

제한된 운동을 갖는 외팔보의 진동특성

최봉문*(대전산업대원), 류봉조, 윤충섭(대전산업대)

Vibration Characteristics of a Cantilevered Beam with Restrained Motions

Bong-Moon Choi*, Bong-Jo Ryu, Choong-Sup Yoon(Taejon National University of Technology.)

ABSTRACT

When the motion of vibrating structure is restrained due to the adjacent objects, the frequencies and the mode shapes of the structure change and its vibration characteristics becomes unpredictable, in general. Although the importance of the study on this type of vibration model increases in many engineering areas, most studies conducted so far are limited to the theoretical study on dynamic responses of the structure with the separation plate, including some experimental works.

In the paper, both numerical analyses and experiments are conducted to study the chaotic vibration characteristics and the dynamic response of a fixed-free beam which has restrained motion at the free end by the separation plates. Results are presented for various magnetic forces and gaps between stops.

Key Words : Fractal Dimension (프랙탈 차원), Restrained Motion (구속운동), Cantilevered Beam (외팔보), Chaotic Vibration (혼돈진동)

1. 서론

일반적으로 진동하고 있는 구조물이 그 주위에 인접한 물체와 충돌하여 구조물의 운동이 제한을 받게 되면, 구조물의 진동수와 모드형상(mode shape)이 변하게 되고 예측하기 힘든 무질서한 진동특성을 갖게 된다. 또한 충격시의 충격력, 변위 그리고 운동 속도 등의 변화가 구조물의 굽힘응력, 접촉응력 및 마모 등에 커다란 영향을 미치게 된다.

초기의 연구들은 비선형 스프링에 의한 구조물의 강제진동문제라든지, 구속조건을 갖는 계의 동적 반응 등 주로 이론적인 연구들이 대부분이었다^[1].

운동제한을 받는 구조물의 진동에 관한 본격적인 연구는 Chen 등^[2]에 의하여 이루어졌는데, 그들은 양단이 고정된 보의 중간에 운동을 제한하는 차단판을 설치하여 이를 단일모드로 취급하였고, Rogers와 Pick^[3]는 한단고정-타단자유의 경계조건을 갖는 관(pipe)의 자유단에 차단판을 설치하여 관의 운동을 유한요소법으로 해석하였다.

Shaw와 Holmes^[4]는 단순조화 가진을 받는 1자유

도 진동차 모델의 충격현상에 대한 연구를 하였는데, 그들은 특히 차단판을 견고한 차단판(rigid stops)으로 가정하여 진동차의 운동이 한쪽 방향으로만 구속되도록 하였다.

박영필 등^[5]은 끝단에 운동제한이 있는 견고 차단판을 갖고 조화가진을 받는 외팔 Euler-Bernoulli 보 모델에 대한 동적응답을 Galerkin 방법을 이용한 수치해석적 연구와 실험연구를 병행하였고 Moon^[6]은 그의 저서 혼돈진동(chaotic vibration)을 통해 혼돈진동의 정의뿐만 아니라 견고 차단판을 지닌 구조물의 수치해석 및 실험방법에 의한 내용을 상세히 기술하였고 최근 Jin^[7]은 내부 유체에 의한 흐름과 운동제한을 받는 탄성지지된 파이프 구조물의 안정성과 혼돈운동에 대한 수치해석적 연구를 하였는데, 스프링 상수와 스프링 위치변화에 따른 계의 동적 안정성이 논의되었다.

그러나 이상의 연구들은 운동의 제한을 받는 구조물의 진동특성에 관한 연구들이었다 하더라도 대부분이 이론적 연구들이었거나 동적응답에 대한 실험적 검증 연구들이 대부분이었다.

따라서 본 논문에서는 한단고정 타단자유 보 구조물이 차단판에 의해 운동제한을 받는 경우의 동적응답과 운동의 비선형성이 강한 경우의 혼돈진동 특성을 차단판의 간극변화, 자기력의 변화에 따라 연구하는데 그 목적이 있다.

2. 문제의 기술

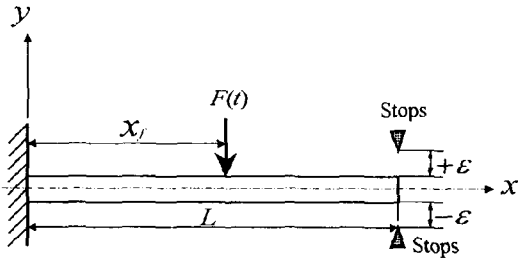


Fig. 1 A mathematical model of a cantilevered beam with stops.

