

# AT 교류 철도급전계통 내 다수 열차 운행 시 새로운 계통해석 알고리즘 연구

## **Applying New Algorithm on AC Auto-Transformer Feeding System under Multiple Trains Operating**

**Jeon, Yong-Joo\*** Choo, Dong-Wook\*\* Jeon, Myung-Soo\*\*\* Rim, Seong-Jeong\*\*\*\* Kim, Jae-Chul\*\*\*\*\*

## ABSTRACT

This paper presents a new algorithm to analyze a train voltages of multi-trains in auto-transformer-fed AC railway systems, using electrical equivalent change. The train current will be divided into circulation and return currents, and these current values are the same. By evaluating each current independently, the result will be more precise. The train current flows through the all auto-transformer corresponding to track impedance. In analyzing the railway system, the algorithm is based on the K.C.L, K.V.L, superposition and circuit separation method. Multi-train's voltages are determined by calculating the catenary voltage at each train's position and adding up these train's voltage drop. Case studies use a field operational data, show that the proposed method is easily applied.

1. 서 론

급증하는 전기철도의 안전하고 효율적인 운전을 위해 시스템의 분석은 반드시 선행되어야 한다. 그러나 전기철도는 급전계통의 측면에서 보면 지속적으로 이동하는 집중부하이고 그 변화가 매우 심하며 해당 계통내에 운행중인 다른 열차의 운전특성에도 영향을 다양하게 받게된다. 따라서 급전계통에 나타나는 현상을 정확히 파악하기란 쉬운 일이 아니며 급전계통의 전기적 특성뿐만 아니라 운행조건 및 열차특성 등의 종합적인 시스템 해석이 필요하게 된다. 그 중 급전계통의 모델링은 계통해석에서 가장 중요한 부분이라 할 수 있다. 기존의 연구 결과들을 살펴보면 국내 보고서의 경우[1] 일본에서 사용되던 알고리즘을 이용하여 분석하였으나 이는 이미 모델링의 문제가 입증되었으며[2], 최근에는 R. J. Hill[3]의 논문에 기초를 둔 연구가 진행중이다[4]. 외국의 경우 정상상태에서 전차선로에 전차 한 대를 기준으로 전압, 전류의 분포를 해석하는 방식[3]과 계통의 전류의 흐름을 주, 보조 전류로 구분하여 간략한 대수 방정식으로 계통을 해석하는 방식[5]이 제안되었다.

\* 숭실대학교 석사과정, 학생회원

\*\* 경문대학교 교수 비회원

\*\*\* 일렉컨설팅 대표이사, 비회원

\*\*\*\* 숭실대학교 생산기술연구소 연구원 정회원

\*\*\*\*\* 송실대학교 교수, 정회원

전자의 경우 다수의 열차에 대한 고려가 없으며, 계통내의 각 AT를 통해 흐르는 전류 흐름의 일부를 무시하였으며 후자의 경우 열차 전류 분할 선정기준 방식이 소개되어 있지 않으며 다수로 확장시 각 열차별 전류의 합산방식이 전혀 언급되어있지 않다.

## 2. 본 론

### 2.1 계통의 전기적인 등가변환

등가변환을 위한 첫 단계는 AT의 위치와 변전소의 공급구간 열차의 위치등의 계통의 구성을 확인하는 것이다. 그림2.1은 교류 급전계통의 공급 구역내 AT가 4개 설치되어있고 열차가 AT2-AT3 사이에 위치하고 있는 단선도의 전형적인 전류 흐름 모습이다. 이때 열차전류는 한 변전소 구역 내 모든 AT를 통하여 임파던스의 크기에 반비례하여 분배된다.

