

FEM을 이용한 유정압테이블의 운동정밀도 해석

박천홍*(KIMM), 정재훈(창원대 대학원), 이후상(KIMM), 김수태(창원대)

Finite Element Analysis on the Motion Error of Hydrostatic Table

C. H. Park(KIMM), J. H. Jung(Chanwon Univ.), H. Lee(KIMM), S. T. Kim(Changwon Univ.)

ABSTRACT

In order to achieve systematical method for improving motion accuracy of hydrostatic table, an algorithm using finite element method is proposed in this paper. Quantification of averaging effect of oil film on motion error is performed theoretically by analysis on the relationship between spacial frequency of rail form error and motion error of table. Influences of film stiffness and pocket size on the motion error of table are also analyzed theoretically. Validity of the algorithm is verified experimentally from the test on the motion error of table with three types of rail which have different form profile. Experimental results show that the algorithm is very effective to analyze theoretically the motion error of hydrostatic table.

Key Words : Hydrostatic table(유정압테이블), Motion error(운동오차), Finite Element Analysis(유한요소해석), Averaging effect of oil film(유막의 평균화효과), Spacial frequency(공간주파수)

1. 서론

본 논문에서는 숙련자에 의존하는 고정밀 유정압 테이블의 제작공정을 이론적으로 체계화하기 위한 한 가지 방법으로, 단면지지형 유정압테이블을 대상으로 유한요소법을 이용하여, 가공된 레일의 형상오차와 테이블의 설계조건으로부터 테이블의 운동정밀도를 해석할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 또한 이로부터 레일 형상오차의 각 공간주파수성분이 운동정밀도에 미치는 영향을 산출하여 '유막의 평균화효과'를 정량적으로 파악함으로써 레일 형상오차와 테이블의 운동정밀도간의 관계를 규명하고, 유막간극, 포켓크기 등 테이블 설계변수가 운동정밀도에 미치는 영향을 파악하고자 하였다. 서로 다른 형상오차를 갖는 3개의 레일에 대한 유정압테이블의 운동특성을 실험적으로 해석하고 이론치와의 비교를 통해 해석알고리즘의 타당성 검증도 수행하였다.

2. 해석을 위한 정적 평형상태의 모델링

유정압테이블이 레일상의 임의의 위치에서 정적 평형을 이룰 경우의 상태를 그림 2와 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 W 는 테이블의 자중을 포함한 외

부 하중, l_0 는 테이블의 길이, u 는 테이블 중심의 레일상의 좌표, $y(x)$ 및 $\theta(x)$ 는 좌표 x 에서의 테이블의 수직변위 및 각변위를 각각 나타낸다. 이 때, 레일의 형상오차 $e(x)$ 를 푸리에계수를 이용하여 나타내면 식(1)과 같으며, k 는 레일의 길이 L 에 대한 공간주파수 성분 $\omega_L = 2k\pi/L$ 의 주기를 의미하고, n 은 해석시에 고려되는 최대 주기를 나타낸다.

$$e(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n \left(a_k \cos \frac{2k\pi}{L} x + b_k \sin \frac{2k\pi}{L} x \right) \quad (1)$$

그림 1에 있어 테이블 중심의 레일기준선 $O-O'$

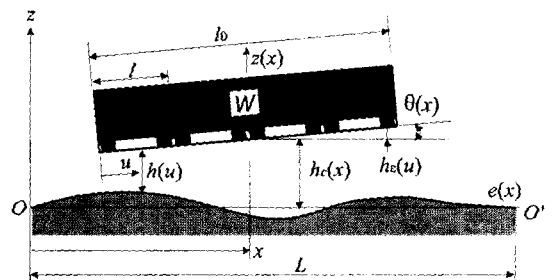


Fig. 1 Analysis model of hydrostatic table

에 대한 간극을 $h_c(x)$ 라고 하면, 테이블내 임의의 위치에 있어서의 간극 $h(u)$ 는 식(2)와 같이 나타낼 수 있으며 여기서 $h_c(u)$ 는 각변위에 의한 간극의 변화를 나타낸다.