Fig. 1에서 $F(t)$ 는 외부의 가진력 (exciting force), L 은 보의 길이, ϵ 은 차단판과 보와의 간극을 나타내며, x 와 y 는 각각 축방향과 횡방향 좌표를 나타낸다.

3. ANSYS Package에 의한 동적 응답 수치해석

차단판에 의해 운동이 제한되는 보의 동적응답에 의한 수치해석은 상용 ANSYS Package에 의한 유한 요소 해석으로 이루어졌으며, 요소의 수는 20개로 나누었다.

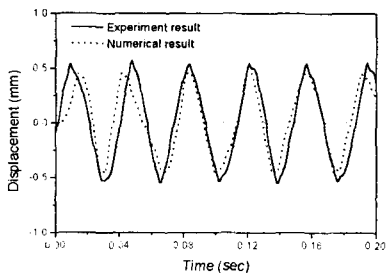


Fig. 2 Total displacement of the test beam with stops.

Fig. 2는 차단판이 존재하는 경우에 있어 보의 길이 $L=300\text{mm}$ 로 고정시킨 후 차단판 간격 ϵ 이 $\epsilon=0.5\text{mm}$ 일 때 보의 1차 고유진동수로 1000mV 의 가진력을 주었을 경우에 대한 수치 및 실험동적응답 결과이다.

그림에 나타난 바와 같이 수치결과와 실험결과가 약간의 차이를 보이고 있는 것 외에는 비교적 근사함을 나타내 보이고 있다.

그 이유로는 양쪽 차단판과 보의 간격이 완전히 일치하지 않은 결과라고도 판단되며, 보와 충돌되는 차단판이 알루미늄으로 제작되었기 때문에 실제에 있어서는 충돌로 인해 차단판의 끝이 다소 일그러지는 영향인 것으로 사료된다. (시험보는 강(steel)으로 제작되었음)

4. 실험 및 실험결과

4.1 실험장치 및 실험

Fig. 3은 차단판에 의해 운동의 제한을 받는 외팔보 구조물의 실험장치 개략도를 나타낸 그림이다.

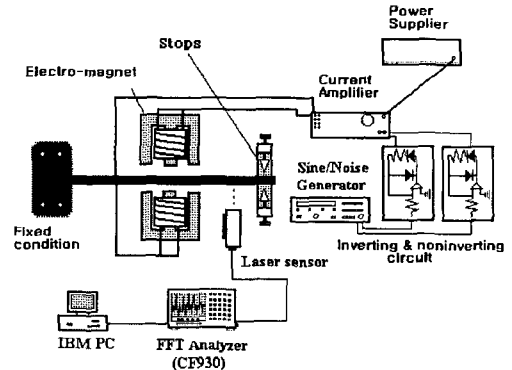


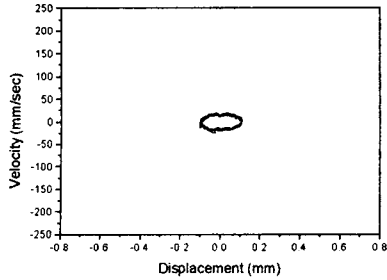
Fig. 3 Schematic diagram for experimental setup.

실험은 Sine/Noise 발생기에 의해 시험보의 1차 고유진동수로 가진하되, 차단판의 간격 ϵ 은 $\epsilon=0.1\text{mm}$ 로 고정시킨 상태에서 가진력의 크기를 250mV , 500mV , 1000mV , 1500mV , 2000mV 로 변화시키면서 보의 속도와 변위와의 상관관계를 조사하였다.

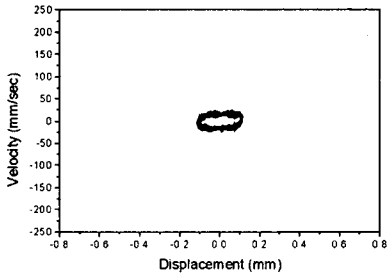
4.2 동적응답 실험결과

차단판이 존재하는 경우에 대해 자기력의 크기변화에 따른 보의 동적응답 실험결과를 Fig. 4에 나타내고 있다. 동적응답의 계측은 보의 자유단에서 45mm 되는 곳에서 이루어졌고, 샘플링시간(sampling time)은 0.8초 내에서 이루어졌다. 또한, 보의 가진은 1차 고유진동수인 $(f_1)_n=27.25\text{Hz}$ 에서 행해졌다.

