

# 2차원 KTX 모델을 이용한 상로판형교의 상호작용해석 Interaction Analysis of Deck Plate Girder Bridges Using 2-Dimensional KTX Model

김 만 철\* · 양 신 추\*\* · 이 종 득\*\*\*  
Kim, Man-Cheol · Yang, Sin-Chu · Lee, Jong-Duk

## ABSTRACT

The high speed train service will be offered for high-quality transport service in existing railway by Korean National Railroad(KNR). Therefore, this paper presents the results of analysis carried out to determine the dynamic response characteristics of deck plate girder bridges which are representative elevated structures of existing railway and to evaluate their suitabilities for supporting Korea Train Express(KTX) trainsets in the speed range 0-250 km/h. Their dynamic characteristics are analyzed concerning structural safety, train-operation safety and passenger comfort. The simplified method for 2-dimensional train/track/bridge interaction analysis is utilized in the analysis of dynamic behaviors of deck plate girder bridges.

## 1. 서 론

철도청에서는 철도산업 경쟁력 제고 및 고품질 수송서비스를 제공하기 위하여 현재 기존선 최고속도를 140 km/h에서 2004년까지 160 km/h로, 2010년까지는 200 km/h로 속도향상을 추진하고 있다. 이러한 속도향상을 위해서는 기존 교량구조물들에 대해 동적안전성 검토가 반드시 선행되어야 할 것이다.

철도교에 대한 진동문제는 19C 중반부터 Willis Stokes, Kryloff, Timoshenko, Inglis 등에 의해 시작되었으며, 주행차량모형을 개발한 Chu 등과 Yang 등에 이르기 까지 많은 연구자들에 의해 연구가 수행되었다. 국내에서는 장승필 등, 유철수 등과 박홍성 등이 철도차량을 고려한 동적해석 연구를 수행하였다. 또한 최창근, 양신추 등은 2차원 차량모형에 교량의 편심의 영향을 고려함으로써 2차원 해석의 정확성을 개선하고, 차량과 교량의 전체 모델링에 의한 3차원 동적해석 시 소요되는 많은 시간 및 계산량 등을 감소시킨 2차원 차량/교량 해석방법을 개발하였다. 김만철 등[1]은 다양한 형태의 철도차량에 궤도/교량 상호작용을 검토할 수 있는 해석방법을 개발하였다.

본 논문에서는 기존선 고속화에 따라 기존선에서 가장 대표적인 교량인 상로판형교에 대한 동적안전성을 검토하였다. 상로판형교의 동적안전성 검토는 2차원 차량/궤도/교량 상호작용 해석프로그램을 이용하여 구조적안전성, 주행안전성과 승차감 기준에 대해 수행하였다.

\* 정회원, 한국철도기술연구원 선임연구원

\*\* 정회원, 한국철도기술연구원 책임연구원

\*\*\* 정회원, 국립철도대학 교수

## 2. 차량/궤도/교량 해석프로그램

### 가. 차량 모델

차량은 KTX 2차원 모델을 이용하여 해석프로그램을 작성하였다. 2차원 KTX 차량모델 및 자유도는 다음과 같다.

- 차량의 구성 : 20량(=동력차 2량+동력객차 2량+객차 16)

- 차량의 자유도 : 10자유도(=차체의 수직 및 회전변위 2개+대차의 수직 및 회전변위 4개+차륜의 수직변위 4개)

차량의 운동방정식을 유도하기 위하여 식(1)과 같은 라그랑지안 방정식(Lagrange's Equation)을 도입하였다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{g}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial g_i} \right) + \left( \frac{\partial V}{\partial g_i} \right) + \left( \frac{\partial D}{\partial \dot{g}_i} \right) = q_i \quad (1)$$

식(1)에서  $T$ 는 운동에너지(Kinetic Energy)를,  $V$ 와  $D$ 는 각각 변형에너지(Potential Energy)와 분산에너지(Dissipation Energy)를 의미하고,  $g_i$ 는 변위를,  $q_i$ 는 하중을 나타낸다.

