

브러시리스 DC 모터의 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어

이종호, 김성태, 김영태
동국대학교 전기공학과

Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control of Brushless DC Motor

Jongho Lee, Sungtae Kim, Youngtae Kim
Department of Electrical Engineering, Dongguk University

Abstract - Brushless DC motors are widely used in many industrial fields as an actuator of robot and driving power motors of electrical vehicle. In this paper adaptive fuzzy sliding mode scheme is developed for velocity control of brushless DC motor. The proposed scheme does not require an accurate dynamic model, yet it guarantees asymptotic trajectory tracking despite torque variations.

Numerical simulation and DSP-based experimental works for velocity control of brushless DC motor are carried out.

제1장 서 론

모터는 각종 로봇이나 공작기계 혹은 기타 자동 기계의 동력원으로서 회전 속도와 정지 위치의 정밀제어를 컴퓨터의 지시대로 할 수 있는 기계시스템의 핵심요소다.

그 중 직류 전동기는 구동성능이 우수하므로 많은 제어 시스템에 널리 사용되고 있다. 그러나 브러시와 정류자의 유지 보수 문제, 스파크 및 잡음문제 등이 발생하므로 사용상의 제한을 받고 있다. 브러시리스 DC 모터는 브러시가 없으므로 이러한 문제점은 없지만 브러시를 대신한 전자적인 정류를 해주어야 하므로 구동회로가 복잡해진다. 하지만, 이 전동기는 직류 전동기의 속도-토우크 특성이 유사하면서도 작은 관성과 체적당 출력이 크기 때문에 사용이 급격히 증가하고 있는 추세이다.[1]

제어기를 설계할 때 모든 상태변수가 필요하다는 점을 감안하여 볼 때 수학적 모델링이 불가능한 시스템이나 불확실성의 정도가 큰 시스템일 경우 제어기 설계시 많은 문제점이 발생하게 된다. 이를 배경으로 불확실한 비선형의 함수관계가 존재하는 시스템에 대하여, 즉 제어 시스템이 큰 외란에 의한 영향을 받거나 넓은 영역에 걸쳐 파라미터의 변화가 일어나는 경우 제어기를 간인하게 설계하여야 한다. 이를 위하여 최근 여러 분야에서 연구되고 있는 슬라이딩 모드 제어 및 퍼지 제어, 적응 제어를 바탕으로 한 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계하고 이를 브러시리스 DC 모터에 적용하려 한다.

제2장 브러시리스 DC 모터의 수학적 모델링

브러시리스 DC 모터는 그림1과 같은 등가회로로 표시 할 수 있으며 이를 키르히호프의 전압법칙(KVL)을 적용하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.[1]

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{pmatrix} \frac{di}{dt} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

여기서 $L = L_0 - M$ 이고, 이를 간략히 표현하면 다음과 같다

$$V = R i + L \frac{di}{dt} i + E \quad (2.2)$$

모터의 역기전력, 전자기적 발생토크 그리고 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.[1]

$$E = K_E' \omega \quad (2.3)$$

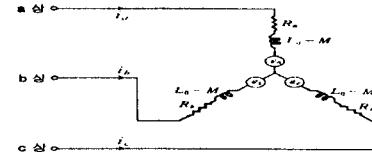


그림 1. 브러시리스 DC 모터의 등가회로도
Fig. 1. Equivalent circuit of the brushless DC motor

$$T_e = K_T i \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = \frac{T_e - T_L - T_f - D \omega(t)}{J_m} \quad (2.5)$$

여기서, T_L : 부하토크, T_f : 마찰 토크
 D : 점성마찰계수, J_m : 회전자의 관성모멘트
마찰토크를 무시하면 식(2.4)와 식(2.5)로 부터 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$i(t) = \frac{J_m}{K_T} \frac{d}{dt} \omega(t) + \frac{D}{K_T} \omega(t) + \frac{1}{K_T} T_L(t) \quad (2.6)$$

제3장 퍼지 논리 시스템

퍼지 시스템의 특징은 언어적 변수로 이루어져 있는 규칙의 집합에 의해 나타내며 퍼지 규칙 베이스는 IF-THEN 규칙들의 집합으로 구성되어 있어 일반적인 형태는 다음과 같게 표시할 수 있다.

$$R^{(i)}: \text{IF } x_1 \text{ is } A_1' \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n', \text{ THEN } y \text{ is } B'. \quad (3.1)$$

여기서 $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in V \subset R^n$ 와 $y \in W \subset R$ 는 퍼지 논리 시스템에서 언어적 입력과 출력을 나타낸다.

