

# 수조 내의 팬의 위치선정에 관한 수치적 연구

Numerical Study on Selection by the Location of Pan in water pool

박 성 수\* · 도 영 민\*\* · 유 재 환\*\*\*

Sung-Soo Park · Young-Min Do · Jae-Hwan Yoo

In this numerical study, characteristics of swirl generation by the fan and selection of the location of the fan was studied theoretically by the PHOENICS software. The governing equations for the system are solved by means of the three dimensional version of the SIMPLE algorithm and STAGGERED grid. From the present results, the optimal position of the fan is  $0.625(\ell/L)$ . Here we can survey the big swirl near the fan.

\* 두원공과대학 동력기계과

\*\* 두원공과대학 동력기계과

\*\*\* 세명대학교 산업안전공학과

## 1. 서 론

본 연구에서 해석하고자 하는 수조는 유체의 혼합(Mixing)을 주목적으로 하며 주로 폐수처리에서 혼합물을 부유시키기 위해 주로 사용된다. 이러한 경우 에너지 절감을 위해 최소의 에너지로 최대의 혼합효과(Mixing effect)를 얻기 위해 수조내의 팬의 설치 위치를 수치계산 하였다. 본 연구에서는 연속방정식과 운동량 방정식을 3차원으로 해석하여 모델링 하였다.<sup>1)</sup>

수학적 모델링에 대한 미분방정식은 질량(mass flow), 운동량(momentum)에 대한 에너지전달방정식을 형성하며 이들 문제는 초기조건(initial condition)과 경계조건(boundary condition)에 좌우된다. 편미분 방정식을 대수방정식으로 discretization(이산화)하여 nonlinear 인 경우에는 반복 계산하며 풀고자하는 유동장을 필요한 영역으로 나누고 이 나눈 영역에서 경계조건을 적용하여 한 격자점에 대한 discretization한 대수방정식을 유도한다.<sup>2)</sup>

난류유동은 와동을 가지며, 불규칙적이고 시간 의존성이 강한 삼차원적인 유동문제이다. 층류유동에서와 마찬가지로 난류유동에서도 Navier-Stokes 방정식을 직접 이산화(discretization)하여 수치적인 해를 구할 수 있지만, 격자망을 조밀하게 해야 함으로써 발생하는 계산 수행시간의 무한한 증가가 문제가 된다. 따라서, 이를 해결하기 위해서,

Navier-Stokes 방정식을 난류유동 방정식으로 시간평균화 할 때 대류항에서 파생되는 난류응력(Reynolds 응력)의 가지적 마찰효과를 포함하게 되며, 이를 기지의 변수로 대체하는 난류모델의 적용이 필요하다. 본 연구에서는 k-e 모델<sup>3)</sup>을 채택하였으며, TEACH Code<sup>4)</sup>를 수정하여 2차원 해석이 가능하나 계산결과 신뢰도를 위해 대체로 실험 값에 일치한다고 인정되는 상용 패키지 PHOENICS soft ware를 사용하여 3차원으로 계산하였다.

## 2. 지배방정식

### 2.1 유동장의 물리적 차원

- 1) 수조용적 (V) = L×W×H  
 $V = 4\text{m} \times 6\text{m} \times 8\text{m} = 192 \text{ m}^3$
- 2) 조직경 (Te) = 1.13 √WL  
 $Te = 1.13 \sqrt{6 \times 4} = 5.54\text{m}$
- 3) 임펠라 직경(D)  
 $D = (0.25 \sim 0.4) \times 5.54$   
 = 1.385 ~ 2.216m 에서 2.0 m로 선정함.

