

퍼지 신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 예측 제어기 설계

* 최 종태*, 박 진배*, 최 윤호**

*연세대학교 전기·전자공학과, **경기대학교 전자공학과

Design of Predictive Controller for Chaotic Nonlinear Systems using Fuzzy Neural Networks

* Jong-Tae Choi*, Jin-Bae Park*, Yoon-Ho Choi**

*Electrical and Electronic Engineering, Yonsei Univ. **Electronic Engineering, Kyonggi Univ.

Abstract - In this paper, the effective design method of the predictive controller using fuzzy neural networks(FNNs) is presented for the Intelligent control of chaotic nonlinear systems. In our design method of controller, predictor parameters are tuned by the error value between the actual output of a chaotic nonlinear system and that of a fuzzy neural network model. And the parameters of predictive controller using fuzzy neural network are tuned by the gradient descent method which uses control error value between the actual output of a chaotic nonlinear system and the reference signal. In order to evaluate the performance of our controller, it is applied to the Duffing system which are the representative continuous-time chaotic nonlinear systems and the Hénon system which are representative discrete-time chaotic nonlinear systems.

1. 서 론

초기 조건에 민감하고 비주기적이며 예측 불가능한 운동 현상으로 정의되는 혼돈(chaos) 현상은 시스템의 오동작 및 성능 저하를 발생하기 쉽기 때문에 이러한 혼돈 현상을 제어하고자 하는 연구들이 진행되고 있다[1].

혼돈 현상에 대한 기존의 제어 방법들은 시스템의 구조를 선형화하거나 변경하여 제어기를 설계하였기 때문에 원래 혼돈 시스템의 혼돈 특성을 충분히 제어할 수 없었다. 이러한 기존 혼돈 제어 방법의 한계성을 극복하기 위하여 신경 회로망 제어나 퍼지 제어와 같은 지능 제어 기법에 대한 연구가 진행되고 있으며, 두 지능 제어 기법의 장점을 갖는 제어기의 설계에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다[2].

이런 관점에서 퍼지 제어기를 신경 회로망 구조로 구현한 퍼지 신경 회로망(Fuzzy Neural Network : FNN)[3]은 제어 대상 모델에 대한 정확한 수학적 모델링이 요구되지 않으므로 파라미터의 동특성이 복잡한 비선형 시스템을 제어하기에 적절하다. 퍼지 신경 회로망 제어기의 설계 기법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 우선 제어기의 파라미터가 제어 대상의 동정(identification) 과정 없이 원하는 출력과 제어 대상의 실제 출력의 차에 의해 제어 입력을 생성하는 직접 제어 방법이 있다. 반면, 동정 모델을 오프 라인 상에서 적절히 생성한 다음, 동정 모델을 온 라인으로 연결하여 대상 플랜트를 제어하는 방법인 간접 제어 방법[4]은 동정 모델을 얻는데 있어서 상당히 오랜 시간이 걸린다는 단점을 갖고 있다.

따라서 본 논문에서는 지능 제어 관점에서 혼돈 비선형 시스템의 제어를 위해 신경 회로망의 학습 능력을 이용하여 퍼지 제어 규칙을 조절할 수 있는 퍼지 신경 회로망을 이용하여 직접 제어 기법중의 하나인 예측 제어

기를 설계하는 방법을 제안한다. 한편 설계된 제어기를 연속 시간 혼돈 비선형 시스템과 이산 시간 혼돈 비선형 시스템에 각각 적용하여 본 논문의 방법에 의해 설계된 제어기의 효율성과 다양한 혼돈 비선형 시스템에 적용 가능함을 검증하고자 한다.

2. 본 론

2.1 퍼지 신경 회로망

FNN은 퍼지 제어기의 퍼지화, 퍼지 추론, 비퍼지화 과정을 신경회로망으로 구현한 것으로, 전체적인 FNN의 구조는 그림 1과 같다.