A_i' 와 B' 은 V 와 W 안에 있는 퍼지집합들을 표시하며, $i=1,2,\dots,n$ 은 퍼지 논리 시스템의 입력의 수를 의미하고, $l=1,2,\dots,m$ 은 퍼지 논리 시스템의 출력의 수들을 의미한다.

퍼지규칙들을 만드는 방법에는 여러 가지를 선택할 수 있다. 이 논문에서는 t-노음 퍼지 구현의 프로덕트 형태를 사용하였다.

A_i' 는 벡터 V 안에 있는 임의의 퍼지집합이라고 하자. 그러면 각각의 퍼지 규칙은 다음과 같은 추론의 복합규칙에 근거하여 퍼지집합 $A_x \cdot R^{(i)}$ 를 정해진다.

$$\mu_{A_1' \times \dots \times A_n' \rightarrow B'}(x, y) = \mu_{A_1'}(x_1) \star \dots \star \mu_{A_n'}(x_n) \star \mu_{B'}(y) \quad (3.3)$$

★은 t-노음을 나타내며 이것은 언어적 규칙표현에 있어서 "and"로 표현된다.

$$\mu_{A_x \cdot R^{(i)}}(y) = \sup_{x \in U} [\mu_{A_1}(x) \star \mu_{A_2} \cdot \dots \cdot A_n \rightarrow B](x, y)] \quad (3.4)$$

그러면 m 개의 퍼지 규칙들은 퍼지 논리합을 통해 최종 퍼지(final fuzzy)를 결정한다.

$$\mu_{A_r \cdot R^{(1)}, \dots, R^{(m)}}(y) = \mu_{A_r \cdot R^{(1)}}(y) + \dots + \mu_{A_r \cdot R^{(m)}}(y) \quad (3.5)$$

$+$ 은 t -코노움을 나타내며 이것은 주로 퍼지 합집합, 대수합 또는 한계합으로 정의되며 이 논문에서는 평균중심값 비퍼지화는 규칙들을 모으는데 사용하였다.

평균중심값 비퍼지화는 다음과 같다.

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}'(\mu_{A_i \cdot R^{(i)}}(\bar{y}'))}{\sum_{i=1}^n (\mu_{A_i \cdot R^{(i)}}(\bar{y}'))} \quad (3.6)$$

\bar{y}' 은 R 안에서의 점으로서 $\mu_B(y)$ 는 그 점에서 최대값을 얻는다. ($\mu_B(y) = 1$ 로 가정한다.) 평균중심값 비퍼지화, Product 추론법, 그리고 Singleton 비퍼지화를 사용하면 위의 방정식은 아래와 같이 표현할 수 있다. (2)

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}'(\prod_{j=1}^m \mu_{A_{ij}}(x_j))}{\sum_{i=1}^n (\prod_{j=1}^m \mu_{A_{ij}}(x_j))} \quad (3.7)$$

위의 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$y(x) = \varrho^T \xi(x) \quad (3.8)$$

여기서

$$\varrho = (\bar{y}', \dots, \bar{y}^m)^T$$

$$\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x))^T$$

그리고

$$\xi'(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_{ij}}(x_i)}{\sum_{i=1}^n (\prod_{j=1}^m \mu_{A_{ij}}(x_j))} \quad (3.9)$$

$\xi(x)$ 는 퍼지기저함수로 불리며, ϱ 는 조정 가능한 변수값들이며, $\mu_{A_{ij}}$ 는 소속함수이다.

