

## 에너지와 위상을 분리하여 해석하는 파랑변형 모형에 대한 소고 A note on the wave transformation models analyzing wave energy and phase separately

이창훈<sup>1</sup> · 김건우<sup>2</sup> · 서경덕<sup>2</sup>

Changhoon Lee<sup>1</sup>, Gunwoo Kim<sup>2</sup>, and Kyung Doug Suh<sup>2</sup>

### 1. 머리말

파랑은 먼바다에서 주로 바람에 의하여 생성되어 천해로 전파되어 오면서 천수, 굴절, 회절, 반사, 증첩의 여러 가지 변형 과정을 거친다. 이 변형 과정 가운데 바닥의 영향으로 발생하는 것은 천수, 굴절, 반사이고 파랑간에 발생하는 것은 회절, 증첩이다. 수심이 파장의 1/2 보다 작은 경우 바닥의 영향을 받게 되는데 이 해석이 중간수심해와 천해에 해당한다.

파랑변형모형은 파향선추적법부터 시작된다. O'Brien(1942)은 파향선(wave ray)을 따라 파랑의 천수와 굴절을 해석하는 법을 개발하였다. 이 해석법의 단점은 파랑의 회절을 해석할 수 없다는 것이었다. 이를 극복하는 방법으로 Bouws와 Battjes(1982)는 한 지역에서 교차하는 파향선의 수에 따라 파랑에너지의 밀도를 결정하여 파랑의 회절을 예측하였다.

파향선추적법은 파향선을 따라 파랑정보가 해석되기 때문에 공간적으로 균일하게 파랑정보를 제

공할 수 없는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위해서 파수의 비회전성과 파랑에너지 보존식을 사용하여 유한차분법으로 수치계산 함으로써 공간적으로 균일한 파랑정보를 얻을 수 있었다(Noda 등, 1974; Perlin과 Dean, 1983; Suh, 1987; Dalrymple, 1988). 이 방법도 파향선추적법과 마찬가지로 회절 현상이 고려되어 있지 않은 한계가 있다.

파랑의 천수, 굴절, 회절을 모두 해석할 수 있게 된 것은 Berkhoff(1972)의 완경사방정식의 개발로 가능하게 되었다. 이 식은 속도포텐셜 또는 수면변위를 변수로 하는 타원형 식으로서 이후 쌍곡형 식(Smith와 Sprinks, 1975; Nishimura 등, 1983; Copeland, 1985; Radder와 Dingemans, 1985; Kubo 등, 1992; Lee, 1994)과 포물형 식(Radder, 1979; Booij, 1981; Kirby와 Dalrymple, 1983)으로도 개발되었다. 최근에는 Berkhoff가 완경사방정식을 개발할 때 무시한 고차의 수심변화 항 즉, 바닥의 곡률과 바닥경사의 제곱항의 중요성이 인식되었다(Massel, 1993; Suh 등, 1997; Lee 등, 1998).

<sup>1</sup> 세종대학교 토목환경공학과(Department of Civil & Environmental Engineering, Sejong University, 98 Kunja-Dong, Kwanjingu, Seoul 151-747, Korea)

<sup>2</sup> 서울대학교 지구환경시스템공학부 (School of Civil, Urban, and Geosystem Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

타원형, 쌍곡선형, 포물선형 식들은 에너지와 위상이 합쳐진 complex potential 을 이용한다. 그러나 해안선 변형 모델 등에는 파고(에너지)와 파향(위상)이 필요하므로 이들을 분리하여 계산하는 모형이 유리하다. 그리고, 넓은 영역에 적용하기 위해서 파랑의 공간적인 위상의 정보가 필요하지 않은 모형의 개발이 필요하였다.