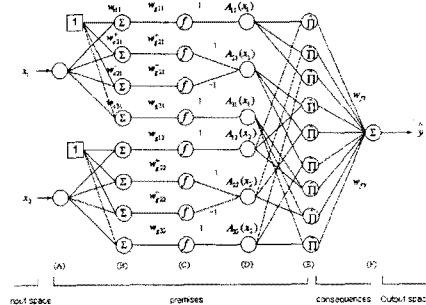


그림 1 퍼지 신경 회로망(FNN)의 구조

그림 1에서 FNN은 (A)~(E)층으로 구성되는 전전부(premises)와 (E)~(F)층으로 구성되는 후전부(consequences)로 구성되어 있으며, (A)~(D)층은 각 입력에 대한 소속 정도를 계산한다. (C)층은 시그모이드 함수를 내부 합수로 가지며 결합 하중 w_c 및 w_e 는 각각 시그모이드형 함수의 중심위치와 기울기를 결정한다.

$$f = \frac{1}{1 + \exp\{-w_c(x_i - w_c)\}} \quad (1)$$

식 (1)은 (C)층의 시그모이드 소속 합수를 나타내며, 전전부의 의사(pseudo)-사다리꼴 소속 합수로 이루어지는 (D)층은 하나 혹은 부호가 서로 다른 두 개의 시그모이드 합수를 합성하여 얻어진다. 또한 퍼지 규칙을 나타내는 (E)층의 입력부와 출력부는 식 (2)와 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_i = \prod A_{ij} \quad (2)$$

$$\hat{\mu}_i = \frac{\mu_i}{\sum_{k=1}^n \mu_k} \quad (3)$$

여기서 A_{ij} 는 전전부의 퍼지 변수, μ_i 는 후전부 적합도, $\hat{\mu}_i$ 는 정규화된 후전부 적합도, n 은 규칙의 개수이다.

FNN은 식 (3)의 $\hat{\mu}_i$ 를 이용해서 무게 중심법(the center of gravity method)을 구현하며, 다음의 퍼지 추론으로 표현된다.

$$R_i = \text{IF } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{i2} \text{ THEN } y = w_{f_i}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n, i_1, i_2 = 1, 2, 3)$$

여기서 R_i 는 i 번째 퍼지 규칙, w_{f_i} 는 후진부 연결 강도 (weight)이다.

따라서 전체적인 FNN의 추론된 값은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i w_{f_i}}{\sum_{i=1}^n \mu_i} = \sum_{i=1}^n \hat{\mu}_i w_{f_i} \quad (4)$$

FNN의 학습시 후진부 제어 규칙의 변화량은 경사 하강법을 이용하여 생성된다. 경사 하강법(gradient descent)은 오차에 대한 적절한 비용 함수를 필요로 하며, 동정 오차에 대한 일반적인 오차 함수는 식 (5)와 같이 표현된다.

$$E = \frac{1}{2}(y - \hat{y})^2 \quad (5)$$

여기서 \hat{y} 는 FNN에서 추론된 값이다.

또한 후진부 제어 규칙을 나타내는 연결 강도 w_{f_i} 는 식 (6)과 같은 경사 하강법에 의해 경신된다.

$$\begin{aligned} w_{f_i}(k+1) &= w_{f_i}(k) + \Delta w_{f_i}(k) = w_{f_i}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{f_i}(k)} \\ &= w_{f_i}(k) + \eta(y - \hat{y}) \hat{\mu}_i \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 η 는 학습률(learning rate)이고, $w_{f_i}(k)$ 는 k 번째 후진부 연결 강도이다.

2.2 퍼지 신경 회로망을 이용한 예측 제어기 설계
본 논문에서 제안한 직접 적용 제어 방법에 기초한 FNN 예측 제어 시스템의 구조는 그림 2와 같다.