앞 동력차의 운동에너지와 변형에너지, 분산에너지는 다음 식과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \left\{ M_1 \left( \frac{\dot{v}_1 + \dot{v}_2}{2} \right)^2 + I_1 \left( \frac{\dot{v}_1 - \dot{v}_2}{L_1} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^2 (m_i \dot{u}_i^2 + i_i \dot{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^4 m_{wi} \dot{w}_i^2 \right\} \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_{si} y_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_{pi} y_{pi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_{hi} y_{hi}^2 \quad (3)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 c_{si} \dot{y}_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 c_{pi} \dot{y}_{pi}^2 \quad (4)$$

동력객차 및 객차의 운동에너지와 변형에너지, 분산에너지는 다음 식과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=2}^{19} \left\{ M_i \left( \frac{\dot{v}_{i+1} + \dot{v}_{i+2}}{2} \right)^2 + I_i \left( \frac{\dot{v}_{i+1} - \dot{v}_{i+2}}{L_i} \right)^2 \right\} + \sum_{i=3}^{21} (m_i \dot{u}_i^2 + i_i \dot{\theta}_i^2) + \sum_{i=5}^{42} m_{wi} \dot{w}_i^2 \right] \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{21} k_{si} y_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=5}^{42} k_{pi} y_{pi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=5}^{42} k_{hi} y_{hi}^2 \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{21} c_{si} \dot{y}_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=5}^{42} c_{pi} \dot{y}_{pi}^2 \quad (7)$$

뒤 동력차의 운동에너지와 변형에너지, 분산에너지는 다음 식과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \left\{ M_{20} \left( \frac{\dot{v}_{22} + \dot{v}_{23}}{2} \right)^2 + I_{20} \left( \frac{\dot{v}_{22} - \dot{v}_{23}}{L_{20}} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=22}^{23} (m_i \dot{u}_i^2 + i_i \dot{\theta}_i^2) + \sum_{i=43}^{46} m_{wi} \dot{w}_i^2 \right\} \quad (8)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=22}^{23} k_{si} y_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=43}^{46} k_{pi} y_{pi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=43}^{46} k_{hi} y_{hi}^2 \quad (9)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=22}^{23} c_{si} \dot{y}_{si}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=43}^{46} c_{pi} \dot{y}_{pi}^2 \quad (10)$$

각각의 현가장치 및 접촉스프링의 상대변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{si} = v_i - u_i \quad (11)$$

$$y_{pi} = u_i + (-1)^{(i+1)} l_i \theta_i - w_i \quad (12)$$

$$y_{hi} = w_i - v_r(x_i) + y_{w/r}(x_i) \quad (13)$$

$v_r(x_i)$  는  $i$ 번째 윤축의 위치  $x_i$ 에서 레일의 변위이고  $y_{w/r}(x_i)$ 는 그 점에서의 궤도의 불규칙성을 의미한다. 차륜과 레일의 접촉강성을 Hertzian 스프링으로 모델링하여 고려하였다.

차량의 자유도  $g_i = \langle v_j, u_j, \theta_j, w_{2j-1}, w_{2j} \rangle^T$ ,  $j=1, \dots, 23$ 에 대해 식(2)~(13)을 라그랑지안 식(1)에 적용하므로써 다음과 같은 차량의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$M_i \ddot{g}_i + C_i \dot{g}_i + K_i g_i = q_i \quad (14)$$

여기서  $M_i$ ,  $C_i$ ,  $K_i$ 와  $q_i$ 는 각각 차량의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬과 차량에 작용하는 하중이다. 식(14)에서 차량에 작용하는 하중  $q_i$ 는 다음과 같다.

$$q_i = \begin{Bmatrix} M_j g \\ m_j g \\ 0 \\ m_w g + k_h \{v_r(x_{2j-1}) - y_{w/r}(x_{2j-1})\} \\ m_w g + k_h \{v_r(x_{2j}) - y_{w/r}(x_{2j})\} \end{Bmatrix}, \quad j=1, \dots, 23 \quad (15)$$

여기서  $g$ 는 중력가속도이다.

#### 나. 레일 및 궤도의 모델링

궤도는 레일(Rail)과 침목(Sleeper) 도상(Ballast)으로 이루어져 있다. 레일은 보요소를 이용하여 2차원으로 모델링 하였다. 침목 및 도상은 Winkler 요소에 의하여 모델링 하였다. Winkler 요소는 4개의 절점이 하나의 요소를 이루며 각 절점당 수직 및 회전 자유도를 갖고 있다. 자갈도상궤도의 지지강성을 국부좌표에서 각축에 독립적으로 등분포된다고 가정할 때 국부좌표에서의 Winkler의 강성행렬은 다음과 같이 구할 수 있다. 레일과 바닥면에서의 변위  $u_r$ ,  $u_s$ 를 프레임요소 형성시 사용했던 Hermitian 형상함수와 절점변위로 다음의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_r = fU_r, \quad u_s = fU_s \quad (16)$$