식(3.7)의 형태인 퍼지 논리 시스템은 Universal Approximation임을 증명할 수 있다. (2,3) 그래서 위의 퍼지 논리 시스템은 유계인 폐집합의 입력 공간위에서 어느 정도의 정확성에 대해 어떤 비선형 함수에 대해서도 균일하게 근사화 할 수 있다.

제4장 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어기

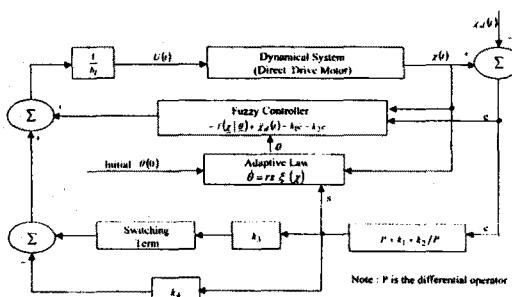


그림 2. 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어 시스템의 블록다이어그램
Fig. 2. A block diagram of the adaptive fuzzy sliding mode control system

브러시리스 DC 모터 구동 시스템을 제어하기 위해 전압을 입력으로 하면 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = V(t) = R i(t) + L \frac{di}{dt}(t) + E \quad (4.1)$$

식(2.3)과 식(2.6)에 의해 식(4.1)은 다음과 같은 형태의 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = f + b u(t) \quad (4.2)$$

여기서

$$f = \frac{K_T}{R J_m + L D} [-\frac{R D + K_T K_E'}{K_T} \omega(t) - \frac{L J_m}{K_T} \frac{d^2}{dt^2} \omega(t) - \frac{R}{K_T} T_L(t) - \frac{L}{K_T} \frac{d}{dt} T_L(t)] \quad (4.3)$$

$$b = \frac{K_T}{R J_m + L D} \quad (4.4)$$

식(4.2)를 동적 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{x} = f(x) + b u \quad (4.5)$$

여기서 $x = (x_1, x_2)^T = (x, \dot{x})^T \in R^2$ 이며, x_1, x_2 은 각각 모터의 변위각과 각속도를 나타낸다.

$f(x)$ 는 정확하게 모델링하기가 어려운 함수이며 b 역시 정확한 값은 알 수 없으나 최소 한계값 b_l 은 알 수 있는 값이다. 즉, $0 < b_l \leq b$, $b = b_l + \Delta b$ 이다.

$e(t) = x(t) - x_d(t)$ 이라 하고 $(x_d(t))$ 는 원하는 변위각이다) 다음과 같은 슬라이딩 평면을 고려하자.

$$\dot{s} = \dot{e} + k_1 e + k_2 v \quad (4.6)$$

여기서

$$v = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.7)$$

식(4.6)의 양변을 미분하면 식(4.8)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 v \\ &= \ddot{x}(t) - \ddot{x}_d(t) + k_1 \dot{e} + k_2 v \\ &= f(x) + bu - \ddot{x}_d(t) + k_1 \dot{e} + k_2 v \end{aligned} \quad (4.8)$$

만일 $f(x)$ 와 b 가 정확히 알 수 있다면 최적 슬라이딩 모드 제어기를 쉽게 얻을 수 있으나 (4) 실제 시스템에서 $f(x)$ 와 b 는 정확히 알 수 없으므로 $f(x)$ 는 식(3.8)의 퍼지 논리 시스템 $\hat{f}(x|\varrho)$ 로 대체할 수 있다. 그리고 미지의 외란을 감소시키기 위해서 $k_3 \cdot sgn(s)$ 항을 고려한 다음과 같은 형태의 제어기를 고려하자.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{b_l} [-\hat{f}(x|\varrho) + \ddot{x}_d(t) \\ &\quad - k_1 \dot{e} - k_2 v] - \frac{1}{b_l} k_3 \cdot sgn(s) - \frac{1}{b_l} k_4 s \end{aligned} \quad (4.9)$$