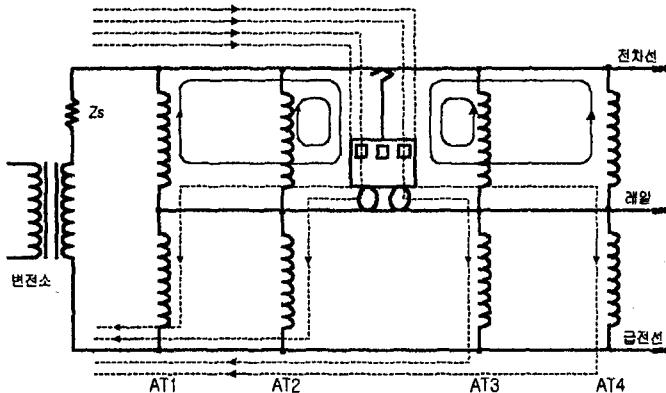


그림 2.1 전형적인 AT 급전계통

AT의 특성상, 각 AT에 의해 공급되는 전류는 2개로 분리된 동등한 위상요소로 나눌 수 있다. 순환전류( $I_{loop}$ )는 AT의 위쪽코일 25[kV] 전압원에 의해 순환되는 전류이며 귀환전류( $I_{return}$ )는 AT의 아래쪽 코일을 통해 전원단으로 귀환되는 전류이다. 따라서 열차전류( $I_{train}$ )는 식 (2-1)과 같이 나타낼 수 있다.

그림 2.1에서 AT 코일들은 독립적인 전압 전원으로 표현이 가능하다. 그 이유는 열차가 운행되는 한 시점에서 AT는 열차에 전류를 공급하는 역할을 하기 때문이다. 반면에 전동차는 전류원으로 표현이 가능한데, 그 이유는 분석하려는 한 시점에서 열차는 전력을 소모하는 부하로 표현되기 때문이다. 열차의 운전모드에 관계없이 전동차의 전류는 매 순간 순간 고정되기 때문이다. 여기서 각 AT로 흐르는 전류의 합은 다음과 같이 나타낼 수 있으며 열차가 정전력 모드일 경우 열차 전류는 식 (2-2)을 이용하여 구할 수 있으며 분할되는 전류는 열차전류와 식 (2-3)의 관계를 가진다.

$$I_{loop} = I_{return} = 0.5I_{train} \quad (2-1)$$

$$I_{train} = \frac{P_{train}}{V_{train} \times \cos \theta} \quad (2-2)$$

$$0.5I_{train} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \quad (2-3)$$

여기서  $V_{train}$ 은 계통 공급전압을 의미하며  $P_{train}$ 은 매 순간 열차의 소비전력을 의미한다.

모든 AT에 같은 원리의 적용이 가능하므로 이를 전기적인 등가회로로 나타내 보면 그림 2.2와 같이 표현할 수 있다.( $Z_s$ 는 변전소 변압기의 누설전류와 변전소 변압기의 2차측에 의한 전원측 단락임피던스를 의미한다.)

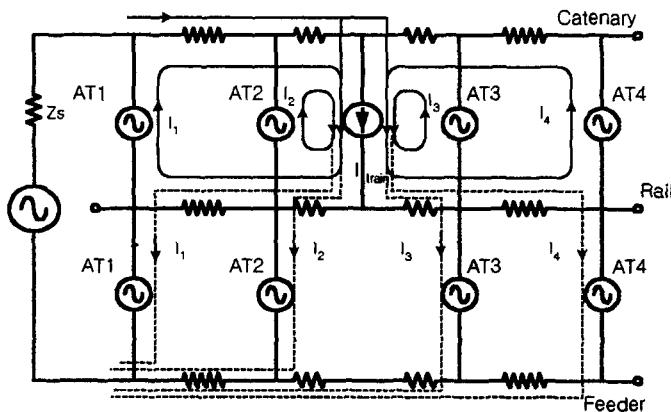


그림 2.2 AT계통의 전기적 등가회로

## 2.2 열차전류의 분배 및 영향평가

열차의 위치별 일반화 수식을 작성하기 위해서는 분석하려는 계통의 구성에 따른 등가회로가 선행되어야 한다. 그림 2.2에서 각 AT로 흐르는 전류를 구하기 위해 AT한 구간 또는 열차와 AT 구간내 선로의 자기 임피던스와 상호임피던스, AT의 내부임피던스를 합산한 등가 임피던스를 계산한다. 전차선, 레일, 급전선의 자기 임피던스를 각각  $Z_c$ ,  $Z_r$ ,  $Z_f$ , 전차선-레일, 레일-급전선, 급전선-전차선의 상호 임피던스를 각각  $Z_{cr}$ ,  $Z_{rf}$ ,  $Z_{fc}$ 라 하면,  $I_{train}$ 과 n번째 전압원 사이의 합산된 등가임피던스는  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ ,  $Z_4$  값으로 표현되며 열차의 위치에 따라 변화하게 된다. 각 AT로 귀환되는 전류와 순환되는 전류의량은 동일하지만 둘 중 어느 방식을 선택하여 전류를 분할하는가에 따라 해당하는 임피던스의 크기가 달라지게 되어 전류량의 차이를 발생하게 된다. 따라서 두 방식중 어떤 방식이 타당한 열차전류 분배가 되는지를 결정하기 위해 위 수식들을 이용하여 동일 조건(구배, 곡선, 열차속도, 열차전류, AT위치, 운행구간)하에서 두 전류에 대한 평가를 수행하였다.

