기 위해 적용되었고, 그 rule-base의 결과는 Macvicar-Whelan형으로 나타난다. 주파수 응답은 FFT에 의해 얻어지고, 만약 시스템의 시간 응답이 주기 함수가 아니면 FFT 대신 wavelet transform을 사용한다. 또한 scaling factor에 대한 튜닝 방법은 PID 개인과 주파수 응답 사이의 관계에 기반을 두고 제안되었다. 본 논문에서 제안한 PID형 제어로 모의실험을 한 결과는 제안된 방법의 더 나은 성능과 효율성을 보여준다.

2. 본 론

퍼지 PID 제어기를 직접 구현할 경우 3개의 입력 변수를 전전부에 동시에 고려하는 제어 규칙을 찾아야 할 뿐만 아니라 n^3 개의 규칙(n 은 각 입력 변수의 퍼지 집합의 수)을 생성해야 하므로 규칙 기반을 구축하기가 매우 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서 고전적인 PID 제어기의 특성을 고찰하여 퍼지 PID 제어기를 일단 퍼지 PI 제어기와 퍼지 PD 제어기의 병렬 결합 형태로 구성한 뒤 위치형 알고리즘과 속도형 알고리즘의 차이를 이용하여 동일한 규칙기반을 갖는 하나의 2입력 퍼지 제어기 형태로 축약시킨 구조를 제안하였다.

2.1 퍼지 PID 제어기 구조

위치형 PID 제어기는 수학적으로 다음과 같이 표현된다.

$$U^{PI} = K_P e + K_I \int edt \quad (1)$$

$$U^{PD} = K_P e + K_D \dot{e} \quad (2)$$

$$U^{PID} = K_P e + K_I \int edt + K_D \dot{e} \quad (3)$$

식(3)을 다시 쓰면

$$U^{PID} = (K_P e + K_I \int edt) + (K_P'' e + K_D \dot{e}) \quad (4)$$

$$= U^{PI} + U^{PD}$$

식(4)로부터 PID 제어기를 PI 제어와 PD 제어의 병렬 결합으로 취급할 수 있음을 알 수 있다. 식(4)를 퍼지 제어기 형태로 구현하기 위해서는 각각 분리된 독립적인 규칙 기반을 구성해야 하는데 PI와 PD의 영향을 분리해 내기가 쉬운 일이 아닐뿐더러 경우에 따라서는 가능하지 않다.

이 문제를 해결할 수 있는 방법을 모색하기 위하여 PI 제어기를 다음과 같이 표현해보자.

$$U^{PI} = \int \dot{u}^{PI} dt = \int (K_P \dot{e} + K_I e) dt \quad (5)$$

식(5)에서 보면 적분안의 과적분성이 식(2)의 PD 제어와 같은 꼴을 하고 있음을 알 수 있다. 식(2)와 식(5)에 나타난 PI 제어와 PD 제어를 샘플링 시간 T가 충분히 작다고 가정하여 디지털 제어로 구현하면

$$U_k^{PI} = K_P e_k + K_D \Delta e_k \quad (6)$$

$$U_k^{PI} = \sum_{i=0}^k \Delta U_k^{PI} = U_{k-1}^{PI} + \Delta U_k^{PI} \quad (7)$$

여기서 $\Delta U_k^{PI} = K_P \Delta e_k + K_I e_k$

식(8)을 다시 쓰면

$$\Delta U_k^{PI} = \frac{K_D}{K_P} \left(\frac{K_P^2}{K_D} e_k + K_D \Delta e_k \right) \quad (9)$$

$$= K' (K'_I e_k + K_P \Delta e_k)$$

만일 K'_I 가 K_I 와 같다면 식(6)과 식(9)는 단지 K' 만의 차이가 있을 뿐이다. 따라서 식(6)과 식(7)을 퍼지 제어하고 구현하면 동일한 제어 규칙기반을 적용할 수 있다. 이때 퍼지 PD 제어기의 경우 출력 U^{PD} 는 제어 규칙기반에 의한 추론 결과를 scaling factor를 거쳐 바로 얻어지지만 퍼지 PI제어기 출력 U^{PI} 는 퍼지 추론 메카니즘의 추론 결과가 ΔU_k 에 해당되므로 scaling factor를 거쳐서 이전의 입력 U_{k-1}^{PI} 에 더해져서 나오게 된다.