이들 형상함수로부터 강성행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$K'_b = \int_L f^T k_b f dl \quad (17)$$

$$= \frac{L}{420} \begin{bmatrix} 156k_b & 22k_b L & 54k_b & -13k_b L \\ & 4k_b L^2 & -13k_b L & -3k_b L^2 \\ & & 156k_b & -22k_b L \\ & & & 4k_b L^2 \end{bmatrix}$$

차량과 궤도와의 상호작용에 의한 레일에 작용하는 하중  $P_i(t)$ 는  $m$ 개의 윤축 중  $i$ 번째 윤축에 의한 동하중으로 다음과 같다.

$$P_i(t) = k_h \{w_i - v_r(x_i) + y_{w/r}(x_i)\} \quad (18)$$

차량에 의해 궤도에 작용하는 상호작용력  $P_i$  다음과 같은 관계식에 의해 레일 요소의 절점하중으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} F_k \\ M_k \\ F_{k+1} \\ M_{k+1} \end{pmatrix} = P_i \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix} \quad (19)$$

여기서  $N_1 = 1 + 2\xi^3 - 3\xi^2$ ,  $N_2 = \xi l_e(\xi - 1)^2$ ,  $N_3 = 3\xi^2 - 2\xi^3$ ,  $N_4 = \xi^2 l_e(\xi - 1)$ ,  $\xi_i = x/l_e$ 이다. 또한 이와 같은 관계식을 이용하여 절점의 변위를 차륜이 위치하고 있는 곳에서의 변위로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_r(x_i) = \langle N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \rangle \begin{pmatrix} v_{r,k} \\ \theta_{r,k} \\ v_{r,k+1} \\ \theta_{r,k+1} \end{pmatrix} \quad (20)$$

여기서  $v_{r,k}$ ,  $\theta_{r,k}$ ,  $v_{r,k+1}$ 와  $\theta_{r,k+1}$ 는 각각  $k$ ,  $k+1$ 번째 절점에서의 수직변위 및 회전변위를 의미한다.

#### 다. 교량의 모델링

교량은 보요소를 이용하여 2차원으로 모델링하였다. 기존의 2차원 상호작용해석에 있어서는 차량의 윤축이 교량의 도심(Neutral Axis of Area)에 작용한다고 가정하여 해석하였다.

### 3. 수치해석

본 연구에서는 기존선 구간 속도향상시 동적안전성을 검토하기 위하여 기존선 구간의 대표적인 교량형식인 판형교에 대해 경간별(6, 9, 18m: 그림 1, 2, 3, 표 3)로, 교량의 감쇠비 1%, 5%에 대해 2차원 KTX 차량 모델을 이용한 동적해석을 수행하였다.

표 1. 고속철도 교량의 주행안전성 및 승차감 기준

주행안전성 기준	상판의 최대 수직가속도	$a_{max} \leq 0.35g$
	상판의 최대 회전변위	$\theta_{max} \leq 50 \times 10^{-5} rad$
	상판의 최대 비틀변위	$\psi_{max} \leq 0.4mm/m(Transverse)/3m(Longitudinal)$
승차감 기준	최대 수직변위	$\Delta_{max}/L \leq 1/1700$
	승객의 최대 수직가속도	$a_{max} \leq 0.05g$

교량의 구조적 안전성은 KTX 차량의 동적해석에 의한 경간 중앙 지점의 최대 변위에 대해 설계시 동적 효과를 고려하기 위해 사용한 LS-22 하중에 대한 경간 중앙 지점의 최대 정적 변위의

비, 즉 동적증폭계수를 철도교 시방서의 동적증폭계수(표 2)와의 비교를 통하여 분석하였다. 또한 차량의 주행안전성 및 승차감 기준은 고속철도교량 설계 기준(표 1)에 대해 비교 분석하였다. 본 연구에서는 주행안전성 기준에 대해 상판의 최대 수직가속도 및 상판의 최대 회전변위에 대한 기준에 대해서 검토하였다. 교량의 비틀변위는 차량의 편심주행에 의해서 주로 발생하나, 기존선 판형교량들은 단선으로 편심을 가지지 않기 때문에 비틀변위가 발생하지 않는다. 따라서 본 논문에서는 비틀변위를 고려하지 않았다. 승차감 기준은 상판의 경간에 대한 최대 수직변위의 비와 승객의 최대 수직가속도에 대한 기준이 제시되어 있으며, 그 기준값은 각각 1/1700, 과 0.05g 이하로 되어있다. 본 논문에서는 승객이 받는 최대 수직가속도가 차체의 수직가속도와 같다고 가정하여 이를 승객이 받는 최대 수직가속도로 규정하여 비교하였다. 2차원 KTX 차량에 의한 수치해석결과를 그림 4부터 그림 15에 정리하였다.

