

# 볼나사 구동기를 갖는 로봇다리의 모델링

최형식(한국해양대)\*, 이호식(한국해양대)\*\*, °박용현(한국해양대)\*\*

## Modeling of the Robot Leg Driven by the Ball Screw Actuator

H. S. Choi (Korea Maritime Univ.) H. S. Lee, Y. H. Park(Graduate school, Korea Maritime Univ.)

### ABSTRACT

The conventional actuators with the speed reducer had weakness in supporting the weight of the body and leg itself. To overcome this, a new four bar link mechanism actuated by the ball screw was proposed. The four bar mechanism has higher strength and gear ratio than the conventional actuator to actuate the leg of the biped robot. One leg was designed to have ankle, thigh, and hip joints. The kinematics and dynamics of one leg with four bar link mechanism was analyzed using Euler-Lagrange approach. The dynamics of one leg was expressed in the ball screw frame.

**Key Words:** Biped Robot(이족 보행 로봇), Ball Screw Actuator(볼나사 구동기), Four bar link(사절 링크)

### 1. 서론

이족 보행 로봇은 인간과 같은 보행구조를 갖고 바퀴형태의 이동체가 할 수 없는 계단을 오르거나 턱을 넘는 작업을 수행할 수 있다. 따라서 대부분의 이족 보행로봇들의 구조는 회전관절을 이용하고 이의 동역학도 회전공간 상에서 해석되었다[1-2]. 이들의 스관절은 모터로 구동하는 구조로 되어있고 보행 시에는 회전관절들로 구성된 한 다리로 자체 하중과 상부의 하중을 지탱해야 하므로 로봇의 크기가 커질수록 관절에 작용하는 토크가 커진다. 그리고 로봇의 보행 시에 안정성을 유지하기 위해서는 여러 가지 제약조건이 존재하여서 이를 만족시키기 위해서는 큰 토크의 변화율이 요구된다. 또한, 이족 보행 로봇은 이동시스템이므로 자체에 동력원을 탑재한다. 이러한 동력원과 모체 및 다리 자체의 하중은 구동부하로 작용한다. 일반적으로 보행로봇을 구동하기 위하여 감속기를 채용한 모터를 직접 회전 관절에 부착하는 구조로 되어있다. 하지만 이 방법은 구동모터의 구동토크 한계와 감속기의 강성의 한계로 구동 토크 변화율의 한계 및 로봇의 크기에 제한을 둘 수밖에 없는 구조적 한계점을 가지고 있다[3-7].

본 논문에서는 위와 같은 한계점을 극복하기 위하여 고강성을 가지며 높은 기어비를 갖는 볼나사를 사용하여 새로운 구조의 이족보행 로봇을 구동하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 사절 링크구조에 볼나사를 채용하는 방법으로 회전링크의 한 면에 볼나사를 사용하여 직선운동으로 대체한다. 직선운동은 서로 연결된 다른 링크의 회전각을 변환시키고 궁극적으로 로봇 다리의 회전축을 구동한다. 본 논문에서는 Euler-Lagrange 방정식을 이용하여 일반 산업용 로봇 매니플레이터와 같이 회전관절 공간에서 이족로봇의 동역학 방정식을 유도한 후, 사절링크 기구 구동을 위한 볼나사의 미끄럼관절 공간에서의 운동방정식으로 변환한다. 이때, 제어입력의 형태도 관절구동을 위한 토크를 볼나사 구동의 힘의 입력으로 변환한다.