이상과 같은 퍼지 PID 제어기의 구성을 그림 1에 나타내었다. 제안된 방식은 PI 제어를 속도형 알고리즘을, PD 제어에는 위치형 알고리즘을 채택한 속도형/위치형 혼합 구조라고 볼 수 있다. 식(6)과 식(9)의 차이점이 K 는 scaling factor에 반영되므로 적절한 scaling factor의 선택에 의해 충분히 고려할 수 있다.

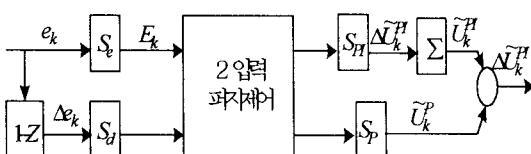


그림 1 퍼지 PID 제어기의 디지털 구조

제안된 퍼지 PID 제어기는 구조가 간단하여 구현이 용이하며 제어 입력을 결정하기 위한 계산량도 작은 장점을 가진다. 그 입력 퍼지 제어기의 규칙기반으로는 PI 제어 PD 제어 어느쪽도 가능하다 정상상태 성능에 PI 제어가 더 중요한 영향을 미치므로 퍼지 PI 제어 규칙기반을 채택하였다.

2.2 퍼지 제어 규칙 기반의 구조

일반적으로 퍼지 제어에서는 위상면을 이용하여 제어 규칙을 구성하는 것이 효과적이다. 본 논문에서도 이러한 방법으로 얻어진 Macvicar-Wheeler 형태의 퍼지 PI 제어 규칙 기반을 이용하였다.

표 1에서 NB(Negative Big), NM(Negative Med-

ium), NS(Negative small), ZE(Zero), PS(Positive Small), PM(Positive Medium), PB(Positive Big)는 퍼지 변수에 대한 퍼지 집합을 나타낸다.

표 1 퍼지 제어기의 rule

E/E	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	ZE
NM	PB	PM	PM	PS	PS	ZE	NS
NS	PM	PM	PS	PS	ZE	NS	NS
ZE	PM	PS	PS	ZE	NS	NS	NM
PS	PS	PS	ZE	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZE	NS	NS	NM	NM	NB
PB	ZE	NS	NS	NM	NM	NB	NB

본 논문에서는 다음과 같은 형태의 Gaussian 함수를 소속함수로 사용하였으며, 추론 방법으로는 Larson의 최대 승산법을 사용하였고, 비퍼지화에는 무게 중심법을 적용하였다.

$$\mu(x_i) = \exp \left\{ -\left(\frac{x_i - c_{ij}}{d_{ij}} \right)^2 \right\} \quad (10)$$

규칙 기반이 정해지더라도 퍼지 제어기의 설계가 다 끝난 것은 아니다. 각 퍼지 집합에 대한 소속함수를 결정해야 한다. 적절한 소속함수의 선정은 퍼지 제어기의 성능에 결정적으로 영향을 미치기 때문에 요구되는 제어 성능과 제어 대상의 특성에 관한 정보를 이용하여 최적의 값으로 학습시킬 필요가 있다.

많은 경우 시스템에 대한 요구 성능은 주파수 영역에서 주어지는 경우가 많으므로 본 논문에서는 시스템의 주파수 응답 특성을 이용하여 퍼지 제어 규칙의 소속함수를 학습하는 방법을 제안하였다.

선형 PID 제어기를 주파수 영역에서 설계할 때 다음의 관계가 성립한다. (8)

$$\theta = \arg G_c(j\omega c) = P.M. - 180^\circ - \angle G(j\omega c) \quad (11)$$

$$K_P = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega c)|} \quad (12)$$

$$K_D \omega c - \frac{K_I}{\omega c} = \frac{\sin \theta}{|G(j\omega c)|} \quad (13)$$

여기서 $G_P(s)$ 는 제어대상 플랜트의 전달함수, $G_c(s)$ 는 PID 제어기의 전달함수, ω_c 는 이득교차 주파수, P.M.은 설계 사양으로 주어지는 위상여유이다. 이를 이용하여 다음과 같이 소속함수를 학습시킨다.