파랑의 회절효과를 반영하기 위해서 Ebersole (1985)은 타원형 환경사방정식을 파랑에너지와 위상에 대한 정보로 분리하여 파랑에너지 전송식과 eikonal 식을 각각 도출한 뒤 이 두 식을 사용하여 파랑변형을 해석하였다. eikonal 식에서 위상의 공간적 변화율을 결정하는 요소에는 선형의 분산관계식에서 결정되는 파수 뿐만 아니라 파랑에너지의 확산 항이 있다. 파랑에너지의 확산 항은 파랑의 회절을 표현하는 것이다. Ebersole 은 파랑에너지 전송식과 eikonal 식을 사용하여 파랑의 천수, 굴절 뿐 아니라 회절까지 해석할 수 있다고 주장하였다. Berkhoff 등(1982)은 경사면에 타원형 둔덕이 있는 바닥 위로 파랑이 전파하면서 천수, 굴절, 회절이 동시에 발생하는 현상에 대하여 수리모형실험을 실시하였다. Ebersole 은 그의 모형을 Berkhoff 등의 실험 예에 적용하였다. 그 결과 두 가지 사실이 발견되었다. 첫째, Ebersole 의 모형을 사용하면 둔덕 뒤에 파랑에너지의 분산 즉 회절현상이 재현됨을 알 수 있었다. 둘째, 둔덕 뒤에서 주파향에 직각 방향으로 파랑에너지의 증감이 반복되는 현상이 수리모형실험에서는 관측되었는데 Ebersole 의 모형은 이를 나타내지 못하였다. 두 번째 사실의 경우 여러 개의 파랑이 둔덕 뒤에서 중첩되어 파랑간의 위상차로 인하여 파랑에너지의 증감이 발생하는데 Ebersole 의 접근법에서는 이러한 현상이 재현되지 않음을 알 수 있었다.

최근 정·이 (1998)는 Ebersole 의 방법을 따라 Massel 의 확장형 환경사방정식으로부터 파랑에너지 전송식과 eikonal 식을 도출한 뒤 이 두 식을 사용하여 파랑변형을 해석하였지만, 주목할 만한 개선은 이루어지지 않았다.

파랑에너지 전송식과 eikonal 식을 사용한 파랑해석법이나 파랑에너지 보존식과 파수의 비회절성을 사용한 파랑해석법은 에너지와 위상에 대한 정보를 분리해서 해석하는 공통점이 있다. 이 해석법은 파랑의 위상이 공간적으로 변하는 현상을 재현할 필요가 없기 때문에 수치해석 시 한 파장 내에 격자수가 4 개 이상 있어야 하는 제한성을 둘 필요

가 없다는 장점이 있다. 계산영역이 아주 큰 경우에 격자간격을 크게 하여도 파랑변형을 해석하는데 문제가 없다는 것이다. 그럼에도 불구하고 이러한 해석법은 널리 쓰이지 않고 있다. 이 해석법에 근본적으로 문제점이 있지 않나 하는 의구심을 갖게 한다.

본 연구에서는 파랑에너지와 위상에 대한 정보를 분리하여 해석하는 기법에 대한 근본적인 문제점을 밝히고 이를 수치실험을 통해서 증명하고자 한다. 이 기법은 위상의 공간적인 분포가 무시되어 파랑의 위상간의 간섭 현상이 나타나지 않음으로써 문제점이 발생한다고 판단된다. 아울러 파랑변형모형 가운데 파랑의 위상 정보를 고려한 포물형 환경사방정식도 이론적인 분석과 수치실험을 통하여 비교·검토하고자 한다.

## 2. 이론적 접근

에너지와 위상을 분리하여 해석하는 파랑변형모형을 사용할 경우 파랑의 중첩의 중요성이 간과되는 것으로 판단된다. 파랑이 중첩되면 즉, 파향선이 교차하면 파의 위상 및 에너지의 변화가 발생한다. 따라서, 두 파랑이 만났을 때 두 파랑간의 위상 차에 따라 파랑에너지의 분포가 달라진다. 이렇게 파랑의 위상차를 인지하지 않고 파랑의 변형을 예측할 경우 심각한 오류를 범하게 된다. 파랑의 수면변위  $\eta$  를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\eta = a \cos \Psi \quad (1)$$