### 2.2.1 순환전류 이용시

교류 AT 급전 계통내에 운행되는 열차 전압은 AT의 영향을 받게되어 AT로 근접할수록 전압강하가 작아지며 근접한 AT를 통하여 대다수의 열차 전류가 흐르게 되어 각 AT를 기준으로 아래로 볼록한 포물선의 열차 전압이 발생하게 된다[7].

그림 2.3의 경우 12[km], 24[km], 36[km], 지점에 각각 AT가 설치되어 있는 계통으로 1대의 열차가 정속도, 정전류로 운전중이며 선로에는 구배와 곡선이 적용되지 않은 이상적인 조건하에서의 시뮬레이션 결과이다. 그림에서 초기전압이 27.5[kV] 보다 낮은 이유는 전원단 임피던스의 영향이며 AT로 근접할수록 열차의 전압이 상승됨을 볼 수 있는데 이는 AT의 특성이 적절히 반영된 것이다.

## 2.2.2 귀환전류 이용시

그림 2.4는 그림 2.3과 동일한 조건에서 운전된 거리별 열차전압 그래프를 나타낸다. 이 경우 순환전류에 비해 AT의 영향을 적게 받게 됨을 확인할 수 있다. 그 이유는 순환전류의 경우 전차선과 레일의 임피던스에 의한 영향만을 받지만 귀환전류의 경우는 전차선에서 레일을 통해 급전선을 경유하여 귀환되기 때문에 AT의 위치에 따라 임피던스의 값이 크게 변화하지 않기 때문이다. 특히 전원단에서 멀어질수록 임피던스의 값은 거의 일정하게 변화하게 되어 AT의 영향은 거의 나타나지 않게 된다. 따라서 순환전류를 이용시 보다 큰 전압강하가 전반적으로 발생됨을 확인 할 수 있었다. 종합적인 두 전류 방식의 특성을 관찰해 볼 때 귀환전류 보다 순환전류를 이용하여 열차 전류를 분배하는 것이 타당할 것으로 추정된다.

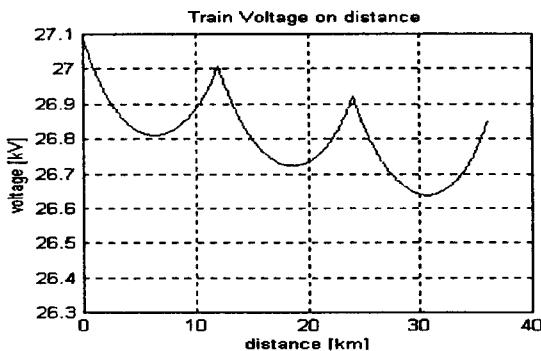


그림 2.3 거리별 열차전압 (순환전류 이용)

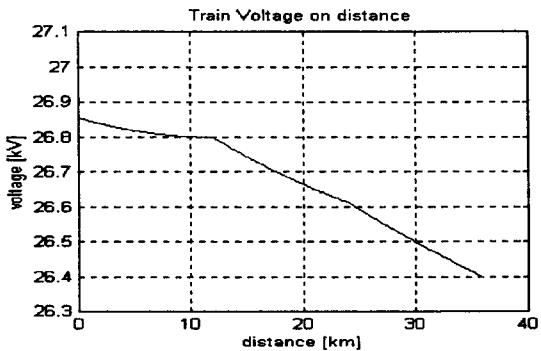


그림 2.4 거리별 열차전압 (귀환전류이용)

열차전류의 분배방식이 결정되면 (2-4) 수식을 이용하여 루프별 전류의 값을 결정한다.

$$I_n = \frac{\frac{1}{Z_n}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}} \times I_{train} \quad (2-4)$$

여기서  $I_n$  ( $n=1, 2, 3, 4$ )는  $n$  개의 전압원에 의해 분배되는 전류이고  $\frac{1}{Z_n}$ 는  $I_{train}$ 과  $n$ 번째 전압원 사이의 합산된 임피던스의 역수이다.