$$h(u) = h_c(x) - e(u) + h_\varepsilon(u), \quad (2)$$

$$x - \frac{l_0}{2} \leq u \leq x + \frac{l_0}{2}$$

$$h_\varepsilon(u) = \varepsilon(x) h_c(x) \frac{2u - l_0}{l_0}$$

$$\varepsilon(x) = \frac{l_0}{2} \frac{\theta(x)}{h_c(x)}, \quad -1 \leq \varepsilon(x) \leq 1$$

한편, 운동오차의 해석을 위해서는 먼저, 레일상의 임의의 위치에서의 테이블의 자세오차를 적당한 값으로 가정하여 그에 따른 테이블내의 유막반력과 모멘트를 구한후, 모델링에서의 정적 평형상태와의 일치여부를 비교하고 그 값이 일치할 때 까지 자세오차의 가정값을 변화시켜가며 반복계산을 수행하게 된다. 이 때 테이블의 자세변화에 따른 압력분포는 유한요소법을 이용하여 계산하였다.

3. FEM을 이용한 운동정밀도 해석

3.1 지배방정식의 유한요소화

비압축성 점성유체에 대한 레이놀즈방정식을 삼각요소에 의해 유한요소화하면, 전 요소에 대한 압력분포는 식(3)과 같이 나타낼 수 있다^{1), 2)}. 단, Δ 는 삼각형요소의 면적, (u, v) 는 절점의 좌표, q_n 은 단위 유출유량, N_i, N_j, N_k 는 선형보간계수, h_n 은 평균 유막간극, η 는 윤활유의 점성계수를 나타낸다.

$$2[K]\{p\} + [Q] = 0 \quad (3)$$

$$[K]^e = \int \int_{E_n} \frac{h_n^3}{12\eta} [R_n]^T [R_n] du dv$$

$$[Q]^e = \int_{C_n} 2q_n [T_n] ds$$

$$[R_n] = \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}, [T_n] = [N_i, N_j, N_k]$$

$$N_i = a_i + b_i u + c_i v, \quad a_i = (u_j v_k - u_k v_j) / 2\Delta$$

$$b_i = (v_j - v_k) / 2\Delta, \quad c_i = (u_k - u_j) / 2\Delta$$

3.2 테이블 운동정도의 산출

식(3)에 있어 외부경계절점에서의 압력 $p_a=0$ 이므로, 압력행렬을 중심으로 미지와 기지의 부분행렬로 전개하여 정리하면 식(4)와 같이 되며, 여기서 부분행렬 $\{p_k\}$ 및 $\{Q_1\}$ 가 기지이므로 이를 이용하여 연

립행렬방정식을 풀면 식(5)과 같이 미지 절점의 압력 및 유량을 구할 수 있다. 여기서 $\{p_u\}$ 는 패드내 리세스 및 랜드부 절점에 대한 미지압력, $\{p_k\}$ 는 경계절점에 대한 기지압력행렬이며 k_c 는 모세관계수이다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_u \\ p_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} p_u \\ p_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[K_{11}'] = [K_{11}] + [K_{11}']$$

$$[K_{11}'] = \begin{cases} -k_{ci} / \eta, & \text{if } (i = j \cap i, j \leq m) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\{Q_1'\} = \{Q_1\} + \{Q_1''\}$$

$$\{Q_1''\} = \begin{cases} -k_{ci} p_s / \eta, & \text{if } (m \leq 4) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

이상의 과정에 있어 [K]행렬의 효율적인 계산을 위해 Choleski's algorithm³⁾을 이용하여 강성행렬을 삼각행렬로 분해하고, 삼각행렬의 해법으로 skyline method³⁾를 이용함으로써, 상대적으로 고주기까지의 공간주파수에 대한 운동정밀도해석을 가능하게 하였다.

식(5)으로 부터 압력분포가 얻어지면, 이를 이용하여 테이블의 유막반력 및 모멘트를 구할 수 있으며, 계산되어진 유막반력은 테이블의 하중조건과, 계산되어진 모멘트의 중심은 테이블의 실제 모멘트 중심과 일치할 때 까지 테이블 중심의 유막간극 $h_c(x)$ 및 각편심률 $\varepsilon(x)$ 를 변화시켜 반복계산을 수행한다. 이 때, 실제 테이블에 있어 모멘트중심은 테이블 중심과 일치하는 것으로 가정하였으며, 반복계산에서의 수렴값 ε_{conv} 는 10^{-4} 으로 설정하여 계산하였다.