### 2. 다리의 동역학 모델링

본 논문에서는 Fig. 1과 같이 이족 보행 로봇의 한 다리를 설계 하였다. 다리는 기본적으로 인간과 같이 발목, 무릎 및 힙과 같은 측면의 축을 중심으로 회전하는 3 자유도 시스템으로 구성되며 평면에 놓인 다리의 발바닥에 지지 좌표계를 설정하였다. 일반적인

산업용 로봇 매니플레이터는 회전축에 하모닉 드라이버와 같은 감속기를 채용한 구동기를 부착하여 구동하는 데, 이 방법은 감속기의 구동강성의 한계로 보행로봇의 구동에는 어려움이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 고강성을 갖는 볼나사를 이용한 4절 링크기구를 구성하여 다리의 구동기로 사용하였다. 볼나사에 구동모터를 집합하여 4절 기구를 동작시키고 이는 궁극적으로 발목, 무릎 및 힙의 회전관절을 구동한다. 제안된 시스템의 동역학 방정식을 유도하기 위하여 우선, 회전관절 공간에서의 동역학식을 유도한 후, 4절 기구의 운동방정식을 유도하여 궁극적으로 볼나사의 직선운동 방정식으로 표현한다.

### 2.1 회전관절 공간의 동역학 방정식

2족 로봇을 구성하는 다리는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 기본적으로 발목, 무릎 및 힙의 회전관절로 구성되어 일반적인 3자유도 산업용 스칼라 로봇 매니플레이터와 같은 연쇄적인 구조이다.

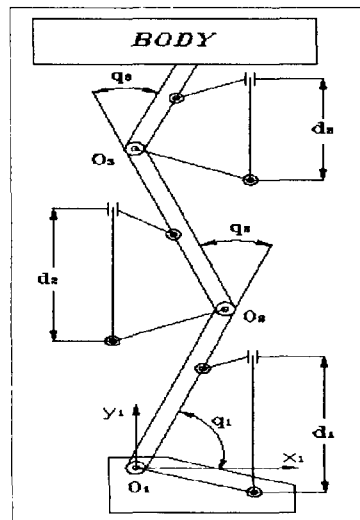


Fig. 1 전체구성도

이에 대한 운동방정식을 Euler - Lagrange식을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + h(q) = \tau \quad (1)$$

여기서  $D(q) \in R^{3 \times 3}$ 는 관성행렬이고,  $C(q, \dot{q}) \in R^{3 \times 3}$ 는 원심력과 코리올리력을 포함하는 항이며,  $h(q)$ 는 각 관절에 가해지는 중력 항이다. 이들의 구성을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$h = [h_1, h_2, h_3]^T$$

여기서

$$D_{11} = m_1 l_{a1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{a2}^2 + 2l_1 l_{a2} \overline{C_2}) + m_3(l_1^2 + l_2^2 + l_{a3}^2 + 2l_1 l_2 \overline{C_2} + 2l_2 l_{a3} \overline{C_3} + 2l_1 l_{a3} \overline{C_{23}}) + I_1 + I_2 + I_3$$

$$D_{12} = D_{21} = m_3(l_2^2 + l_1 l_{a2} \overline{C_2}) + m_3(l_2^2 + l_{a3}^2 + l_1 l_2 \overline{C_2} + 2l_2 l_{a3} \overline{C_3} + l_1 l_{a3} \overline{C_{23}}) + I_2 + I_3$$

$$D_{13} = D_{31} = m_3(l_{a3}^2 + l_2 l_{a3} \overline{C_3} + l_1 l_{a3} \overline{C_{23}}) + I_3$$

$$D_{22} = m_2 l_{a2}^2 + m_3(l_2^2 + l_{a3}^2 + 2l_2 l_{a3} \overline{C_3}) + I_2 + I_3$$

$$D_{23} = D_{32} = m_3(l_{a3}^2 + l_2 l_{a3} \overline{C_3}) + I_3$$

$$D_{33} = m_3 l_{a3}^2 + I_3$$

여기서, 각 파라미터는 다음과 같이 정의된다.