해석결과의 분석에 사용한 동적증폭계수는 식(21)에서 식(23)과 같다.

동적증폭계수 :

$$i_{KTX} = \left( \frac{D_{dynamic, KTX}}{D_{static, KTX}} \right), \quad i_{LS22} = \left( \frac{D_{dynamic, LS22}}{D_{static, LS22}} \right) \quad (21,22)$$

$$\text{철도교 시방서기준 } l \leq 24m \text{인 경우 } i(\%) = 50 - \frac{l^2}{48} + 100 \quad (23)$$

표 2. 철도교 시방서에 의한 각 교량별 동적증폭계수

경간(m)	시방서 동적증폭계수
6	1.4925
9	1.4831
18	1.4325

각 경간별 교량의 거동에 지배적인 첫 번째 고유진동수 검토한 결과 6m, 9m, 18m 교량은 각각 84.37Hz, 51.33Hz, 19.59Hz로 일반적으로 교량의 고유주기가 최대 20Hz, 경제적인 교량인 경우 10Hz 정도임을 고려할 때 매우 과다하게 설계되었음을 알 수 있다. 구조적 안전성의 평가기준이 동적증폭계수는 설계시 사용한 LS-22 하중의 최대 축중이 22ton으로 동적해석에 사용한 KTX모델의 축중 17ton 보다 크기 때문에 LS-22에 대한 정적처짐이 KTX모델에 대한 동적처짐보다 크게 나타났다. 따라서 시방서 기준인 동적증폭계수를 모두 만족한 것으로 나타났다. 중앙 지점의 수직가속도는 경간이 짧을수록, 즉 교량의 첫 번째 고유진동수가 클수록 증가하는 현상을 보이고 있으며, 이들 값은 기준치 0.35g를 크게 초과함을 알 수 있었다. 따라서 구조적 안전성을 만족하는 범위에서 최대한 교량을 유연하게 함으로써 이 기준치를 만족시켜야 할 것이다. 단위적임각의 기준  $50 \times 10^{-5} \text{rad}$ 을 해석의 모든 경우에 만족하지 못하고 있으므로 현 표준형 판형교량 설계시 단부 보강이 필요한 것으로 판단된다. 지간에 대한 상판의 최대 처짐비는 기준 1/1700을 모든 해석의 경우에 만족하는 것으로 분석되었다. 그러나 차체의 수직가속도 기준인 0.05g는 교량의 경간이 증가할수록 차량/교량 상호작용효과가 크게되기 때문에 경간과 속도가 증가할수록 기준을 만족하지 못하는 경우가 발생하였다. 본 연구에서는 교량의 감쇠비를 1%와 5%에 대해서 동적해석을 수행하였으며, 그 결과 교량 및 차량의 동적특성은 큰 차이를 보이지 않았다.

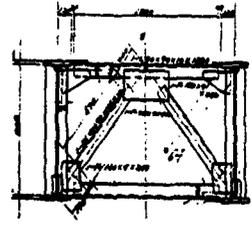
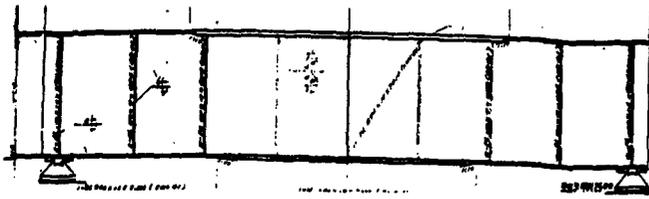


그림 1 경간 6m 판형교 표준 단면도

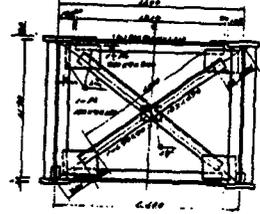
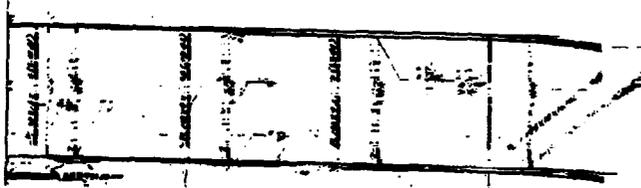