위 식에서  $a$  는 파랑의 진폭이고  $\Psi$  는 파랑의 위상이다. 파랑의 위상은 파수벡터  $\mathbf{k}$  와 각주파수  $\omega$  와 함께 다음 관계에 있다.

$$\Psi = \int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{x} - \omega t + \varepsilon \quad (2)$$

위 식에서  $\varepsilon$  는 파랑의 위상차이다. 공간적으로 1 차원의 경우 파의 진폭이 동일하고 위상차가  $0^\circ$  인 두 파랑이 전파하는 경우 수면변위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta &= a \cos(kx - \omega t) + a \cos(kx - \omega t) \\ &= 2a \cos(kx - \omega t) \end{aligned} \quad (3)$$

위상차가  $180^\circ$  인 두 파랑이 전파하는 경우 수

면변위는 다음과 같다.

$$\eta = a \cos(kx - \omega t) + a \cos(kx - \omega t + \pi) = 0 \quad (4)$$

즉, 파랑의 위상차가 0° 인 경우 파의 진폭이 2 배로 커지는 반면에 파랑의 위상차가 180° 인 경우 파의 진폭이 소멸된다.

그런데, 에너지와 위상을 분리하여 해석하는 기법을 사용하면 위상의 공간적인 분포를 감지할 수 없다. 단지 파랑 위상의 공간적인 변화율(즉, 파수)만 알 수 있다. 파수의 비회전성을 이용하는 해석법에서는 파랑 위상의 공간적 변화율은 선형 분산관계식으로 계산되며 파향각은 파수의 비회전성으로부터 계산된다. 선형 분산관계식은 다음과 같다.

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (5)$$

파수의 비회전성은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(k \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial y}(k \cos \theta) = 0 \quad (6)$$

위 식에서  $\theta$  는 파향각이다. 한편, eikonal 식을 사용하는 해석법에서는 파랑의 공간적 변화율은 선형 분산관계식과 회절효과로부터 알 수 있다. 환경사방정식에서 유도되는 eikonal 식은 다음과 같다.

$$|\nabla \Psi|^2 = k^2 + \frac{\nabla \cdot (CC_g \nabla a)}{CC_g a} \quad (7)$$

위 식 우변의 첫 번째 항인 파수  $k$  는 선형 분산관계식 (5)로 구하고, 두 번째 항은 파랑에너지의 공간적인 분산 항으로서 회절효과를 의미한다. 또한,  $C = \omega/k$  는 파랑의 위상 속도이고  $C_g = \partial \omega / \partial k$  는 파랑의 군속도이다.

### 3. 수치실험

파랑변형 가운데 파랑의 위상간 간섭이 중요하게 드러나는 경우에 위상의 공간 분포를 무시한 모형인 Ebersole(1985) 모형과 이를 고려한 포물형 환경사방정식(Radder, 1979)을 함께 수치실험 하여 비교·검토하였다.

첫 번째, 수심이 일정한 바닥 위에 1 파장 길이

의 이안제(detached breakwater)가 존재하는 해역에 파랑이 전파하는 현상을 수치실험 하였다. 엄밀해와 포물형 환경사방정식에 의한 해와 Ebersole 모형에 의한 해를 비교하였다. 반무한 방파제가 왼쪽 또는 오른쪽에 있는 경우에 Penney와 Price(1952)의 해석적인 해를 중첩한 것을 엄밀해로 사용하였다. 포물형 환경사방정식에 의한 해를 구할 때 좌·우 경계에는 개방경계조건(Dalrymple 과 Martin, 1992)을 사용하였다. 파의 주기는  $T=1$  초, 수심은  $h=0.45$  m로 두었다. 계산영역은 이안제의 중심에서 좌·우로 6 파장의 거리를 두었고 이안제 뒤로 12 파장의 거리를 두었다. 격자간격을 포물형 환경사방정식의 경우  $\Delta x = \Delta y = L/8$  ( $L$ 은 파장임)로 두고 Ebersole 모형의 경우  $\Delta x = \Delta y = L/4$ 로 두었다.