수렴조건을 만족하는 테이블 중심의 유막간극 및 각편심률이 얻어지면, 그로부터 레일상의 임의의 위치 x 에서의 테이블의 직선운동오차 $y(x)$ 및 각운동오차 $\theta(x)$ 를 얻을 수 있으며, 이 과정을 총 이송거리에 대해 반복함으로써 운동오차를 얻을 수 있다.

4. 유정압테이블의 운동특성 해석

4.1 해석을 위한 변수 및 조건의 설정

먼저 해석을 위해 가정한 유정압테이블의 형상 및 형상에 관한 변수들을, 패드수 $m=3$ 일 때의 경우를 예로 하여 그림 2에 나타내었다. 단, 랜드폭비 $\beta = b_x / l_x = b_y / l_y$ 로 정의하여 사용하였다.

각 조건의 변화에 따른 특성 해석에 있어서는, 연

저 테이블길이 기준 공간주파수 $\omega = \omega_L l_0 / L$ 을 정의하고, 이 공간주파수를 기준으로 1~n의 주기를 갖는 레일상에서 유정압테이블이 각각 1주기(0 - 2π)만큼 이동했을 때의 직선운동오차 및 각운동오차의 최대변화를 구해 나타내었으며, 이로부터 각각의 조건변화에 따른 공간주파수와 운동정밀도의 관계를 분석하였다. 계산에 있어 최대주기 n은 30주기까지로 하였다. 유한요소해석에 있어서의 테이블 길이방향의 분할 절점수는 270개이상으로 하였으며 요소분할은 삼각형요소로 등분 분할하였다.

4.2 유막강성이 운동오차에 미치는 영향

테이블의 설정유막간극 h_0 을 30, 40, 50μm로 변화시켜 유막강성을 변화시켰을 경우, 단위 진폭(2δ=1μm)을 갖는 공간주파수에 따른 직선 및 각운동오차의 최대값을 구해 그림 3에 나타내었다. 그림으로부터 직선, 각운동오차의 최대값이 모두 유막간극의 변화에 관계없이 동일한 값을 가짐을 알 수 있으며, 따라서 테이블의 치수가 같을 경우, 특정 공간주파수의 레일형상오차에 의해 발생하는 운동오차는 유막강성에 관계없이 형상오차의 진폭에 비례함을 알 수 있다. 따라서 그림 3은 그림상에 표시된 형상조건을 갖는 유정압테이블에 있어서, 단위진폭을 갖는 1~30

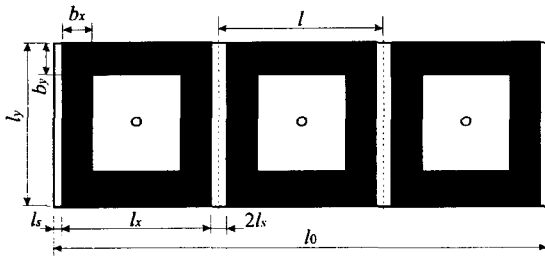


Fig. 2 Parameters on the dimension of table

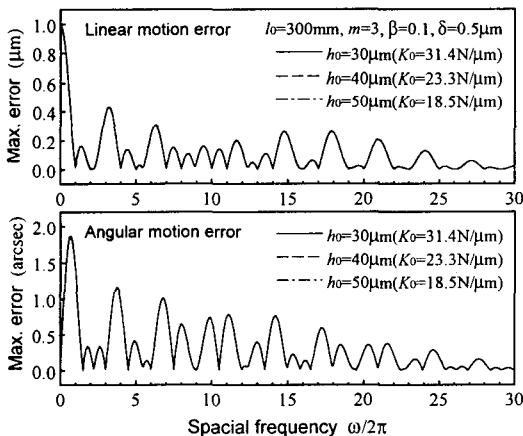


Fig. 3 Relationship between film stiffness and motion error

주기의 형상오차에 상응하는 유막의 평균화효과를 정량적으로 나타내게 된다.

4.3 레일 공간주파수와 운동오차의 관계

그림 3에서 각 공간주파수에 따른 최대운동오차의 변화를 검토하면, 3의 배수가 되는 주기에 있어서 각운동오차의 최대값은 0에 근접하여 각운동오차에 대한 둔감주파수(최대운동오차가 0이 되는 주파수)임을 보이고 있다. 또한 3의 배수가 아닌 정수의 주기에 있어서는 역으로, 직선운동오차에 대한 둔감주파수가 됨을 알 수 있다.