$l_1$ : 발목에서 무릎까지의 길이

$l_{a1}$ : 발목 좌표계 ( $O_1$ )에서  $l_1$  상의 무게중심 거리

$l_2$ : 무릎에서 힘까지의 길이

$l_{a2}$ : 무릎 좌표계 ( $O_2$ )에서  $l_2$  상의 무게중심 거리

$l_{a3}$ : 힘 좌표계 ( $O_3$ )에서 상단 방향으로의 무게중심 거리

이며, 편위상  $i, j=3$ 에 대하여  $\overline{C_i} = \cos(q_i)$ 와  $\overline{C_{ij}} = \cos(q_i + q_j)$ 로

표현하였고 사인함수에 대해서도,  $i, j=3$ 에 대하여  $\overline{S_i} = \sin(q_i)$

과  $\overline{S_{ij}} = \sin(q_i + q_j)$ 로 표현한다.

식 (1)에서 원심력과 코리올리력을 포함하는 행렬  $C(q, \dot{q})$ 를 표현하기 위해서 Cristoffel 기호를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_{121} = C_{211} = C_{221} = -m_2 l_1 l_{a2} \overline{S_2} - m_3 l_1 l_2 \overline{S_2} - m_3 l_3 l_{a3} \overline{S_{23}}$$

$$C_{131} = C_{311} = -m_3 l_2 l_{a3} \overline{S_3} - m_3 l_1 l_{a3} \overline{S_{23}}$$

$$C_{231} = C_{321} = C_{331} = -m_3 l_1 l_{a3} \overline{S_{23}} - m_3 l_2 l_{a3} \overline{S_3}$$

$$C_{112} = -C_{121}$$

$$C_{132} = C_{312} = C_{232} = C_{322} = C_{332} = -m_3 l_2 l_{a3} \overline{S_3}$$

$$C_{113} = m_3 l_1 l_{a3} \overline{S_{23}} + m_3 l_2 l_{a3} \overline{S_3}$$

$$C_{123} = C_{233} = m_3 l_2 l_{a3} \overline{S_3}$$

위의 식들을 이용하면  $C(q, \dot{q})$ 의 각 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$C_{11} = C_{121} \dot{q}_2 + C_{131} \dot{q}_3$$

$$C_{12} = C_{211} \dot{q}_1 + C_{221} \dot{q}_2 + C_{231} \dot{q}_3$$

$$C_{13} = C_{311} \dot{q}_1 + C_{321} \dot{q}_2 + C_{331} \dot{q}_3$$

$$C_{21} = C_{112} \dot{q}_1 + C_{132} \dot{q}_3$$

$$C_{22} = C_{232} \dot{q}_3$$

$$C_{23} = C_{312} \dot{q}_1 + C_{322} \dot{q}_2 + C_{332} \dot{q}_3$$

$$C_{31} = C_{113} \dot{q}_1 + C_{123} \dot{q}_2$$

$$C_{32} = C_{213} \dot{q}_1 + C_{223} \dot{q}_2$$

$$C_{13} = 0$$

중력 항 벡터  $h(q)$ 의 구성요소는 다음과 같다.

$$h_1 = m_1 g l_{a1} + m_2 g l_1 + m_3 g l_1 \cos q_1 + (m_2 g l_{a2} + m_3 g l_2) \cos q_{12} + m_3 g l_{a3} \cos q_{123}$$

$$h_2 = (m_2 g l_{a2} + m_3 g l_2) \cos q_{12} + m_3 g l_{a3} \cos q_{123}$$

$$h_3 = m_3 g l_{a3} \cos q_{123}$$

### 3. 미끄럼 공간에서의 동역학식

앞 절의 관절공간에서 표현된 운동방정식은 관절각  $q$ 와 토크  $\tau$ 의 관계를 정립한 식이다. 본 논문에서 설계한 로봇의 회전운동은 각각의 관절에 부착된 사절링크의 불나사 운동에 의해 이루어지므로, 불나사의 직선운동 변위  $d$ 와 직선운동 방향의 구동력  $F$ 의 관계로 정립되어야 한다[8]. 이를 위하여 각 관절을 구동하는 사절링크 구조를 살펴보면 다음과 같다.