따라서

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{b_l} [-\hat{f}(x|\varrho) + \ddot{x}_d(t) \\ &\quad - k_1 \dot{e} - k_2 v - k_3 \cdot sgn(s) - k_4 s] \end{aligned} \quad (4.10)$$

$k_4 s$ 항은 $V(t)$ 를 보다 더 음수로 만들기 위한 것이다. 그림2는 제시된 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 구현이다. $k_3 \cdot sgn(s)$ 항은 슬라이딩 평면에 빠르게 도달할 수 있도록 하며 이것은 샘플링 주파수에 의해 결정된다. 모터는 이러한 샘플링 주파수에서 많은 채팅을 발생하기 때문에 이것을 줄이기 위해서 다음과 같은 형태의 연속적인 $sgn(s)$ 를 생각하자.

$$sgn(s) \rightarrow \frac{s}{|s| + \delta} \quad (\text{단, } \delta > 0) \quad (4.11)$$

식(4.10)을 식(4.8)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(x) + (b_l + \Delta b) \frac{1}{b_l} [-\hat{f}(x|\varrho) \\ &\quad + \ddot{x}_d(t) - k_1 \dot{e} - k_2 v - \frac{k_3 s}{|s| + \delta} - k_4 s] \end{aligned} \quad (4.12)$$

식(4.12)를 다음과 같이 간략히 표현하면

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(x) - \hat{f}(x|\varrho) - k_4 s + \frac{\Delta b}{b_l} F \\ &\quad - \frac{b}{b_l} k_3 \cdot \frac{s}{|s| + \delta} \end{aligned} \quad (4.13)$$

여기서

$$F = -\hat{f}(x|\theta) + \ddot{x}_d(t) \\ -k_1 e - k_2 s - k_4 s$$
(4.14)

최소근사오차 ω 를 다음과 같이 정의하자.

$$\omega = f(x) - \hat{f}(x|\theta^*)$$
(4.15)

여기서 θ^* 는 최적 파라미터값이다. 그러면

$$\dot{s} = \hat{f}(x|\theta^*) - \hat{f}(x|\theta) + \omega + \frac{4b}{b_1} F \\ - \frac{b}{b_1} k_3 \cdot \frac{s}{|s| + \delta} - k_4 s$$
(4.16)

\hat{f} 를 식(3.8)의 형태인 퍼지 논리 시스템으로 생각하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{s} = \underline{\Phi}^T \xi(x) + \omega + \frac{4b}{b_1} F \\ - \frac{b}{b_1} k_3 \cdot \frac{s}{|s| + \delta} - k_4 s$$
(4.17)

여기서 $\underline{\Phi} = \underline{\theta}^* - \underline{\theta}$ 이고, $\xi(x)$ 은 식(3.9)의 퍼지기 저함수이다.

안정도 해석을 위해 다음과 같은 Lyapunov 함수를 고려하자.

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2r} \underline{\Phi}^T \underline{\Phi}$$
(4.18)

양변을 미분하면

$$\dot{V} = s \dot{s} + \frac{1}{r} \underline{\Phi}^T \underline{\Phi} \\ = s(\underline{\Phi}^T \xi(x) + \omega + \frac{4b}{b_1} F) \\ - \frac{b}{b_1} k_3 \cdot \frac{s}{|s| + \delta} - k_4 s + \frac{1}{r} \underline{\Phi}^T \underline{\Phi} \\ = \frac{1}{r} \underline{\Phi}^T (rs\xi(x) - \underline{\theta}) - \frac{1}{b_1} (k_3 b \frac{s^2}{|s| + \delta} \\ - 4b \cdot s \cdot F - b_1 \cdot s\omega) - k_4 s^2$$
(4.19)

다음의 부등식을 만족하는 k_3, δ 를 선택하면

$$k_3 \frac{s^2}{|s| + \delta} > |s(F + \omega)|$$
(4.20)

그리면

$$\dot{V} < \frac{1}{r} \underline{\Phi}^T (rs\xi(x) - \underline{\theta}) - k_4 s^2$$
(4.21)

$s\omega$ 항은 최소근사오차이며 보편적 근사화 이론[2]에 의하여 ω 가 작은 값이 됨을 알 수 있다.