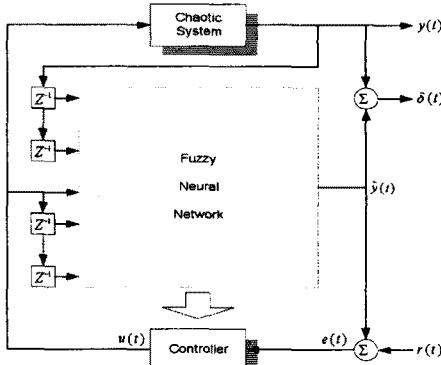


그림 2 FNN 예측 제어 시스템의 구조

그림에서 혼돈 비선형 시스템의 출력과 FNN 출력의 차로 정의되는 $\delta(t)$ 는 2.1절에서 서술한 경사 하강법을 사용하여 FNN 예측기의 파라미터를 조정하고, FNN 출력과 기준 출력의 차로 정의되는 제어 오차 $e(t)$ 는 FNN을 이용한 예측 제어기의 파라미터를 조정한다.

본 논문에서는 1개의 과거 혼돈 비선형 시스템의 출력값과 1개의 제어 입력 값을 FNN 모델의 입력으로 사용하였다.

예측 제어기의 파라미터를 조정하기 위한 오차 함수를 식 (7)과 같이 정의하면, 오차 함수 $E(k+1)$ 를 최소화하기 위한 제어 입력은 식 (8)과 같이 경사 하강법을 이용하여 구할 수 있다.

$$E(k+1) = \frac{1}{2}(r(k+1) - \hat{y}(k+1))^2 = \frac{1}{2}e^2(k+1) \quad (7)$$

$$u(k+1) = u(k) - \eta \frac{\partial E(k+1)}{\partial u(k)} \quad (8)$$

여기서 η 는 학습률(learning rate)이다.

식 (8)의 우변에서 $\frac{\partial E(k+1)}{\partial u(k)}$ 는 다음과 같이 식 (9)에 의해 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k+1)}{\partial u(k)} &= -e(k+1) \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k)} \\ &= -e(k+1) \frac{\partial}{\partial u(k)} \left[\sum_{i=1}^n \hat{\mu}_i \cdot w_{f_i} \right] \quad (9) \\ &= -e(k+1) \sum_{i=1}^n \left[\frac{\left(\frac{\partial \mu_i}{\partial u(k)} \cdot \sum_{j=1}^n \mu_j \right) - \left(\mu_i \cdot \sum_{j=1}^n \frac{\partial \mu_j}{\partial u(k)} \right)}{\left(\sum_{j=1}^n \mu_j \right)^2} \cdot w_{f_i} \right] \end{aligned}$$

여기서 $\frac{\partial \mu_i}{\partial u(k)}$ 는 다음과 같이 구할 수 있으며, m 은 각 입력에 대한 소속 함수의 개수이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_i}{\partial u(k)} &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))}}{\partial u(k)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{13}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{13}}))}}{\partial u(k)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{13}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{13}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{14}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{14}}))}}{\partial u(k)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{13}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{13}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{14}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{14}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{15}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{15}}))}}{\partial u(k)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{13}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{13}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{14}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{14}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{15}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{15}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{16}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{16}}))}}{\partial u(k)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{13}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{13}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{14}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{14}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{15}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{15}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{16}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{16}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{17}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{17}}))}}{\partial u(k)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{11}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{11}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{12}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{12}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{13}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{13}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{14}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{14}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{15}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{15}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{16}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{16}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{17}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{17}}))} - \frac{1}{1+\exp(-w_{\mu_{18}}(\hat{y}(k)-w_{\mu_{18}}))}}{\partial u(k)} \end{aligned}$$

따라서 오차 함수 E 를 최소화하기 위한 제어 입력이 계속적으로 생성되며, 생성된 제어 입력은 혼돈 비선형 시스템과 FNN 모델의 입력으로 사용된다.