[step 1]

원하는 입력 범위와 P.M., ω_c 등 주어진 시스템의 설계 사양을 정한다.

[step 2]

특정한 입력 크기에 대해 비선형 플랜트의 주파수 응답을 구하여 크기 $|G_P(j\omega c)|$ 와 위상 $\angle G(j\omega c)$ 을 저장한다.

[step 3]

step 2의 결과를 이용하여 식(11), (12), (13)으로부터 제어기의 파라미터 값을 결정.

[step 4]

주어진 입력 범위 안에서 다른 입력 크기에 대한 비선형 플랜트의 주파수 응답을 구하기 위하여 step 2, 3, 4를 반복하여 제어기 파라미터 값을 저장한다. 또한 이를에 상응하는 $e(j\omega c)$ 값도 저장한다

[step 5]

위에서 얻은 파라미터 값을 이용하여 식(1)로부터 학습 데이터를 구성한다. 그리고, Gradient Descent Training 방법에 의하여 퍼지 제어기를 학습시킨다.

학습은 퍼지제어 시스템의 출력 $f(x_i)$ 와 목표출력 f_d 사이의 오차를 구하여 다음의 평가함수를 최소화하도록 한다.

$$J = (\mathcal{f}(x_i) - f_d)^2 / 2 \quad (14)$$

최적화에 gradient descent 방법을 적용하면 다음과 같이 된다.

$$y_i = y_i - \alpha \frac{(f-f_d)}{d_{ij}} z_j \quad (15)$$

$$c_{ij} = c_{ij} - \alpha \frac{(f-f_d)}{d_{ij}} (y_i - f) z_j^2 \frac{2(x_i - c_{ij})}{d_{ij}^2} \quad (16)$$

$$d_{ij} = d_{ij} - \alpha \frac{(f-f_d)}{d_{ij}} (y_i - f) z_j^2 \frac{2(x_i - c_{ij})^2}{d_{ij}^3} \quad (17)$$

여기서 α 는 학습율이고, y_i 와 z_j 는 j번째 규칙과 관련하여 그림 2에 나타낸 것과 같이 정의되는 신호값이다.

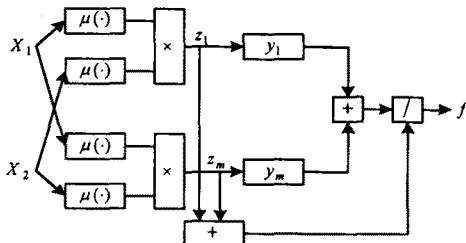


그림 2 소속함수의 학습 과정

[step 6]

simulation을 수행하여 시스템이 원하는 성능을 만족하면 학습을 멈추고 아니면 step3으로 되돌아간다.

2.3. Scaling factor 동조

그림 1로부터 퍼지 PID 제어기의 출력 U^{PID} 는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} U^{PID} &= \hat{U}^{PI} + \hat{U}^{PD} \\ &= S_{PI} \sum (S_e e, S_d \Delta E) + S_{PD} (S_e e, S_d \Delta E) \end{aligned} \quad (18)$$

식(18)을 급수 전개를 통해 1차 근사화 하여 식(4), (6), (7)의 PID 제어기와 비교하면 다음의 관계를 얻는다.

$$\hat{K}_P = S_{PI} f(\delta S_e) + S_{PD} f(S_e) \quad (19)$$

$$\hat{K}_I = S_{PI} f(S_e) \quad (20)$$

$$\hat{K}_D = S_{PD} f(\delta S_e) \quad (21)$$

여기서 $\delta = S_d / S_e$ 로 정의된다. 식(19), (20), (21)의 파라미터들은 퍼지 PID 제어기의 PID 이득이라고 볼 수 있다. 따라서, PID 제어기의 이득 파라미터가 시스템 성능에 미치는 영향을 분석함으로써 얻어진 다음과 같은 규칙을 이용하여 퍼지 제어기의 scaling factor들을 동조시킨다.