적응법칙을 선택하면

$$\dot{\underline{\theta}} = rs\xi(x)$$
(4.22)

부등식(4.23)을 얻을 수 있으며 따라서 제시된 제어법칙으로 점근적인 안정성이 보장됨을 알 수 있다.

$$\dot{V} < -k_4 s^2$$
(4.23)

제5장 시뮬레이션 및 실험

제시된 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 효율성을 입증하기 위해 다음과 같은 3상 4극 Y결선 브러시리스 DC 모터에 적용하였다.

표1. 모터 실수

Table1. motor parameter

Parameter	Value
Phase resistance R [Ω]	7.5
Phase inductance L [H]	0.48
Back-EMF constance K_E [Vsec/rad]	0.02
Torque constance K_T [Nm/A]	0.02
Mechanical inertia J_m [kgm ²]	4.6×10^{-7}

모터의 동적 모델링을 MATLAB 명령어 "ode45"를 이용하여 시뮬레이션하였으며 TMS320F240 프로세서가 내장된 MCK240과 motion control tool인 MCWIN

을 사용하여 실험하였다.

그림5는 전체 시스템의 블록도이며 엔코더에서 측정된 속도로 변위각을 산정하고 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어 알고리즘을 적용하였다. 또한, 훌센서에서 검출된 자극을 통하여 3상 IGBT 인버터를 구동하였으며 그림3의 시뮬레이션 결과와 그림4의 실험결과는 변화하는 기준 속도 $\frac{400}{3}\pi(\frac{t}{5}) - \frac{200}{3}\pi(\frac{t}{5})^2$ 를 따라 응답곡선이 추종함을 보여준다. 아래의 그림에서 기준속도와 부하토크의 변화에도 불구하고 제안된 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어기 응답이 안정적임을 알 수 있다.

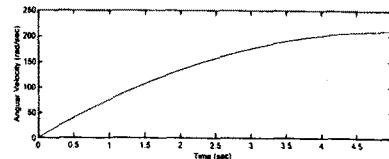


그림 3. 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어의 응답
Fig. 3. Response of the adaptive fuzzy sliding mode control

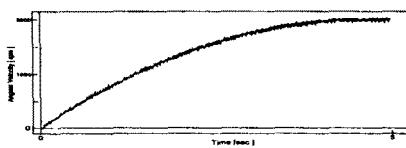


그림 4. 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어의 실험결과
Fig. 4. Experimental result of the adaptive fuzzy sliding mode control

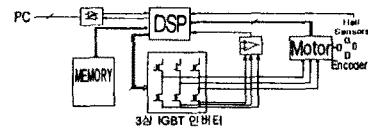


그림 5. 브러시리스 DC 모터의 전체 시스템
Fig. 5. System of the brushless DC motor

제6장 결 론

시스템의 변화가 있거나 외란 등으로 인하여 정확한 모델링이 불가능한 보통의 비선형의 플랜트에서 동특성의 특별한 지식이 없이 경험적인 지식과 정보를 이용하여 제어기의 이득이 적절히 조정가능하고, 플랜트를 안정적이고 강인하게 제어할 수 있는 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어 알고리즘을 제시하여 브러시리스 DC 모터에 적용함으로써 시스템의 안정성과 강인함을 알 수 있었다.

시뮬레이션과 실험을 통하여 제안된 적응퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 효율성을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] Alexander Kusko and Syed M. Peiran, "Brushless DC motor using unsymmetrical Field Magnwtization", IEEE Trans. Industry Applications, Vol.1A-23 NO.2, pp319-326, 1987
- [2] L. X. Wang, and J. M. Mendel, "Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation, and Orthogonal Least Squares Learning," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, pp.807-814, 1992
- [3] L. X. Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis, Prentice-Hall, 1994.
- [4] Sastry, S. and M. Bodson, Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1989.