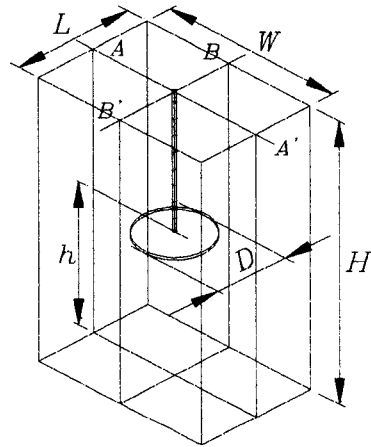


Fig 1. dimension of the fool

### 2.2 지배방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = X_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right\} \quad (2)$$

위와 같은 수조 내에 있어서 밀도의 변화는 없다고 가정하고, 유동을 해석하기 위해서는 위 식과 같은 연속방정식과 운동량방정식(Navier-Stokes Eq.)을 풀어야 하며, 수조 내의 유동은 난류이므로 난류의 해석이 필요하며, 난류의 각 방향의 속도 및 정압은 평균치와 난류 변동치의 합으로 표시한다.<sup>5)</sup>

$$u_i = \bar{U}_i + u_i' \quad (3)$$

난류의 지배방정식은 위의 식(1)을 연속방정식과 Navier-Stokes방정식에 대입함으로써 얻을 수 있다. 이렇게 얻어진 방정식들에 대해 정상상태, 비압축성, 축대칭이라고 가정을 하면 다음 식과 같은 지배방정식들이 정리된다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) + g_i \quad (5)$$

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6)$$

식(6)은 Boussinesq의 난류점성개념에 의한 식이며, 위의 방정식에서 나타나는  $\nu_t$  를 난류 모델링하는 것이 수치계산 결과가 얼마나 실험치에 접근할 수 있는가에 직결된다.<sup>6)</sup>

### 2.3 표준난류모델

Boussinesq의 가설에 기초를 두고 있는 Lower order closure 모델들에서의 와 점성계수는 층류 점성계수와는 달리 일정한 값이 아니며, 각 지점마다 난류상태에 따라 다른 값을 갖게 되는 유동의 특성치이다.

이러한 와점성계수는 속도차원[V]과 길이차원[L]의 곱으로 표현될 수 있다.  $k$ - $\epsilon$  모델은 난류운동에너지(Turbulent kinetic energy,  $k$ )와 난류운동에너지 소산율(Dissipation rate of turbulent kinetic energy,  $\epsilon$ )을 사용하여 와점성계수는 다음과 같이 된다.<sup>7)</sup>

$$\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (7)$$

여기서  $C_\mu$  는 모델상수이다.

난류운동에너지와 난류운동에너지 소산율은 각각 다음과 같은 Transport equation에 의해 구해진다.  
난류운동에너지 방정식<sup>8)</sup>

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \beta g_i \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - C_D \frac{k^{3/2}}{L} \quad (8)$$

난류운동에너지 소산율방정식

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + c_1 \epsilon \frac{\epsilon}{k} (P + c_{3\epsilon} G) - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (9)$$

### 3. 수치해석

Near-wall Treatment - 위에서 살펴본 난류모델들은 고Reynolds수의 유동영역에만 적용될수 있으며 점성영향이 큰 벽면근방에는 적용할 수 없다. 따라서 벽면근방에서 wall function이라고 하는 특별한 경계조건을 사용하든지 위의 모델들의 저Reynolds수형을 사용해서 벽면까지 푸는 방법이 현재 널리 쓰여지고 있다. 본 연구에서 wall function으로 수면은 symmetric 경계조건을, 벽면에서는 고체벽면 경계조건을 적용하였다. 수치적 알고리즘으로는 SIMPLE method로 STAGGERED grid를 사용하여 Hybrid Scheme 으로 계산하였다.<sup>9)</sup>

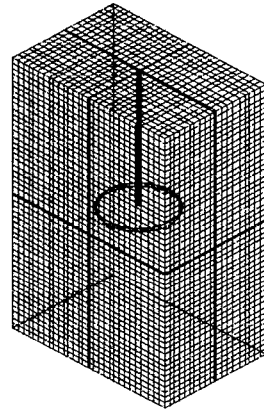


Fig 2. grid of the fool

#### 4. 결과 및 결론

수조내의 유동장을 비교적 상세히 계산하기 위해  $20 \times 30 \times 50 = 30,000$  의 셀로 계산하였다. 또한 본 연구에서는 난류모델로서 k-e 모델을 사용하였는데, 각각의 셀에서 연속방정식, U, V, W 모우멘텀 방정식, 에너지방정식, k 및  $\epsilon$  방정식 등 모두 7개의 식을 계산하는 이유로 모두  $7 \times 30,000 = 210,000$  개의 식을 1회에 계산하였다.