2.3 모의 실험 및 결과 고찰

본 논문의 모의 실험을 위해 제어 대상으로는 혼돈 비선형 시스템을 선정하였다. 추적(tracking) 제어를 위해 연속으로 전신 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템을 선정하였으며, 조절(regulation) 제어와 다양한 혼돈 비선형 시스템의 적용 가능성을 확인하기 위하여 이산 시간 혼돈 비선형 시스템인 Hénon 시스템을 선정하였다.

2.3.1 Duffing 시스템

Duffing 시스템의 동역학은 식 (10)과 같다.

$$x(t) = y(t) \quad (10)$$

$$y(t) = -p_1 x(t) - x^3(t) - p_2 y(t) + q \cos(wt)$$

혼돈 현상을 보이도록 다음과 같은 파라미터와 초기 값을 선정하였다.

$$(p_1, p_2, q, w, x(0), y(0)) = (0.4, -1.1, 1.8, 1.8, 0, 0)$$

선택된 파라미터와 초기 값에 대한 Duffing 시스템의 스티레인지 어트랙터는 그림 3과 같다.

Duffing 시스템의 추적 제어를 위해 기준 경로는 1주 기해로 선택하였으며, 샘플링 주기는 혼돈 현상이 유지되도록 0.05초로 정하였다. 또한 FNN의 소속 함수는 각 입력에 대하여 12개의 소속 함수를 할당하였으며, 후진부의 연결 강도를 조정하기 위한 경사 하강법의 학습률 η 는 0.01로 하였다.

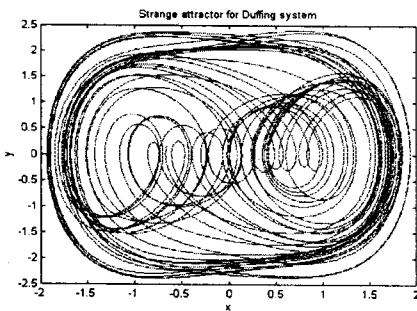
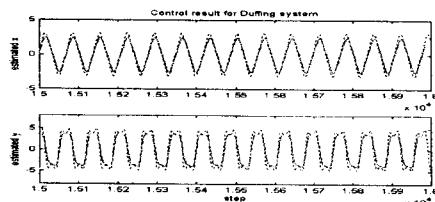


그림 3 Duffing 시스템의 스트레인지 어트랙터

한편 Duffing 시스템의 제어 결과는 그림 4와 같다.



(실선 : 플랜트 출력, 점선 : 기준 신호)

그림 4 Duffing 시스템의 제어 결과

FNN을 이용한 예측 제어기를 적용하여 얻어진 Duffing 시스템에 대한 추적 제어 결과(그림 4)는 평균 제곱 오차(mean square error : MSE)로 x , y 각각 0.0372, 0.2157로 다층 신경 회로망(multilayer neural network)을 이용한 Duffing 시스템에 대한 추적 제어 결과(MSE : $x=0.0568$)에 비해 우수한 제어 성능을 보였다.

2.3.2 Hénon 시스템

Hénon 시스템은 식 (11)과 같은 상태 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= y_n + 1 - ax_n^2 \\ y_{n+1} &= bx_n \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 각 파라미터와 초기값은 다음과 같다.

$$\{a, b, x_0, y_0\} = \{1.4, 0.3, 0, 0\}$$

선택된 파라미터와 초기 값에 대한 Hénon 시스템의 스트레인지 어트랙터는 그림 5와 같다.