그림 4는 패드수 m=2인 경우에 대한 계산 결과를 나타낸 것으로, 2의 배수인 주기는 각운동오차에 대해 둔감주파수가 되며, 2의 배수가 아닌 정수의 주기는 직선운동오차에 대해 둔감주파수가 됨을 보이고 있다. 이상의 관계를 정리하면, 레일형상오차 가운데 패드수 m의 배수가 되는 공간주파수는 각운동오차에 대해 둔감주파수가 되어 직선운동오차만에 영향을 주게 되며, m의 배수가 아닌 정수의 공간주파수는 직선운동오차에 대해 둔감주파수가 되어 각운동오차에만 영향을 주게 됨을 알 수 있다.

4.4 포켓크기가 운동오차에 미치는 영향

그림 5는 테이블의 유막강성은 일정값을 유지하면서 랜드폭비를 변화시켰을 경우의 운동오차의 최대값을 나타낸 것으로, 랜드폭비가 클수록, 즉 포켓크기가 작을수록 직선, 각운동오차의 최대값이 모두 작아짐을 보이고 있어 운동정밀도면에서는 유리함을 확인할 수 있다.

5. 해석알고리즘의 실험적 검증

5.1 실험장치 및 실험방법

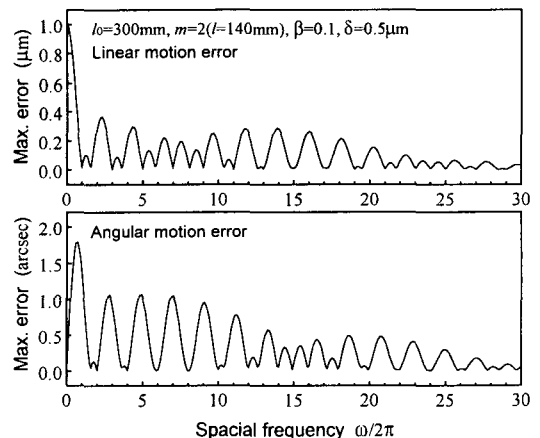


Fig. 4 Relationship between spatial frequency and motion error when the number of pad m=2

실험장치의 개략도를 그림 6에 나타내었다. 유정압테이블의 수직방향에는 단면패드에 대한 실험을 수행할 수 있도록 3개의 패드가 길이방향으로 설치되어 있으며 수평방향의 양쪽에도 유정압패드가 설치되어 있어 수평방향의 운동을 지지하도록 되어 있다. 테이블의 총 이송량은 145mm이며, 와이어로프와 스테핑모터를 이용하여 구동하였다. 표 1에 실험용 유정압테이블의 제원을 나타내었다.

실험용 레일로는 서로 다른 형상오차를 갖는 3개의 레일(이하, 레일A, B, C라 칭함)을 사용하였으며 각 레일의 형상오차는 독자적으로 개발한 진직도측정장치(측정정밀도 0.04 μm)⁴⁾를 이용하여 측정하였다. 그림 7은 레일A, B, C의 진직도를 나타낸 것이다. 레일A는 레일길이기준으로, 1주기성분이, 레일B는 레일A에 비해 상대적으로 2주기성분이 크게 되어 1, 2주기성분이, 레일C의 경우에는 레일A, B에 비해 고주기성분인 2, 3, 4주기성분이 지배적인 형상오차

Table 1 Specifications of hydrostatic table and rail

rail length \times width	250 \times 30mm
table length \times width	105 \times 105mm
pad length \times width	30 \times 20mm
number of pad	3
weight of table (including mirror for measurement)	64N
landwidth ratio	0.15
Supply pressure	1Mp _a

로 구성되어 있다.

운동오차측정시에 이송속도는 1.0mm/s로 하고 레이저간섭계(HP5528A)를 이용하여 측정하였다. 본 실험테이머에 있어 총 이송거리에 대해 30개 이상의 파장을 갖는 공간주파수 성분은 소프트웨어필터를 이용하여 제거하였다.