그림 1(a)에 파고의 엄밀해를 입사파의 파고로 나눈 무차원 파고를 도시하였다. 이안제의 좌·우 양쪽에서 파랑이 전파하면서 회절이 발생하고 더 나아가 파랑의 위상간 간섭이 발생하면서  $y$  축 방향(즉, 파향선에 거의 직각 방향)으로 파고의 증감이 반복되는 것을 볼 수 있다. 그림 1(b)에 이안제 뒤로 12 파장 거리에  $y$  축 방향으로 끊는 단면을 따라 진폭의 엄밀해와 포물형 환경사방정식에 의한 해와 Ebersole 모형에 의한 해를 비교하였다. 포물형 환경사방정식에 의한 해는 이안제 뒤에 회절에 의해서 파고가 작아진 현상이 나타날 뿐만 아니라 파랑의 증첩에 의해서 파랑에너지의 증감이 반복되는 현상이 나타났다. 그리고 그 결과는 엄밀해와 거의 일치하였다. 단지 이안제 바로 뒤에는 엄밀해와 약간의 차이가 났다. 이는 임의로 예측한 파의 주 방향(즉,  $x$  축 방향)과 실제 파향선의 방향이 다를 때 오차가 발생하는 포물형 모형의 한계점으로 설명할 수 있다. 반면 Ebersole 모형의 경우 이안제 뒤에 회절에 의해서 파고가 작아지는 현상은 나타났으나 파랑의 증첩에 의한 파랑에너지의 증감 현상이 나타나지 않았다. 그 결과 파고가 증폭되는 첫 번째 지점에서 무차원 파고의 엄밀해가 1.23 인데 반해 Ebersole 모형에 의한 해는 1.02 밖에 되지 않았다. 또한 파고가 상쇄되는 첫 번째 지점에서 무차원 파고의 엄밀해가 0.73 인데 반해 Ebersole 모형에 의한 해는 0.86 이다.

두 번째, Berkhoff 등(1982)의 경사면상의 수중둔덕 위로 파랑이 전파하면서 천수, 굴절, 회절, 증첩이 발생하는 현상을 수치실험 하였다. 파의 진폭에 대하여 수리모형 실험자료와 포물형 환경사

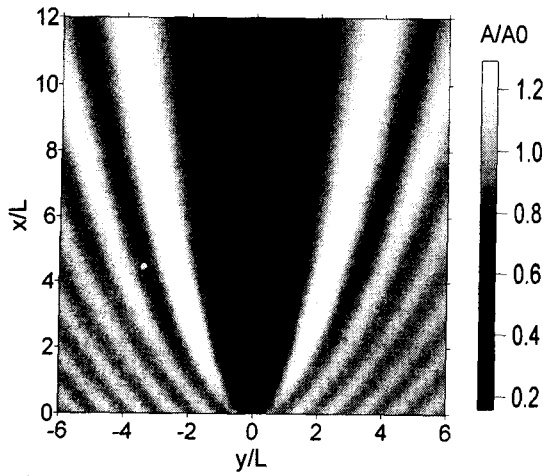


Fig. 1(a). Relative density plot of analytical solution

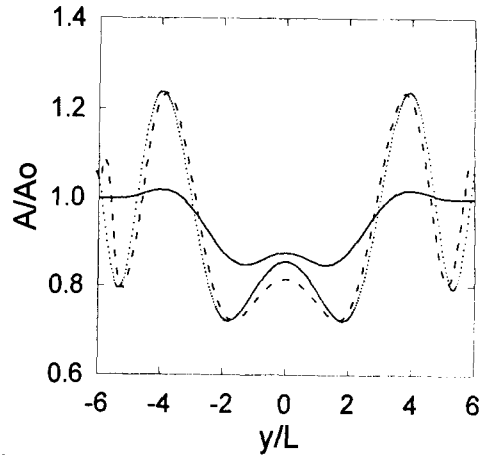


Fig. 1(b). Comparison of numerical solutions with analytical solution: · analytical; - - parabolic; — Ebersole.