그림 2. 경간 9m 판형교 표준 단면도

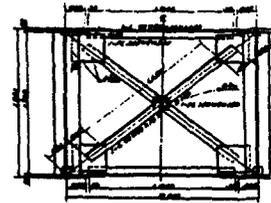
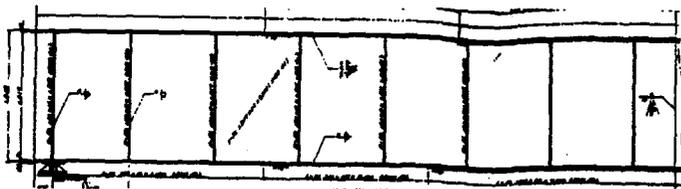


그림 3. 경간 18m 판형교 표준 단면도

표 3. 각 교량의 물성치

경간	1차진동수 (Hz)	단면적 ( $A, m^2$ )	단면이차계수 ( $I, m^4$ )	탄성계수 ( $E, \text{tonf}/m^2$ )	단위질량 ( $\rho, \text{ton}/\text{sec}^2/m^3$ )	포아송비 ( $\nu$ )
6m	84.37	0.035664	0.00521660	20,389,019	0.7981	0.3
9m	51.33	0.051060	0.01400322			
18m	19.59	0.077290	0.04939218			

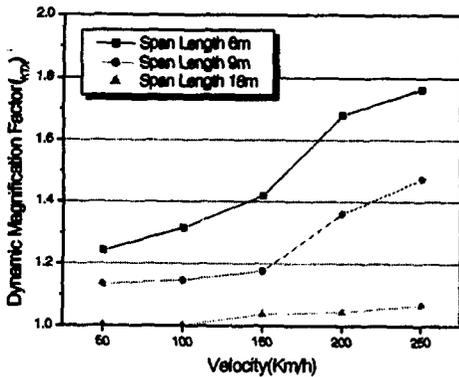


그림 4. 1% 감쇠에 대한 경간 중앙 지점의 수직변위에 대한 동적증폭계수( $i_{KTX}$ )

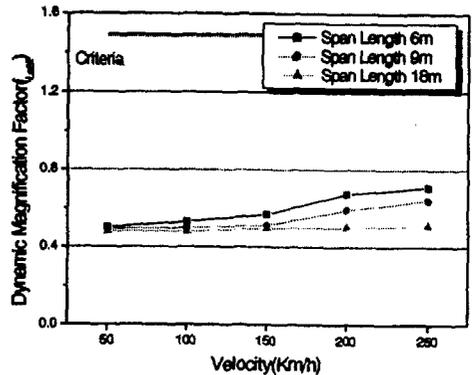


그림 5. 1% 감쇠에 대한 경간 중앙 지점의 수직변위에 대한 동적증폭계수( $i_{LS22}$ )