#### 3.1 4절 링크기구를 이용한 발목의 운동방정식

직선운동을 회전운동으로 변환하는 사절링크를 이용하여 발목 관절의 회전각  $q_1$ 을 구동하는 구조를 Fig. 2에 나타내었다. 여기서  $a_3$ 는 발목관절과 무릎관절과 연결하는 종아리 부분이다. 운동 형태는 사절기구에서  $d_1$  부분이 미끄럼 운동을 할 때,  $\alpha_1$ 을 제외한 나머지 내부 각들의 회전과 함께 발목관절이 회전하는 구조이다. 불나사를 구동하여 제어하는 직선 이동거리  $d_1$ 과 회전각  $q_1$ 의 관계를 다음의 식을 이용하여 표현하였다.

$$d_1^2 = a_3^2 + a_4^2 - a_2^2 - 2a_3 a_4 \cos \beta_1 + 2d_1 a_2 \cos \alpha_1 = A_1 + B_1 \cos \beta_1 + C_1 d_1 \quad (2)$$

여기서

$$A_1 = a_3^2 + a_4^2 - a_2^2 \\ B_1 = -2 a_3 a_4 \\ C_1 = 2 a_2 \cos \alpha_1$$

식 (2)에서  $a_1, a_2$  및  $a_3$ 는 고정된 링크길이이며,  $\alpha_1$ 과  $N_1$ 은 고정된 각이다. 식 (2)을 불나사의 미끄럼 변위  $d_1$ 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$d_1 = \frac{C_1 + [C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{0.5}}{2} \quad (3)$$

미끄럼 변위를 시간에 관해 미분하면 다음의 속도 및 가속도를 구할 수 있다.

$$\dot{d}_1 = - [C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{0.5} B_1 \sin \beta_1 \dot{\beta}_1 \quad (4)$$

$$\ddot{d}_1 = -2 [C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{-1.5} B_1^2 \sin^2 \beta_1 \dot{\beta}_1^2 - [C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{-0.5} (B_1 \cos \beta_1 \dot{\beta}_1^2 + B_1 \sin \beta_1 \ddot{\beta}_1) \quad (5)$$

식 (4) 및 (5)를 이용하여  $\dot{a}_1$ 와  $\dot{d}_1$ 의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\beta}_1 = \dot{a}_1 = R_{11} \dot{d}_1 \quad (6)$$

$$\ddot{\beta}_1 = \ddot{a}_1 = R_{12} \ddot{d}_1^2 + R_{13} \ddot{d}_1 \quad (7)$$

여기서

$$R_{11} = \frac{[C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{0.5}}{B_1 \sin \beta_1}$$

$$R_{12} = -2 [C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{-1} B_1 \sin \beta_1 R_{11}^2 + \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} R_{11}^2$$

$$R_{13} = -\frac{[C_1^2 + 4(A_1 + B_1 \cos \beta_1)]^{0.5}}{B_1 \sin \beta_1}$$

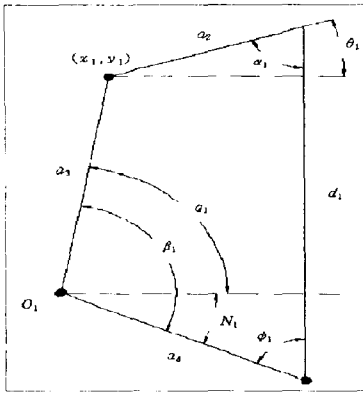


Fig. 2 발목관절의 4절 링크구조

### 3.2 4절 링크기구를 이용한 무릎의 운동방정식

무릎관절 부분에 적용된 사절기구도 Fig. 3에 나타난 바와 같이 발목관절의 구조와 유사하다. Fig. 3에서  $b_3$ 는 무릎관절과 골반관절을 연결하는 허벅지 부분이며 불나사 구동의 미끄럼 변위는  $d_2$ 이다. 무릎관절의 각을 결정하는  $\beta_2$ 와 미끄럼 변위  $d_2$ 의 관계식은 다음과 같다.