5.2 실험결과 및 고찰

그림 8에 실험용 테이블의 공간주파수에 따른 최대 운동오차를 나타내었으며, 그림 9, 10, 11에 유정압테이블이 레일A, B, C상에서 이송되었을 때의 운동오차 측정결과를 이론해석결과와 함께 나타내었다. 그림으로부터 3개의 레일에 대한 실험결과와 이론치와는 전체적으로 모두 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

공간주파수가 운동오차에 미치는 영향을 파악하기 위해, 그림 8을 참고로 하여 그림 9 및 그림 10의 레일A, B에 대한 실험결과를 비교해보면, 레일B의 경우 2주기(테이블 기준으로 0.84주기)성분이 크게 포함되어 있어 상대적으로 레일A에 비해 각운동오차가 악화되는 것을 알 수 있다. 한편 레일C의 경우

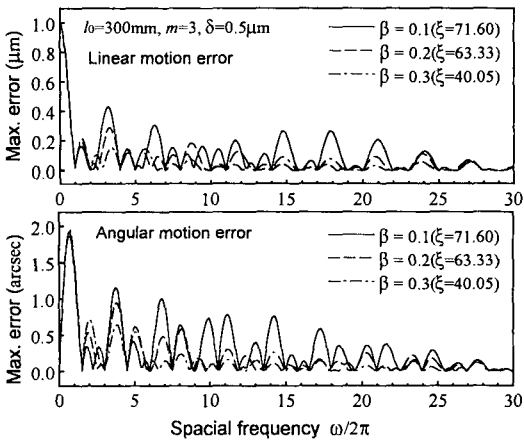


Fig. 5 Relationship between pocket size and motion error

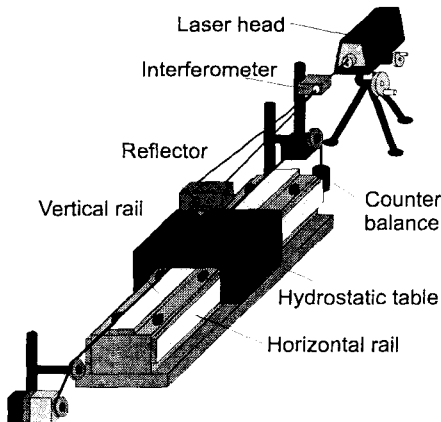


Fig. 6 Schematic diagram of experimental setup

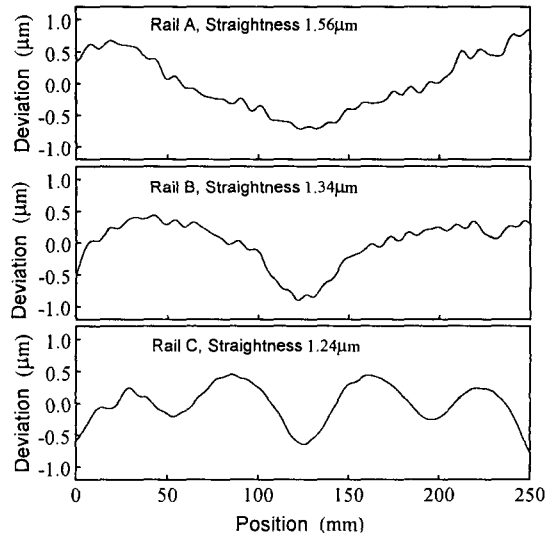


Fig. 7 Form error of rails for experiment

에는 1주기성분이 없으므로 직선, 각운동오차 모두 레일 A, B에 비해 훨씬 향상되는 결과를 보이고 있다. 이상으로부터 유한요소법을 이용한 해석 알고리즘은 유정압테이블의 운동오차 해석에 매우 유용함을 확인할 수 있다.

6. 결론

본 논문에서의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 유한요소법을 이용하여 단면지지형 유정압테이블의 운동정밀도를 해석할 수 있는 알고리즘을 제시하였으며 실험결과로부터 알고리즘의 유용성을 확인하였다.
- 2) 특정 공간주파수의 레일형상오차에 의해 발생하는 운동오차는, 유막강성에 관계없이 형상오차의 진폭에 비례한다.
- 3) 단위진폭을 갖는 각 공간주파수에 대한 운동오차를 산출하는 것에 의해 공간주파수에 따른 유막의 평균화효과를 정량적으로 산출할 수 있다.
- 4) 레일형상오차 가운데 패드수의 배수가 되는 공간주파수는 직선운동오차만에 영향을 주게 되며, 패드수의 배수가 아닌 정수의 공간주파수는 각운동오차에만 영향을 미친다.
- 5) 포켓크기가 작을 수록 운동정밀도는 향상된다.