- 1) S_e : E가 제어되는 모든 범위에 퍼지도록 조정한다. 제어할 수 없을 정도로 E가 범위에서 너무 마니 벗어나면 안됨.
- 2) δ : 제어동작하는 동안 상수로 근사화 할 수 있다 [9]. 비례와 미분 또는 비례와 적분 사이를 적당히 연결되도록 적절한 값으로 정한다.
- 3) 출력 scaling S_{PI}/S_{PD} : S_{PI} 는 주로 작은 값으로 반면에 S_{PD} 는 큰 값으로 주어진다.

2.5. 모의 실험

그림 3은

$$G_P(s) = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$$

가 위상여유가 50° 미만이 되게 하고, 이득교차 주파수는 1.7rad/s 일 때의 퍼지 PID 제어기의 주파수 응

답과 시간응답을 나타낸 것이다.

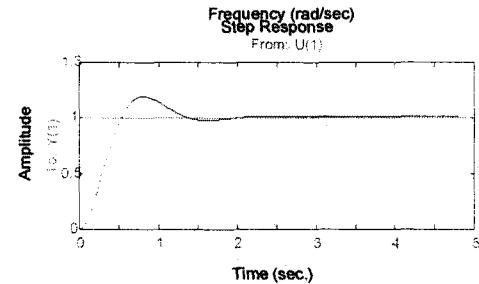


그림 3 시스템의 주파수 응답 및 시간 응답

본 논문에서 제안한 퍼지 PID 제어기로 제어한 결과 0.8초 정도의 peak time, 15% 정도의 overshoot, 1.9초의 settling time을 가진다.

3. 결 론

본 논문에서 산업공정제어에서 가장 많이 사용되고 있는 PID 제어기의 성능을 퍼지 PID 제어기를 사용하여 개선 시켰다. 본 논문에서 제안한 퍼지 PID 제어 기법은 주파수 응답 기법을 이용하여 소속 함수를 tuning 함으로써 입력의 크기 변화에 덜 민감하게 시스템을 제어할 수가 있다. 그리고 기존의 PID 제어기나 퍼지 제어기 보다 overshoot가 작고, rising time 및 settling time이 짧은, 성능이 향상된 제어기이다.

추후연구과제는 제안된 비선형 퍼지 제어기의 다양한 모의실험 및 제어기 성능을 향상시키기 위한 scaling gain값의 최적 설정에 관한 연구 등이 있다.

(참 고 문 헌)

- [1] K. J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic Tuning of PID Controllers", Instrum. Soc. Amer., 1988.
- [2] H. X. Li and H. B. Gatland, "Enhanced methods of fuzzy logic control", in Proc. 4th IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems, Japan, pp.331-336, Mar. 1995.
- [3] H. X. Li and H. B. Gatland, "Conventional fuzzy control and its enhancement", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 26 pp.7991-796, Oct. 1996
- [4] H.X. Li and H.B. Gatland "Conventional Fuzzy control and Its Enhancement", IEEE Trans. Systs., Man, Cybern., vol.26, no5, pp. 791-797, Oct. 1996.
- [5] Carlos Pinheiro and Fernando Gomide, "Fuzzy control of nonlinear Systems by Learning Method and Frequency Response", IEEE INternational Fuzzy systems Conference Proceedings vol.1 pp.444-448, August, 1999.
- [6] H. X. Li and H. B. Gatland, "A New Methodology for Designing a Fuzzy Logic Controller", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 25 No.3 pp. 505-512 Mar. 1995.
- [7] LEE, C.H and Yager, R.R., "An Alternative Design of PID Fuzzy Logic Controller", IASTED Int. conf. on Artificial Intelligence, Expert Systems and Neural Networks, pp.157-160, Honolulu, Hawaii, August, 1996
- [8] C.L. Phillips and R. Harbor, "Feedback control systems.", Prentice Hall, 3ed., 1996
- [9] K. L. Tang, "Comparing fuzzy logic with classical controller design", IEEE trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-17, no.6, pp. 1085-1087, Nov. 1987