$$d_2^2 = A_2 + B_2 \cos \beta_2 + C_2 d_2 \quad (8)$$

$$A_2 = b_3^2 + b_4^2 - b_2^2$$

$$E_2 = -2 b_3 b_4$$

$$C_2 = 2 b_2 \cos \alpha_2$$

식 (3)에서  $b_1, b_2$  및  $b_3$ 는 고정된 링크길이이고  $\alpha_2$ 와  $N_2$ 는 고정된 각이다. 발목관절의 식과 유사하게 식 (8)의  $d_2$ 를 시간에 관해 미분하면  $\dot{a}_2$ 와 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\beta}_2 = \dot{a}_2 = R_{21} \dot{d}_2 \quad (9)$$

$$\ddot{\beta}_2 = \ddot{a}_2 = -R_{22} \ddot{d}_2^2 - R_{23} \ddot{d}_2 \quad (10)$$

여기서

$$R_{21} = \frac{[C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{0.5}}{B_2 \sin \beta_2}$$

$$R_{22} = -2 [C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{-1} B_2 \sin \beta_2 R_{21}^2 + \frac{\cos \beta_2}{\sin \beta_2} R_{21}^2$$

$$R_{23} = -\frac{[C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{0.5}}{B_2 \sin \beta_2}$$

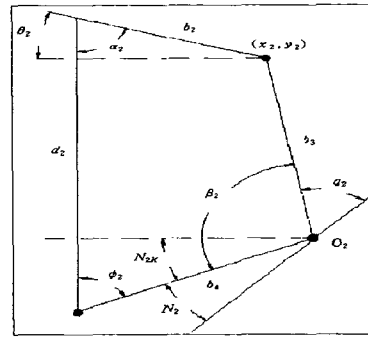


Fig. 3 무릎관절의 4절 링크구조

### 3.3 4절 링크기구를 이용한 힘 관절의 운동방정식

힘 관절 부분에 적용된 사절기구도 Fig. 4에 나타난 바와 같이 다른 관절의 구조들과 유사하다. Fig. 4에서  $c_3$ 는 상체를 지지하는 골반부와 일치한다. 미끄럼 변위는  $d_3$ 이고 힘 관절의 각을 결정하는  $\beta_3$ 와 미끄럼 변위  $d_3$ 의 관계식은 다음과 같다.

$$d_3^2 = A_3 + B_3 \cos \beta_3 + C_3 d_3 \quad (11)$$

여기서

$$A_3 = c_3^2 + c_4^2 - c_2^2, \quad B_3 = -2 c_3 c_4$$

$$C_3 = 2 c_2 \cos \alpha_3$$

식 (11)에서  $c_1, c_2$  및  $c_3$ 는 고정된 링크길이이고  $\alpha_3$ 와  $N_3$ 는 고정된 각이다. 다른 관절의 식들과 유사하게 식 (11)의  $d_3$ 를 미분하면  $\dot{a}_3$ 와  $\dot{d}_3$ 의 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\beta}_3 = \dot{a}_3 = R_{31} \dot{d}_3 \quad (12)$$

$$\ddot{\beta}_3 = \ddot{a}_3 = R_{32} \ddot{d}_3^2 + R_{33} \ddot{d}_3 \quad (13)$$

여기서

$$R_{31} = \frac{[C_3^2 + 4(A_3 + B_3 \cos \beta_3)]^{0.5}}{B_3 \sin \beta_3}$$

$$R_{32} = -2 [C_3^2 + 4(A_3 + B_3 \cos \beta_3)]^{-1} B_3 \sin \beta_3 R_{31}^2 + \frac{\cos \beta_3}{\sin \beta_3} R_{31}^2$$