## 2.3 다수 열차의 해석

다수의 열차로 알고리즘을 확대 해석하기 위해서는 각 열차의 상호 작용을 고려한 전류의 합산이 필요하다. 등가회로에서도 확인할 수 있듯이 열차와 AT의 위치에 따라서 전류의 크기와 방향이 바뀌게 되므로 열차별 정확한 위치와 상태파악이 선행되어야 한다. 따라서 합산하는 방식은 각각의 열차의 전류를 독립적으로 계산하여 열차 위치별 계통 전체전압을 도시한 후 계통에 투입된 모든 열차로 확산하여 해석하는 전압합산방식과 계통에 투입된 모든 열차에 대한 전류의 방향을 구역(AT사이, 열차-AT)별로 도시한 후 구역을 기준으로 합산 평가하는 전류합산방식의 두가지 방식을 고려해 볼 수 있다.

전자의 경우 그 순서는 다음과 같다.

- ① 데이터 입력 ( 전원정보, 열차정보, 선로정보 : 각각의 열차에 주어진 특성곡선을 이용하여 거

- 리별로 시간과 속도를 파악하고 가속, 감속, 타행 구역결정)
- ② 분석하려는 계통의 AT의 위치파악 및 등가회로 작성
  - ③ 열차1대를 계통내 운행 매 순간 열차의 위치별 계통 전압값 저장
  - ④ 최종열차까지 1대씩 계통내 운행 매 순간 열차의 위치별 계통 전압값 저장
  - ⑤ 원하는 시간대의 계통 전압값을 합산  
후자의 경우도 전자와 ①~② 단계는 동일하며
  - ③ 열차전류 계산 및 구역(AT사이, 열차-AT)별 열차전류 분배후 부호를 부여
  - ④ 모든 열차에 대한 각각의 전류를 구역(Zone)별로 합산한다.
  - ⑤ 각 열차의 위치에서 전압강하를 계산한다.

두 방식 모두 다량의 열차를 해석하는데는 큰 문제가 없으나 후자의 경우 한 쌍의 AT 구간내에 위치하는 열차의 대수에 따라 새로운 수식을 작성해야 하는 단점이 있어 범용성이 떨어지게 됨을 파악 할 수 있었다. 따라서 전자를 채택하는 것이 타당성이 있을 것으로 추정된다.

### 3. 사례 연구

#### 3.1 단일열차 운행시 계통 해석

결과의 타당성 및 검증을 위하여 선로의 구성과 공급전원의 특성, 선로의 임피던스, 열차의 특성 등의 예제 계통[4]은 금정역~남태령 까지의 구간을 모의하였으며, 주어진 선로 데이터는 표 3.1과 같으며 예제 계통은 전원→(1.97[km])→AT1→(3.97[km])→AT2→(8.44[km])→AT3로 구성되어 있다.

##### 3.1.1 운행선로의 특성이 제외된 계통해석

그림 3.1은 해당 구간내 1대의 열차가 정격 5.66[Mw]의 정속도로 운전중인 경우의 거리별 열차 전압을 나타내었다.

표 3.1. 임피던스의 크기

임피던스 종류	크기
전원( $Z_s$ )	$2.36+j19.5[\Omega]$
AT내부( $Z_{AT}$ )	$0.0287+j0.44912[\Omega]$
전차선( $Z_c$ )	$0.194+j0.731[\Omega/km]$
레일( $Z_r$ )	$0.009+j0.467[\Omega/km]$
급전선( $Z_f$ )	$0.122+j0.587[\Omega/km]$
전차선-레일( $Z_{cr}$ )	$0.053+j0.373[\Omega/km]$
레일-급전선( $Z_{rf}$ )	$0.051+j0.361[\Omega/km]$
급전선-전차선( $Z_{fc}$ )	$0.058+j0.369[\Omega/km]$