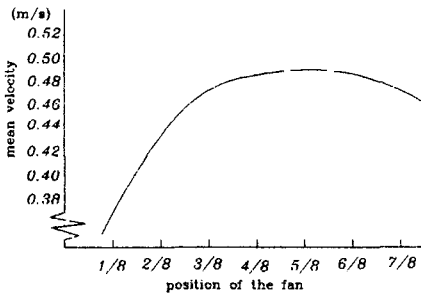


Fig 3. mean velocity of the fool.

팬의 위치(h/H)	측정 위치(m)	최대유속	최소유속 (m/s)	평균유속 (m/s)
0.125	1 m	1.09	0.0113	0.371
0.25	2 m	1.02	0.0125	0.440
0.375	3 m	0.96	0.0222	0.478
0.5	4 m	0.91	0.0255	0.484
0.625	5 m	0.89	0.102	0.490
0.75	6 m	0.81	0.0879	0.487
0.875	7 m	0.75	0.115	0.477

Table 1. The mean velocity of the pool

또한 각각의 수렴오차는 0.1로 하였는데 3차원인 관계로 수렴이 늦었으며 보통 수렴하는데 30,000 ~ 50,000번의 계산이 필요하였다. 본 계산에서는 수조에서의 팬의 위치를 바닥에서부터 1m 씩 이동하면서 계산하여 수조내의 평균유속이 가장 큰 위치를 찾도록 하였다. 계산한 결과 수조 내에서 평균유속이 가장 크게 되는 팬의 위치는 중심에서부터 약간 위쪽의 약 5m 되는 위치로 추정되었다.

Fig. 4 는 수조 내 1m 되는 곳 (h/H=0.125)에 팬을 설치한 유동의 계산 결과를 나타낸 그림으로 팬이 바닥 근처에 설치된 관계로 유속이 비교적 빠르게 나타났으며 큰 와가 형성됨을 알 수 있다.

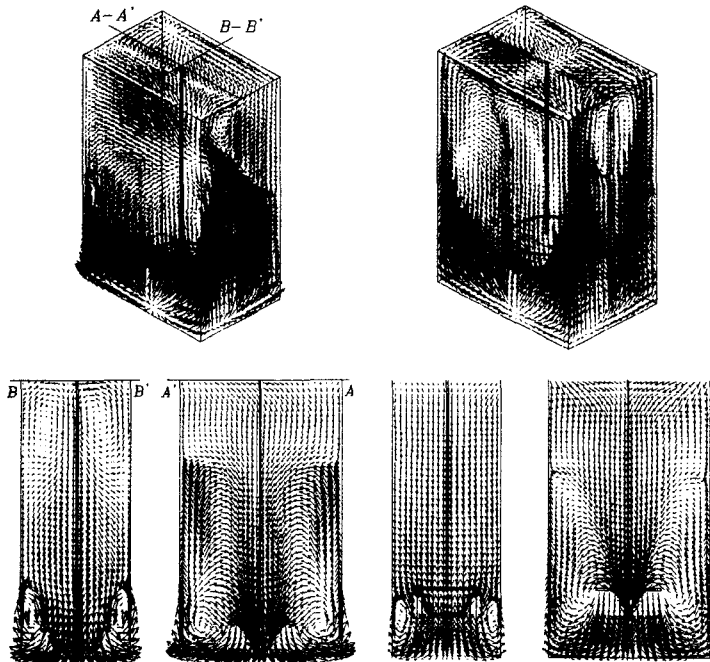


Fig. 4 flow vector at fan position(h/H=0.125)

Fig. 5 flow vector at fan position(h/H=0.25)

Fig. 5 는 팬을 바닥으로부터 2m 되는 곳에 설치한 수조 내의 유동으로

Fig. 4와 같이 와가 형성됨을 볼 수 있다.