$$R_{33} = -\frac{[C_3^2 + 4(A_3 + B_3 \cos \beta_3)]^{0.5}}{B_3 \sin \beta_3}$$

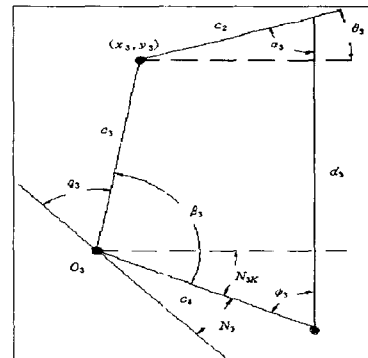


Fig. 4 힘 관절의 4절 링크구조

각 관절들의 회전각과 사절기구에 대한 미끄럼 변위 사이의 위치, 속도 및 가속도 관계식을 구하였다. 이 관계식들을 이용하여 식 (1)의 각 가속도를 사절기구의 미끄럼 변위로 표현하면 회전관절 공간으로 표현된 보행 로봇 다리의 동역학 식을 미끄럼 관절 공간의 동역학 식으로 표현할 수 있다.

#### 4. 미끄럼관절 공간에서의 다리의 운동방정식

보행 로봇의 관절 각  $q$ 를 미끄럼 변위  $d$ 로 변환함으로써 식 (1)의 관절공간 로봇 운동방정식이 다음과 같이 표현된다.

##### 4.1 4절 링크기구를 이용한 각 관절의 제어입력

회전관절공간의 토크  $\tau$ 와 직선운동 방향의 구동력  $F$ 의 관계식을 유도하기 위해 각 관절공간 상의 점  $O_1, O_2, O_3$ 에서 각각의 불나사의 미끄럼 방향에 수직인 법선을 그렸을 때, 이 법선 길이와 불나사에 가해지는 구동력  $F$ 의 곱이 각 관절에서 발생하는 토크  $\tau$ 가 된다.

우선, 발목관절에 작용하는 토크  $\tau_i$ 와 사절기구의 구동원인 불나사의 제어입력  $F_i$ 사이의 관계식을 유도한다. Fig. 2, 3 및 4에 표시된 바와 같이 4절 링크의 회전부분에 임의의 좌표  $(x_i, y_i)$ 를 이용하여 다음의 관계식을 유도한다.

$$d_i \cos(\phi_i + N_i) + l_2 \cos \theta_i = l_4 \cos N_j - l_3 \cos(\beta_j - N_j) = x_i \quad (14)$$

$$d_i \sin(\phi_i + N_i) - l_2 \sin \theta_i = l_4 \sin N_j + l_3 \sin(\beta_j - N_j) = y_i \quad (15)$$

여기서,  $i = 1, 2, 3$ 에 대해  $j = ik$ 이나, 단,  $i=1$ 일 때  $j=i$ 이다. 또한,  $i = 1, 2, 3$  각각에 대해  $l = a, b, c$ 로 발목관절에서 힌관절 순서이다. 식 (14)의  $x_i$ 에서 관계식을 정리하면 다음과 같다.

$$\phi_i = \text{atan} \left( \frac{S_i y_i - T_i x_i}{S_i x_i + T_i y_i} \right) \quad (16)$$

여기서

$$x_i = S_i \cos \phi_i - T_i \sin \phi_i$$

$$y_i = T_i \cos \phi_i + S_i \sin \phi_i$$

또한,

$$\alpha_i = d_i \cos N_j, \quad \beta_j = d_i \sin N_j$$

$$\gamma_j = l_2 \cos(\pi - N_j), \quad \delta_j = l_2 \sin(\pi - N_j)$$

$$S_i = \alpha_i + \gamma_i \cos \alpha_i + \delta_i \sin \alpha_i$$

$$T_i = \beta_i + \gamma_i \sin \alpha_i - \delta_i \cos \alpha_i$$

발목관절에 걸리는 토크  $\tau_i$ 는  $O_i$ 에서 발생하므로, 불나사의 직선운동 방향의 구동력  $F_i$ 과 관계식은 다음과 같다.