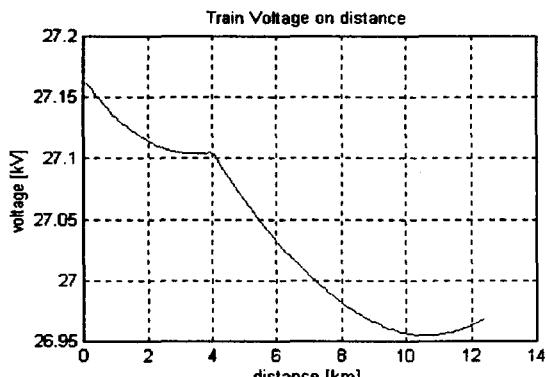


그림 3.1 예제 계통의 거리별 열차 전압변화

예제 계통내에 AT의 간격이 등간격이 아니므로 그림 3.1의 거리별 열차전압의 변화가 비대칭의 그래프로 출력이 되었다.

### 3.1.2 운행선로의 특성이 포함된 계통해석

계통내의 선로 조건은 고려하기 위해 매 시간별 열차의 견인력 특성과 선로의 구배 및 곡선 주행저항 조건들이 적용이 되었으며 또한 등가회로도 매 시간마다 작성되어 각 루프별 전류의 흐름과 전압강하를 계산하였다. 열차의 견인력을 최대로 하기 위해 차량은 10량으로 구성하였으며 승객도 만차를 기준으로 계산하였다. 그림 3.2는 차량운행에 따른 매순간의 위치를 계산한 것으로 금정역을 출발하여 남태령에 도착하는 열차의 속도를 나타낸 것이다.

열차의 속도 곡선으로부터 가속도 특성 곡선을 구한 후 이를 이용하여 열차의 견인력특성 곡선을 구해보면 가속도 특성곡선에 선로의 조건들 즉 구배, 곡선, 주행저항이 추가된 형태가 되어 그래프의 형태가 유사함을 확인할 수 있다. 견인력 특성 곡선을 그림 3.3에 나타내었다.

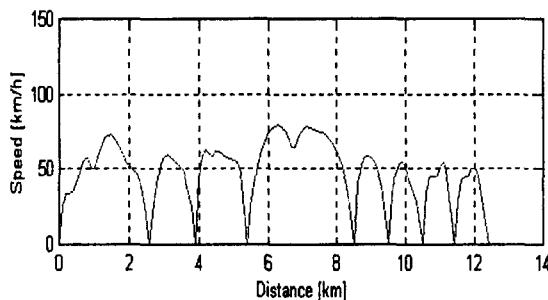


그림 3.2 구간내 운행 열차의 속도

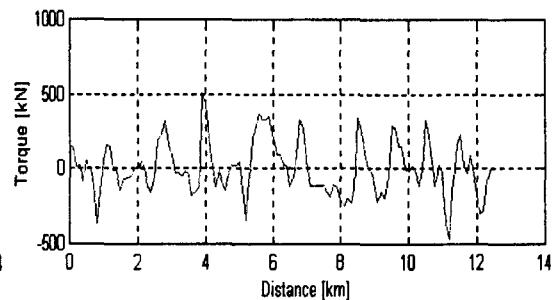


그림 3.3 열차의 견인력특성 곡선

계산된 견인력과 속도를 이용하여 열차의 출력곡선을 도출하여 보면 그림 3.4와 같이 열차가 기동시나 상 구배시에는 양의 출력이 발생하여 에너지를 소모하게되고 감속이나 하 구배시에는 음의 출력이 발생하여 회생전력이 발생함을 볼 수 있다.

그림 3.5는 매시간별 열차의 유효전력을 이용하여 열차의 전압을 거리별로 나타낸 것이다. 전동차의 정(+), 부(-)의 전력에 따라 열차전압도 진동하는 모습을 확인할 수 있다.