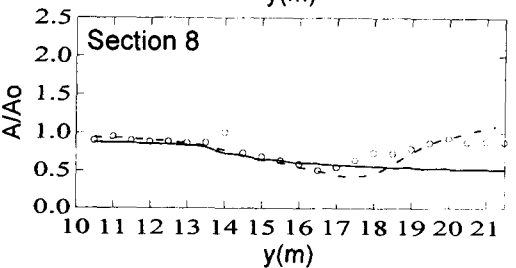
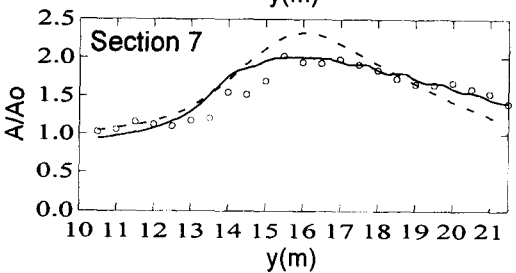
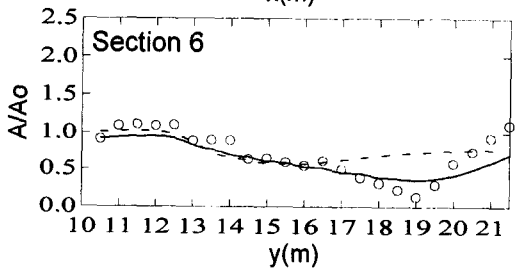
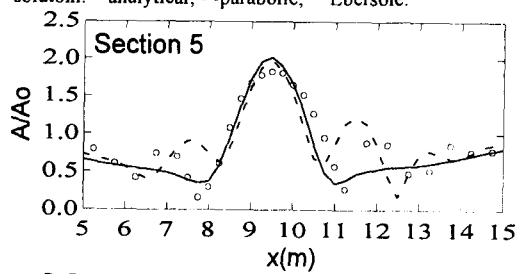
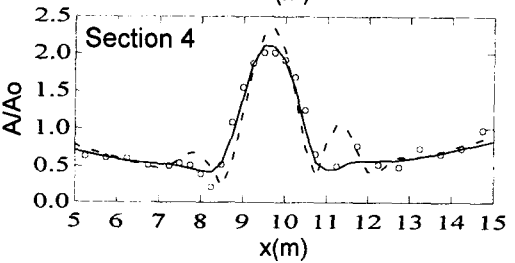
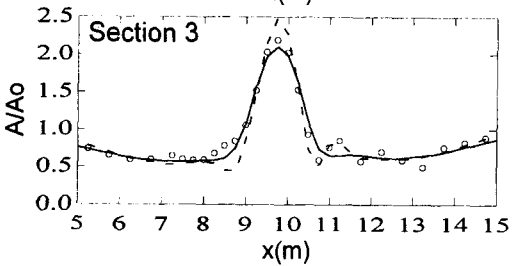
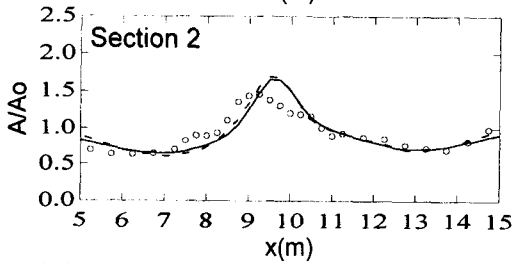
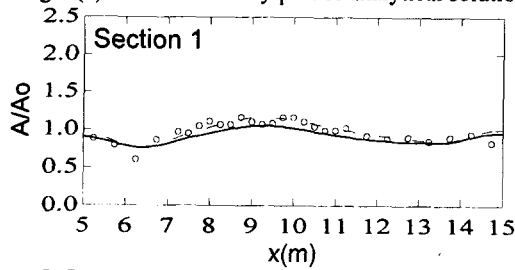


Fig. 2. Comparison to experimental data of Berkhoff et al. (1982): ○ Experimental data; --- parabolic model; — Ebersole model.