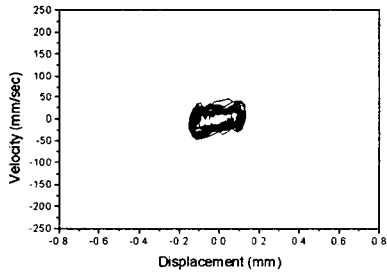
간극 ϵ 이 $\epsilon=0.1\text{mm}$ 에서는 가진력의 크기가 증가함에 따라 복잡성이 증가됨을 Fig. 4를 통해 알 수 있다.



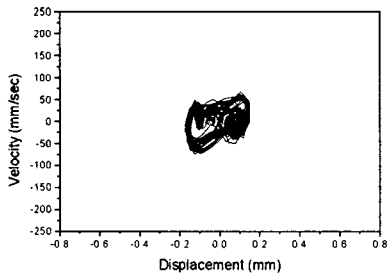
(a) Correlation curve between velocity and displacement ($F_0 = 250$ mV).



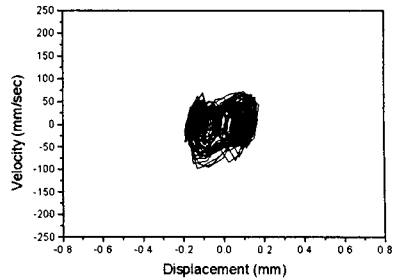
(b) Correlation curve between velocity and displacement ($F_0 = 500$ mV).



(c) Correlation curve between velocity and displacement ($F_0 = 1000$ mV).



(d) Correlation curve between velocity and displacement ($F_0 = 1500$ mV).



(e) Correlation curve between velocity and displacement ($F_0 = 2000$ mV).

Fig. 4 Dynamic characteristics of a beam with stops.
($L=300$ (mm), $f=27.25$ (Hz), $\varepsilon=0.1$ mm)

4.3 비선형 응답에 대한 혼돈 진동 해석

카오스 시스템에서 획득되는 신호는 비선형적이고 불규칙적이다. 비선형해석은 그 데이터가 가지고 있는 결정론적(deterministic) 규칙성을 찾아내는 특징추출이 가능하다. 이러한 특징 추출은 시계열 데이터를 재구성하는 것으로부터 가능한데 이 재구성은 “고차원 역학계의 궤도는 그 속에 있는 임의의 한 성분 좌표 정보만으로 재구성이 된다.” 라는 Tanken^[9]의 이론에 의한 것이다. 즉 센서로부터 획득한 스칼라 신호($s(j)$, $j=1, \dots$)를 매입차원(embedding dimension) D 의 차수와 τ 의 시간간격으로 재구성할 때 재구성된 벡터 $\vec{X}(i)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{X}(1) &= (s(1), s(1+\tau), s(1+2\tau), \dots, s(1+(D-1)\tau)) \\ &\vdots \\ \vec{X}(i) &= (s(i), s(i+\tau), s(i+2\tau), \dots, s(i+(D-1)\tau)) \quad (1) \end{aligned}$$

식(1)과 같이 재구성된 벡터는 매입차원 D 의 공간에서 한 점을 형성하게 되고, i 를 변화시키면 궤도(trajjectory)를 나타낼 수 있게되며, 이는 원래의 고차원 역학계(차원 l)의 궤도를 매끄럽게 변형한 것이 된다.

매입차원을 구하는 데는 FNN(false nearest neighbor) 방법을 적용하였다. 이 방법은 임의의 차원에서 두 끝개 점은 근접점이지만 차원을 증가시키면 두 점은 서로 근접점이 되지 않는다는 것을 의미하는 것으로 예를 들어 FNN의 비가 0%인 차원을 매입차원으로 결정하는 방법이다.

Fig. 5는 차단판의 간극 ε 을 0.1mm로 고정시킨 상태에서 가진력의 크기 F_0 를 변화시켜가면서 얻

은 매입차원과 FNN비를 나타낸 그림들이다.