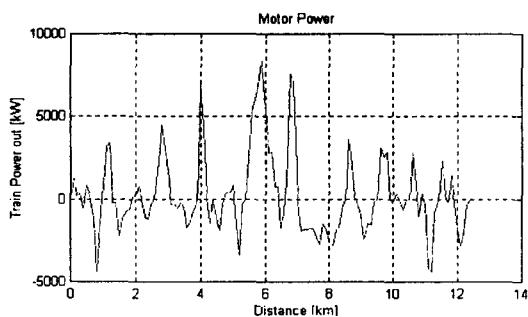


그림 3.4 열차의 유효전력 소비곡선

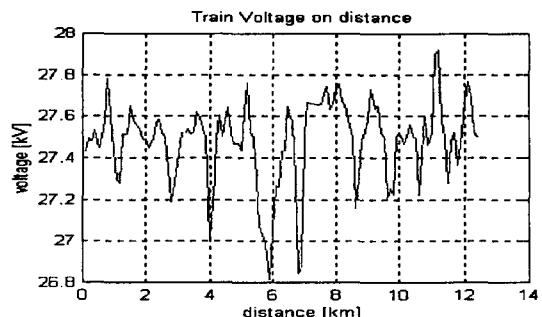


그림 3.5 거리별 열차전압

사례연구의 단일열차의 경우 국내 보고서[4]의 데이터를 이용하였다. 그 결과 본 시뮬레이션과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 보고서에는 최종적인 열차 전압그래프가 입력되어있지 않아서 최종그래프가 비교되지 못하였다. 또한 외국 사례의 경우 해석을 위한 수식의 중간과정이 많이 생략되어 있고 결과 그래프의 범위가 너무 넓어 대략적인 비교만이 가능하였다.

### 3.2 다수열차 운행시 계통 해석

다수열차의 경우 그 비교사례를 찾기 어려워 예제 계통은 AT의 특성을 자세히 파악하기 위해 구간내 4개의 AT를 설치한 48[km] 구간을 모의하였다. 전원단-AT, AT상호의 이격거리는 각각 12[km]이며 선로조건(구배, 곡선)은 생략하였으며 열차조건도 정속도로 가정하였다.

#### 3.2.1 열차 위치별 계통의 전압분포

그림 3.6은 열차가 AT1과 AT2 사이인 18[km] 지점에 위치하고 있는 경우이다. 열차의 부하단 쪽의 전압이 AT의 영향에 의해 상승됨을 확인 할 수 있으며 AT의 위치에서 AT 임피던스에 의해 전압강하가 발생함을 확인할 수 있다.

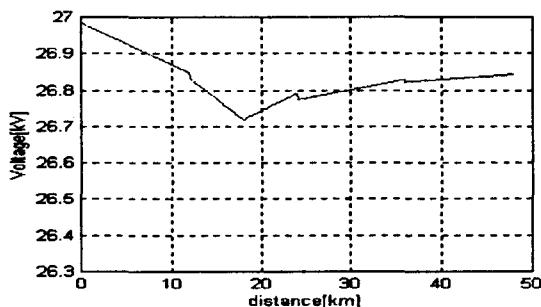


그림 3.6 18[km] 지점 열차 위치시 계통전압

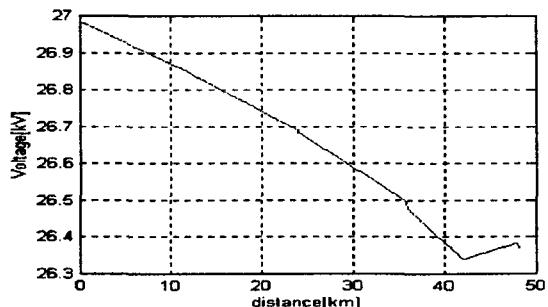


그림 3.7 42[km] 지점 열차 위치시 계통전압

그림 3.7과 3.8의 경우는 각각 열차가 AT3과 AT4 사이의 42[km], 47[km]에 위치한 경우이다. 그림 3.1에 나타난 바와 같이 AT로 근접할수록 열차 전압이 상승됨을 파악할 수 있다. 그림 3.7의 경우 열차 위치에서 전압이 26342[v]가 나타나고 그림 3.8의 경우에서는 26356[v]의 전압이 나타남을 파악 할 수 있다. 이 전압의 차이는 부하의 상황 즉 열차 전류의 값에 따라 달라지게 되며 부하 전류가 클수록 그 차이는 커지게 된다.