Fig. 7 은 팬이 수조의 가운데 위치한 그림이며 팬의 바로 하단 부에 2개의 와 (swirl)가 형성되는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8 은 팬을 바닥에서 5m 의 위치에 설치한 수조의 유동으로 수조 내 유동의 평균값이 가장 크게 나타났다.

Fig. 9 는 팬을 바닥에서  $6m(h/H=0.75)$ 의 위치에 설치한 수조의 유동으로 바닥 방향으로 길게 흐름이 발생하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 10 은 팬을 바닥에서 7m 되는 곳에 설치한 유동의 그림으로 수조의 깊이가 8m 이므로 수면 아래로 1m되는 곳에 팬이 있을 때 수조 내의 유동상태를 나타낸 그림이다. 이상의 결과로 볼 때 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

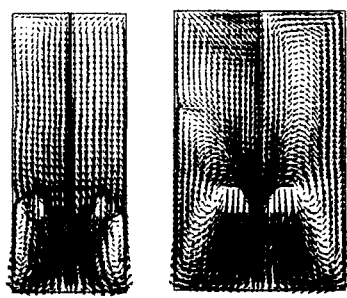
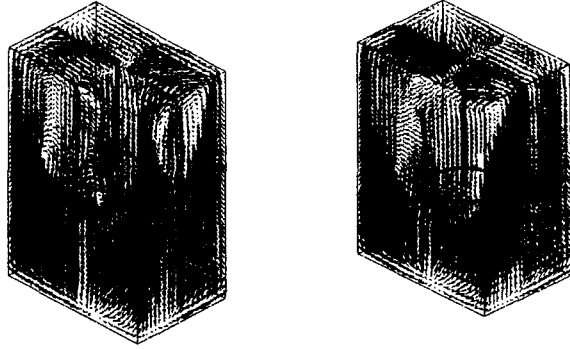


Fig. 6 flow vector at fan position ( $h/H=0.375$ )

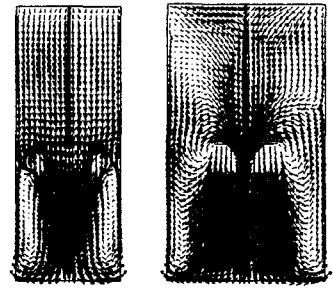


Fig. 7 flow vector at fan position ( $h/H=0.5$ )

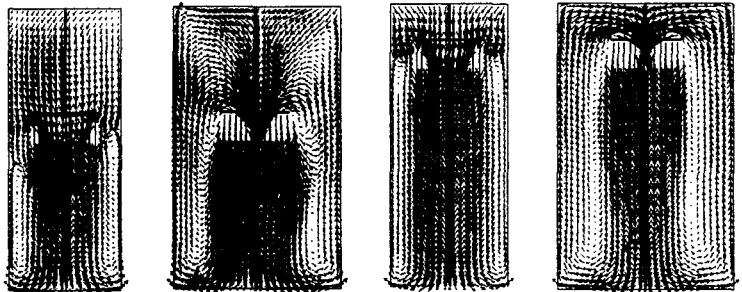
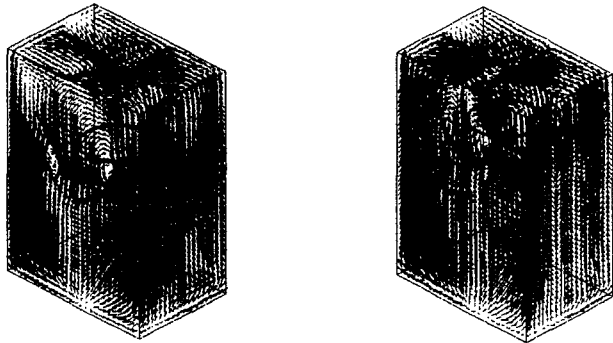


Fig. 8 flow vector at fan position ( $h/H=0.625$ )

Fig. 10 flow vector at fan position ( $h/H=0.875$ )