방정식에 의한 해와 Ebersole 모형에 의한 해를 비교하였다. 이 실험 자료는 파랑변형 모형을 연구하는 수많은 연구자들에 의하여 기술된 바 있으므로 본 논문에서는 수심, 파랑 조건, 관측 위치 등에 대한 설명을 생략한다. 격자간격은 포물형 환경사방정식과 Ebersole 모형의 두 경우 공히  $\Delta x = \Delta y = 0.25m$ 로 두었다.

그림 2에 8개의 단면을 따라 측정된 무차원 파고를 비교하였다. 단면 5에서 둔덕을 지난 여러 개의 파랑이 위상간 간섭으로 인하여 파랑에너지의 증감이 단면을 따라 반복되었다. 포물형 환경사방정식의 경우 이러한 파고의 증감이 정성적으로 나타났다. 단지 증감하는 위치가 정확히 나타나지 않았다. 단면 5의 위치에서는 파랑의 비선형 현상이 두드러져 파속이 선형파에 비해서 더 크고, 따라서 파고가 증감하는 위치가 다르게 나타난다. 본 연구에서 사용한 포물형 환경사방정식은 선형파 모형이므로 이 모형에 의한 수치해석 결과가 정확하지 않은 것이다. 이러한 선형파 모형의 문제점이 단면 6, 8의 하류 지점에서도 마찬가지로 보인다. Ebersole 모형의 해는 둔덕 가까이 파랑의 중첩이 작게 발생하는 단면 1, 2에서는 관측치와 크게 차이가 없으나 둔덕 뒤에 제법 멀리 떨어져서 파랑의 중첩이 크게 발생하는 단면 3, 4, 5에서는 관측치와 크게 차이가 났다. 단면 6, 8의 하류지점에서는 Ebersole 모형의 해와 포물선형 환경사방정식 모두 부정확한 해를 보였다.

#### 4. 맺음말

파랑변형 모형 가운데 에너지와 위상에 대한 정보를 분리하여 해석하는 기법에 대한 근본적인 문제점을 밝히고 이를 수치실험을 통해서 증명하였다. 이 기법을 적용하면 위상의 공간적인 분포가 무시되어 파랑의 위상간의 간섭 현상이 나타나지 않음으로써 문제점이 발생하는 것으로 확인되었다. 파랑의 위상간 간섭은 실 해역에서 빈번히 볼 수 있는 현상이다. 예를 들어, 수중둔덕 위로 파랑이 전파할 때 둔덕의 하류에서는 둔덕의 좌·우에서 굴절에 의해서 휘어져 온 여러 개의 파랑이 위상간 간섭을 겪으면서 중첩되면서 지나간다. 위상차가 0°인 곳에서는 파의 에너지가 증폭되고 위상차가 180°인 곳에서는 상쇄된다. 또 다른 예로 섬을 지난 파랑이 회절을 겪으면서 섬 뒤 안쪽으로 휘어져 들어오고 중첩된다. 따라서 위상간 간섭이 발

생하면서 어느 곳에서는 파랑에너지가 증폭되고 또 다른 곳에서는 상쇄된다.

이안제 뒤로 파랑의 회절과 중첩이 발생하는 경우와 Berkhoff 등(1982)의 수중 둔덕 위로 파랑이 전파하면서 천수, 굴절, 회절, 중첩이 발생하는 경우에 대해서 수치실험을 수행하였다. 그리고, 그 결과를 엄밀해 또는 관측치와 비교하였다. 수치실험시 에너지와 위상을 분리하여 해석하는 모형으로서 Ebersole 모형을 사용하였고, 에너지와 위상을 분리하지 않고 해석하는 모형으로서 포물형 환경사방정식을 사용하였다. 수치해석결과를 비교하여 이안제 또는 수중둔덕 뒤에서 파랑의 위상간 간섭이 중요하고 이러한 위상간 간섭을 무시한 Ebersole 모형에 의한 해석결과는 큰 오차를 발생시킬 것을 보였다.