$$\tau_i = F_i l_4 \cos \phi_i \quad (17)$$

##### 4.2 미끄럼공간의 운동방정식

앞 절에서 관절공간에서의 운동방정식은 미끄럼 관절공간 상에서 식으로 변환하고 미끄럼 공간의 제어입력을 유도하였으므로 식 (4), (5), (9), (10), (12) 및 (13)을 이용하면 식 (1)은 다음의 제어입력을 포함한 다리의 운동방정식을 다음과 같이 미끄럼 관절공간에서 표현할 수 있다.

$$H(d) \ddot{d} + K(d, \dot{d}) \dot{d} + h(d) = LF \quad (18)$$

여기서

$$H(d) = D(d)R(d), \quad K(d, \dot{d}) = C(d, \dot{d})\dot{d} + H(d)R_d(d),$$

$$R(d) = \begin{bmatrix} R_{13} & 0 & 0 \\ 0 & -R_{23} & 0 \\ 0 & 0 & R_{32} \end{bmatrix}, \quad R_d(d) = \begin{bmatrix} R_{12} \dot{d}_1^2 \\ -R_{22} \dot{d}_2^2 \\ R_{32} \dot{d}_3^2 \end{bmatrix}$$

$$F = [F_1 \ F_2 \ F_3]^T, \quad L = \begin{bmatrix} a_4 \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_4 \cos \phi_1 F_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_4 \cos \phi_3 \end{bmatrix}$$

식 (18)에서는  $D(d)$ ,  $C(d, \dot{d})$  및  $h(d)$ 는  $D(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$  및  $h(q)$ 의 관절 각이 미끄럼 변위로 표현되었고 관절공간의 입력  $\tau$ 도 미끄럼 공간의 힘  $F$ 로 표현되었다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 발목, 무릎 및 힘오목 구성되는 3 자유도를 갖는 이중 보행로봇 다리의 구동에 대한 기존의 각 축에 직접 감속기 채용의 모터구동을 하는 구조의 한계점을 극복하기 위하여 사절링크에 불나사를 채용한 새로운 구동 구조를 제안하였다. 제안된 시스템의 각 회전 관절 공간에서의 기구학적 및 동역학적 해석을 수행하였으며, 회전관절 공간에서의 운동식을 사절링크의 기구학 및 동역학 식을 이용하여 불나사 구동의 미끄럼관절 공간상의 기구학 및 동역학 식으로 변환하였다. 동역학 해석에는 관성행렬과 Crist offel 기호를 사용한 Euler - Lagrange 방정식을 사용하였다. 또한, 회전공간상의 제어입력인 토크도 미끄럼공간의 불나사 구동력으로 변환하여 불나사 공간의 운동방정식으로 변환하였다.

#### 참고문헌

- 1). Mark W. spong, M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control" John Wiley & Sons, 1989.
- 2). Golstein, H., "Classical Mechanics", Addition-Wesley, Reading, MA, 1981.
- 3). Yuan. F. Z., Jie. S., "Gait Synthesis for SD-2 Biped Robot to Climb Sloping Surface", IEEE Trans. on Robotics and Automation. Vol. 6, No. 1, pp, 6-96, 1990.
- 4). Shih, C. L., Li, Y. Z., Chung, S., Lee, T. T., and Gruver, W. A., "Trajectory Synthesis and Physical Admissibility for a Biped Walking Robot During the Single-Support Phase", IEEE int. Conf. Robotics and Automation, pp 1646-1652. 1990.
- 5). Vucobratovic, M., Jricic, D., "Contribution to the Synthesis of Biped Gait", IEEE Trans. on Biomed. Engineering, Vol. BME-16, No. 1, pp. 1-6 1969.
- 6). Shih, C. L., Gruver, W. A., Lee, T. T., "Inverse Kinematics and Inverse Dynamics for Control of Biped Walking Machine".
- 7). Gubina, F., Hemami, H., McGhee, R. B., "On the Dynamic Stability of Biped Locomotion", IEEE trans. on Biomed. Engineering, Vol, BME-21, pp. 102-108, 1974.