참고문헌

1. M. M. Reddi, "Finite-Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem," Trans. of the ASME, Jr. of Lub. Tech., pp524, July, 1969
2. 和田龍兒, "有限要素法による靜壓軸受の設計," 機械設計, 17, 8, pp111, 1973
3. G. Dahlquist, A. Bjorck, N. Anderson, "Numerical

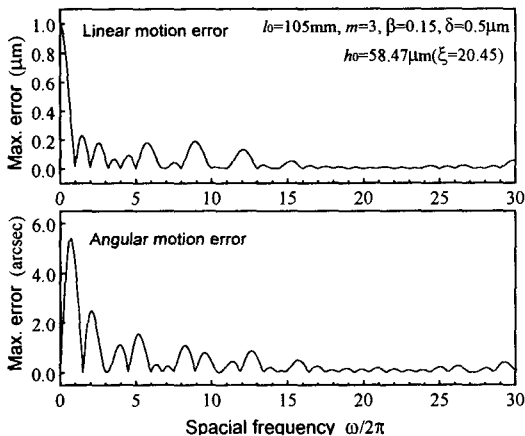


Fig. 8 Maximum errors of experimented table against the spatial frequencies of rail form error

Method," Prentice-Hall, Inc., 1974

4. 박천홍, 정재훈, 김수태, 이후상, "서브미크론 가공진직도 측정장치 개발," 한국정밀공학회춘계학술대회논문집, pp333, 1999

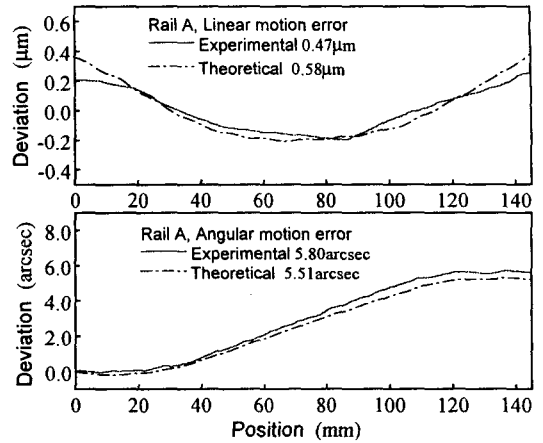


Fig. 9 Motion errors of hydrostatic table on rail A

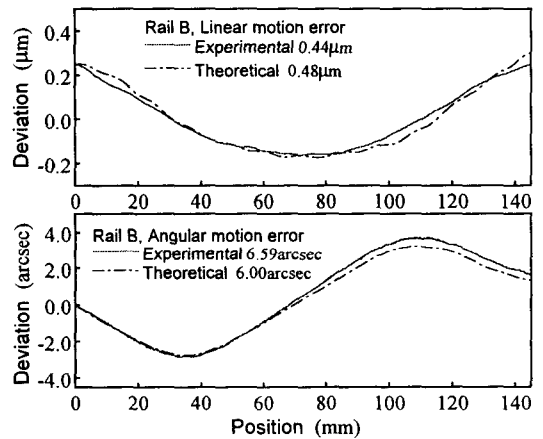


Fig. 10 Motion errors of hydrostatic table on rail B

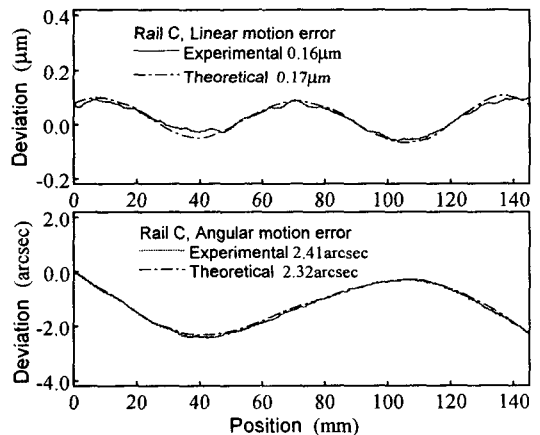


Fig. 11 Motion errors of hydrostatic table on rail C