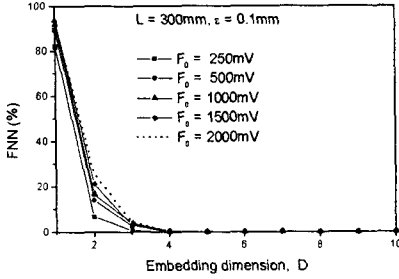


Fig. 5 FNN and embedding dimension, D depending on the magnitude of exciting force.

시간지연 τ 를 구하기 위해서는 식(2)의 상관적분(correlation integral)값을 매입차원에 대하여 구하여 첫 번째 국부최소점이 되는 점을 시간지연으로 선정한다.

$$C_1(\delta) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Theta(\delta - |\vec{X}(i) - \vec{X}(j)|) \quad (2)$$

여기서, Θ 는 step function 이며, $|\vec{X}(i) - \vec{X}(j)|$ 는 끌개 i 와 j 번째를 구성하는 두 점사이의 유클리디안(euclidian)거리를 나타낸다.

시간지연 τ 와 δ 의 상관함수 $C(\delta)$ 를 자연로그한 값을 각 차원에 대해 Fig. 6에 나타내고 있다.

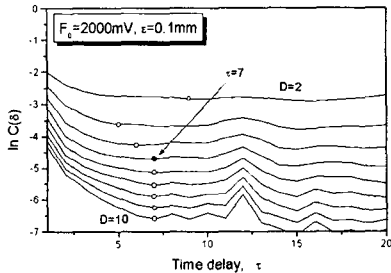


Fig. 6 The time delay depending on gap distance ($\epsilon=0.1\text{mm}$).

Fig. 7은 차단판의 간격을 0.1mm, 가진력의 크기가 $F_0 = 2000\text{mV}$ 일때에 대한 프랙탈 차원을 추정하기 위한 상관적분 그래프이다.

매입차원에 대한 $\ln(\delta)$ 와 $\ln C(\delta)$ 와의 상관관계를 나타낸 곡선들을 line fitting 함으로써 정량적으로 복잡성의 정도를 알 수 있다.

그러나 본 연구에서 얻어진 곡선들의 하위부분은 매입차원 D 의 변화에 대한 기울기가 일정치가 않

으므로 상위부분만을 line-fitting 하여, 정량적으로 복잡성의 정도를 표시하는 프랙탈 차원을 구하였다.

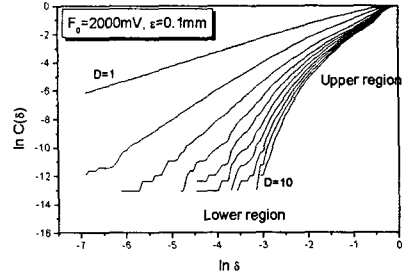
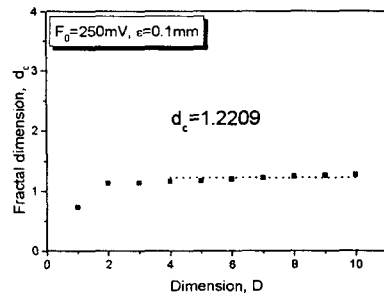
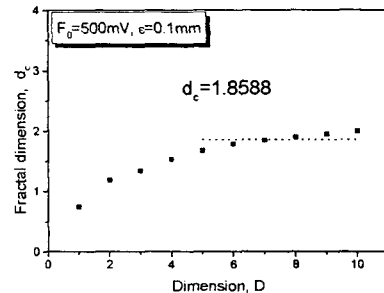


Fig. 7 Estimation of Fractal Dimension ($\epsilon=0.1\text{mm}$).

Fig. 8 (a)~(c)에서 그림들은 Fig. 7의 상관적분 그래프의 상위부분만을 가지고 line-fitting하여 각 차원에서의 기울기를 구한 후에 각 복잡성들의 매입차원이상에서는 차원의 증가가 큰 의미를 지니고 있지 않으므로 자신의 매입차원 이상의 차원에서 line-fitting한 기울기의 값을 평균하여 프랙탈 차원(fractal dimension)을 얻어낸 그림들이다. 가진력의 크기가 증가함에 따라 프랙탈차원 d_c 는 1.2209, 1.8588, 2.2400, 2.3023, 2.4491이 된다. 가진력의 크기가 커짐에 따라 프랙탈차원도 역시 커지는 경향을 보이고 있다.