에너지와 위상을 분리하여 해석하는 모형은 파랑의 위상이 공간적으로 변하는 현상을 재현할 필요가 없기 때문에 수치해석 시 한 파장 내에 격자수가 4개 이상 있어야 하는 제한성을 둘 필요가 없다는 장점이 있다. 그러나, 위상의 공간적인 분포는 파랑의 에너지를 결정짓는 중요한 인자이므로 이를 무시한 모형은 근본적으로 파랑변형을 제대로 해석할 수 없는 문제가 있다.

#### 참고문헌

- 정신탉, 이창훈, 1998. 확장형 환경사방정식을 이용한 Ebersole 형 파랑변형 모형. 한국수자원학회 논문집, 제 31 권 제 6 호, 845-854.
- Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction. *Proc. 13th Int. Conf. Coastal Eng.* ASCE, 471-490.
- Berkhoff, J.C.W., Booy, N., and Radder, A.C., 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves. *Coastal Eng.*, 6, 255-297.
- Booij, N., 1981. *Gravity Waves on Water with Non-Uniform Depth and Current*. Ph.D. Dissertation, Delft Univ. of Technology.
- Bouws, E. and Battjes, J.A., 1982. A Monte Carlo approach to the computation of refraction of water waves. *J. Geophys. Res.*, 87(C8), 5718-5722.
- Chandrasekera, C.N. and Cheung K.F., 1997. Extended linear refraction-diffraction model. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 123, 280-286.
- Copeland, G.J.M., 1985. A practical alternative to the mild-slope wave equation. *Coastal Eng.*, 9, 125-149.
- Dalrymple, R.A., 1988. Model for refraction of water

- waves. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 114, 423-435.
- Dalrymple, R.A. and Martin, P.A., 1992. Perfect boundary conditions for parabolic water wave models, *Proc. Roy. Soc. London. A*, 437, 41-54.
- Ebersole, B.A., 1985. Refraction-diffraction model for linear water waves. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 111, 939-953.
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1983. A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography, *J. Fluid Mech.*, 136, 453-466.
- Kubo, Y., Kotake, Y., Isobe, M. and Watanabe, A., 1992. Time-dependent mild slope equation for random waves. *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Eng.*, ASCE, 419-431.
- Lee, C., 1994. *A Study of Time-Dependent Mild-Slope Equations*. Ph.D. Dissertation, Univ. of Delaware.
- Lee, C., Park, W.S., Cho, Y.-S., and Suh, K.D., 1998. Hyperbolic mild-slope equations extended to account for rapidly varying topography. *Coastal Eng.*, 34, 243-257.
- Massel, S.R., 1993. Extended refraction-diffraction equation for surface waves. *Coastal Eng.*, 19, 97-126.
- Nishimura, H., Maruyama, K. and Hirakuchi, H., 1983. Wave field analysis by finite difference method. *Proc. 30th Japanese Conf. Coastal Eng.*, 123-127 (in Japanese).
- Noda, E.K., Sonu, C.J., Rupert, V.C. and Collins, J.I., 1974. Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave current interactions in the surf zone, *Tetra-Tech Rep.* No. TC-149-4
- O'Brien, M.P., 1942. A summary of the theory of oscillatory waves. *Tech. Rept. 2*, U.S. Army Beach Erosion Board, Washington, D.C.
- Penney, W.G. and Price, A.T. 1952. The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters. *Philos. Trans. Roy. Soc. A*, 244(882), 236-253.
- Perlin, M. and Dean, R.G., 1983. A efficient numerical algorithm for wave refraction/shoaling problems. *Proc. Coastal Structures '83*, ASCE, 988-1010.
- Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation method for water-wave propagation. *J. Fluid Mech.*, 95, 159-176.
- Radder, A.C. and Dingemans, M.W., 1985. Canonical equations for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves. *Wave Motion*, 7, 473-485.
- Smith, R. and Sprinks, T., 1975. Scattering of surface waves by a conical island. *J. Fluid Mech.*, 72, 373-384.
- Suh, K., 1987. Numerical model for wave refraction/shoaling. *Ocean Res.*, 9, 25-28.
- Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S., 1997. Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography. *Coastal Eng.*, 32, 91-117.