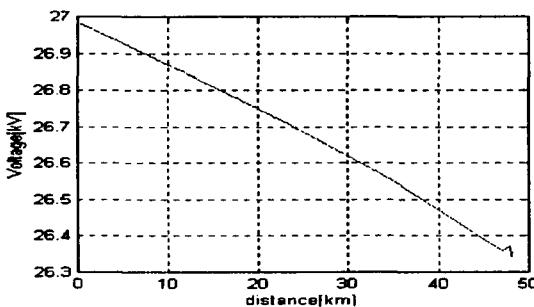


그림 3.8 47[km] 지점 열차 위치시 계통전압

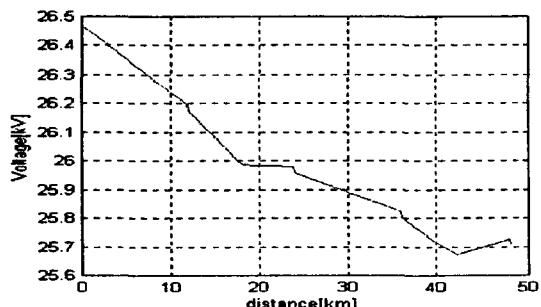


그림 3.9 18[km],42[km] 지점 열차 위치시 계통전압

앞에서 제안한 열차별 전압의 합산 방식을 적용하여 열차를 2대로 확장해 본 결과가 그림 3.9에 나타나 있다. 열차가 각각 18[km]와 42[km] 지점에 위치하고 있다. 전류의 상호작용이 적절히 반영되어 단일 열차와 비교시 그레프의 기울기가 때로는 급하게 때로는 원만하게 나타남을 확인할 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 AT 교류 급전 계통 내에 다수의 열차 운전 시 동적전압의 해석 알고리즘을 제안하였다.

급전계통 해석에 있어 가장 중요한 시스템의 전기적 등가모델링 기법과 계통 내의 AT로 분할되는 열차전류의 흐름에 대해 분석하고 해석 방식을 제안하였고 AT의 해당위치별 전압강하를 고려하였다. 또한 전차의 대수, 전차의 위치변화에 따라 언제든지 열차 전압의 계산이 가능한 대수방정식을 일반화된 형식으로 유도하였으며 다수의 열차 운행시 열차의 상호 작용을 고려한 계통 전체 전압분포를 도시하는 방법을 제시하였고 이를 합산하여 다량열차의 해석을 도모하였다. 프로그램의 작성과정에서는 선로조건, 열차조건, 계통해석 부분을 개별적으로 작성하여 차후 수정 및 보완을 간편하게 작성하였다.

알고리즘으로는 KCL, KVL, 중첩의 정리와 회로분할법을 수행하였다. 그 결과 계통 내 열차 운행 시 시간별 위치에 따른 전류의 흐름과 계통전체의 전압을 파악할 수 있었으며 이를 통하여 해당조건에 따라 열차 운행 시 정확한 열차의 상태를 파악할 수 있었다.

향후 연구과제로는 열차 특성 입력시 열차의 속도에 따른 운전모드의 특성에 대한 자세한 모델링으로 알고리즘의 정확성 확보와 실측데이터와의 비교를 통한 정확성 검증이 필요하다. 이를 기준의 계통과 신설되는 계통에 적용하면 보조 변압기의 위치 설정 및 변전소의 설치간격 등 기본적인 철도계통의 설계와 운영에 높은 신뢰성의 자료를 제공하도록 할 수 있을 것이다.

#### 참고 문헌

- [1] 철도청 (1998년) “경부선 동대구-부산간 전철, 전력설비 기본설계 보고서(별권)”
- [2] 한국전기연구소(1999년) “급전시스템 해석기술 개발”
- [3] R. J. Hill, I. H. Cevik (1993년) “On-Line Simulation of Voltage Regulation in Auto transformer-Fed AC Electric Railroad Traction Networks”, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol.42. No.3, pp. 365-372.
- [4] 철도청 (1998년) “전류 MAP을 이용한 전차선로 관리시스템 구축 연구”
- [5] Pao-Hsiang Hsi et al.,(1999년) “Simulating On-Line Dynamic Voltages of Multiple Trains under Real Operating Conditions for AC Railways”, IEEE Transactions on Power systems, Vol.14, No.2, pp. 452-459.
- [6] R. J. Hill et al.,(1994년) “Electric railway traction Part 3 Traction Power supplies”, Power Engineering Journal.
- [7] Tristan A. Kneschke,(1986년) “Simple method for determination of substation spacing for Ac and Dc electrification system”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-22, No.4, 763-780.