(a)



(b)

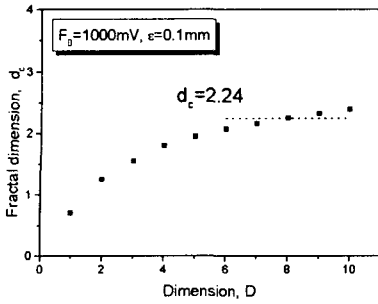
4. 결론

자유단에 설치된 차단판에 의해 운동의 제한을 받는 한단고정-타단자유보 자유단의 동적응답 및 혼돈진동특성에 관한 수치해석 및 실험결과는 다음과 같다.

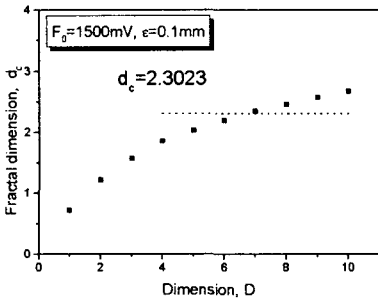
- ① 보와 차단판의 간극을 고정시킨 상태에서 가진력의 크기를 증가시키에 따라 변위와 속도관계 곡선이 매우 복잡한 형태를 보였다.
- ② 다양한 차단판 간극에 대해 가진력의 크기가 증가됨에 따라 비선형적 특성이 크게 나타나는 경향은 있었으나 항상 복잡성이 증가된다고 할 수는 없다.
- ③ 가진력의 크기가 500mV까지는 차단판의 간극의 증가에 따라 프랙탈 차원이 감소되는 경향을 보이나 가진력 크기가 1000mV 이상에서는 차단판 간극의 증가에 따른 프랙탈 차원은 일정치 않다.

참고문헌

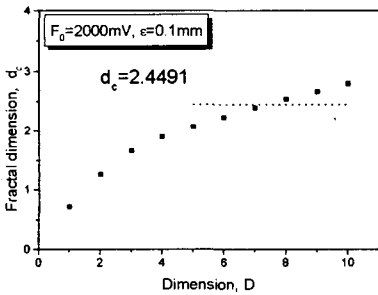
1. W. D. Iwan, "Steady-State Dynamic Response of a Limited Slip System," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.35, pp. 322-326, 1968.
2. S. S. Chen, G. S. Rogenberg and M. W. Wambganss, "Vibration of a Beam with Motion-Constraint Stops," Argonne National Laboratory, Report ANL-7619, 1970.
3. R. J. Rogers and R. J. Pick, "On the Dynamic Spatial Response of a Heat Exchanger Tube with Intermittent Baffle Contacts," Nuclear Engr. and Design 36, pp. 81-90, 1976.
4. S. W. Shaw and P. J. Holmes, "A Periodically Forced Impact Oscillator with Large Dissipation," Journal of Applied Mechanics, Vol.50, pp. 849-857, 1983.
5. 박영필, 이규섭, 김진수, "자유단의 운동이 제한된 외팔보의 진동에 관한 연구," 연세논총, 제23집, pp. 245-257, 1986.
6. F. C. Moon, "Chaotic Vibration (An Introduction for Applied Scientists and Engineers)," John Wiley & Sons, 1987.
7. J. D. Jin, "Stability and Chaotic Motions of a Restrained Pipe Conveying Fluid," Journal of Sound and Vibration, Vol.208, No.3, pp. 427-439, 1997.



(c)



(d)



(e)

Fig. 8 The fractal dimension depending on exciting force($\epsilon=0.1\text{mm}$)

Table 1은 차단판의 간극 ϵ 의 변화와 가진력의 크기변화에 따른 프랙탈 차원을 정리한 것이다.

Table 1 Determination of fractal dimension for chaotic analysis.

Beam length (L)	1st natural frequency	F_0					
		ϵ	250 (mV)	500 (mV)	1000 (mV)	1500 (mV)	2000 (mV)
300 mm	27.25 (Hz)	0.05mm	1.6218	2.2187	2.5319	1.5766	1.7034
		0.1mm	1.2209	1.8588	2.2400	2.3023	2.4491
		0.25mm	1.1215	1.5518	2.3200	2.6432	2.2623
		0.5mm	1.1144	1.3108	1.6629	1.8629	2.3668