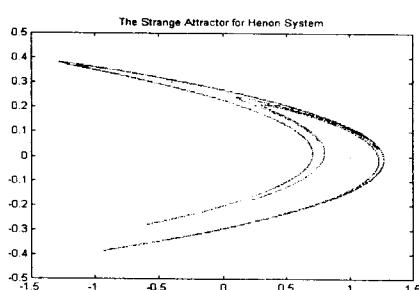


그림 5 Hénon 시스템의 스트레인지 어트랙터

Hénon 시스템의 경우는 조절 제어를 위해 기준 경로를 임의의 점($x=0$, $y=-1$)으로 하였으며, 샘플링 주기는 0.05초로 하였다. 또한 Hénon 시스템에 대한 FNN의 소속 함수는 각 입력에 대하여 12개의 소속 함수를 할당하였으며, 후반부의 연결 강도를 조정하기 위

한 경사 하강법의 학습률 η 는 0.01로 하였다.

그림 6은 Hénon 시스템에 대한 제어 결과를 보여주고 있다.

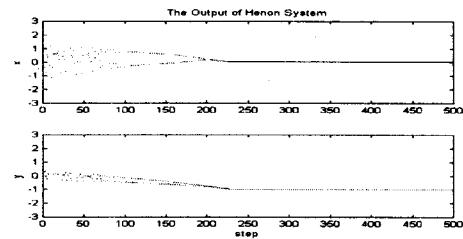


그림 6 Hénon 시스템의 제어 결과

설계된 FNN을 이용한 예측 제어기를 적용하여 얻어진 Hénon 시스템에 대한 조절 제어 결과는 평균 제곱 오차(MSE)로 각각 0.0101, 0.0192로 수렴성이나 정확성에서 우수한 제어 성능을 나타냈다.

3. 결 론

본 논문에서는 지능 제어 관점에서 퍼지 신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 예측 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. 본 논문에서 제안한 제어기 설계 방법은 혼돈 비선형 시스템의 실제 출력과 퍼지 신경 회로망 모델의 출력 오차를 이용하여 예측기의 파라미터를 조정하고, 혼돈 비선형 시스템의 실제 출력과 기준 출력의 오차인 제어 오차를 이용하여 퍼지 신경 회로망을 이용한 예측 제어기의 파라미터를 경사 하강법으로 조정하였다. 본 논문의 방법에 의하여 설계된 예측 제어기의 성능 평가를 위해 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템과 이산 시간 혼돈 비선형 시스템인 Hénon 시스템에 각각 적용하여 컴퓨터 모의 실험을 수행한 결과, 기존의 신경 회로망 제어기나 퍼지 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어기의 경우보다 400배 이상 빠르고 안정적으로 혼돈 비선형 시스템을 제어함을 알 수 있었다. 또한 본 논문에서 설계된 예측 제어기는 이산 시간 혼돈 비선형 시스템을 위한 일반형 예측 제어기의 경우보다 수렴 속도가 1.1배~1.4배 향상된 제어 성능을 나타냄을 확인할 수 있었으며, 연속 시간 혼돈 비선형 시스템 및 이산 시간 혼돈 비선형 시스템에 적용하여 다양한 혼돈 비선형 시스템의 제어에 적용 가능함을 보였다.

이 논문은 2000년도 두뇌한국21사업 핵심사업 분야에 의하여 지원되었음.

(참 고 문 헌)

- [1] G. Chen, X. Dong, "From Chaos to Order-Perspectives and Methodologies in Controlling Nonlinear Dynamical Systems," Int'l J. of Bifur. Chaos, vol. 3, no. 6, pp. 1363-1409, 1993.
- [2] T. Furuya, A. Kokubo and T. Sakamoto, "NFS : Neuro Fuzzy Inference System," Proc. IIZUKA, pp. 219-230, 1998.
- [3] S. Horikawa, T. Furuhasshi and Y. Uchikawa, "On Identification of Structures in Premises of a Fuzzy Model using a Fuzzy Neural Networks," Proc. 2nd IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems, pp. 661-666, 1993.
- [4] 류주훈, 최윤호, 박진배, "퍼지 신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 간접 적응 제어기 설계," 대한전자공학회 추계학술대회 논문집, vol. 21, no. 2, pp. 437-440, 1998.