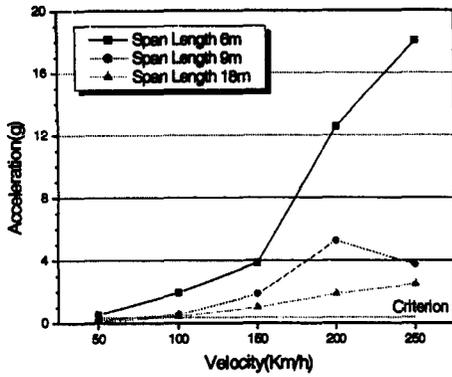


그림 6. 1% 감쇠에 대한 경간 중앙 지점의 수직가속도

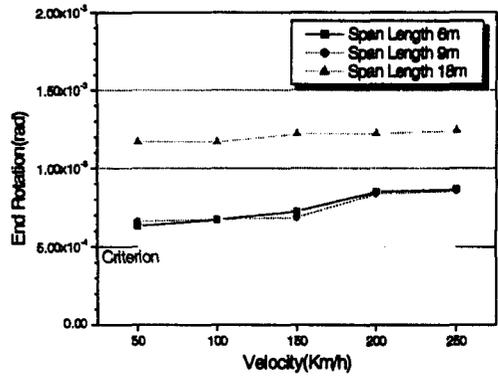


그림 7. 1% 감쇠에 대한 단부 격임각

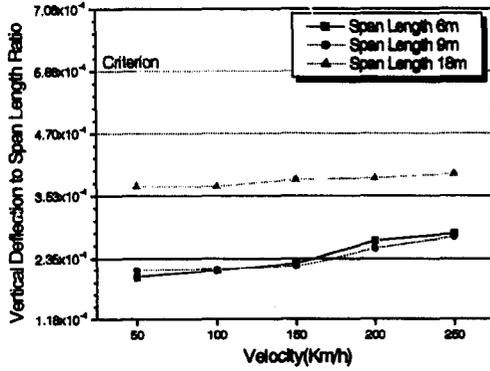


그림 8. 1% 감쇠에 대한 지간에 대한 경간 중앙 지점의 수직처짐비

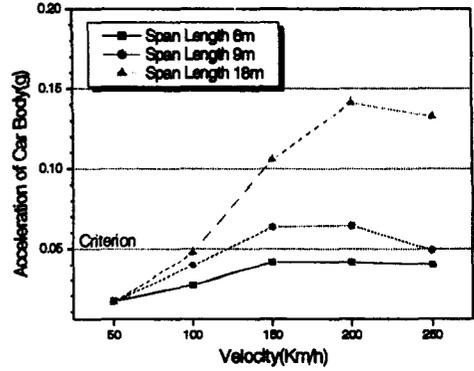


그림 9. 1% 감쇠에 대한 차체의 수직가속도

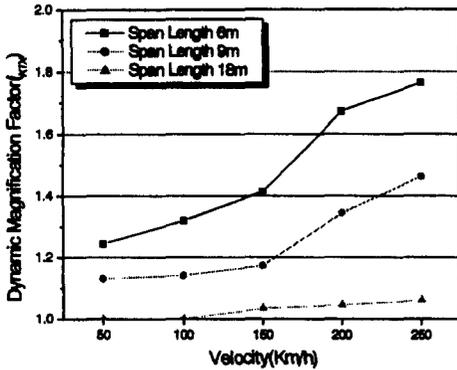


그림 10. 5% 감쇠에 대한 경간 중앙 지점의 수직변위에 대한 동적증폭계수( $i_{KTX}$ )

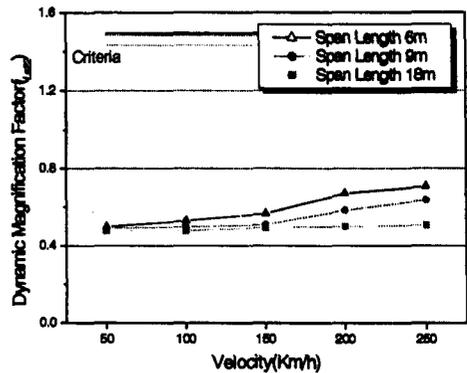


그림 11. 5% 감쇠에 대한 경간 중앙 지점의 수직변위에 대한 동적증폭계수( $i_{LS22}$ )

### 3. 결론

본 논문에서는 2차원 차량/궤도/교량 상호작용 해석프로그램에 의한 장항선 교량중 가장 일반적인 판형교에 대해 경간별(6m, 9m, 18m) 동적해석을 수행하여 구조적 안전성, 차량의 주행안전성 및 승차감 기준에 대해 검토하였다.

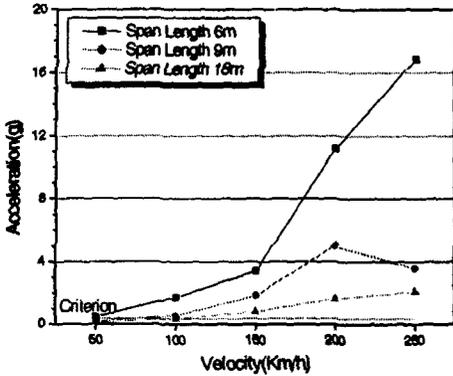


그림 12. 5% 감쇠에 대한 경간 중앙 지점의 수직가속도

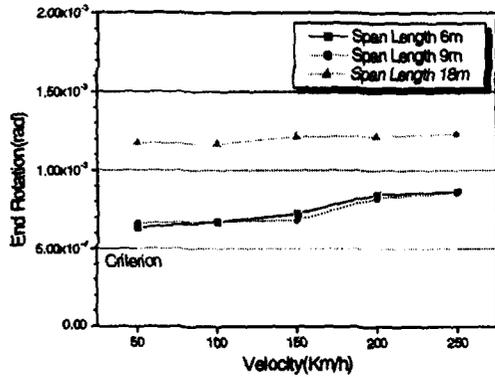


그림 13. 5% 감쇠에 대한 단부 격임각

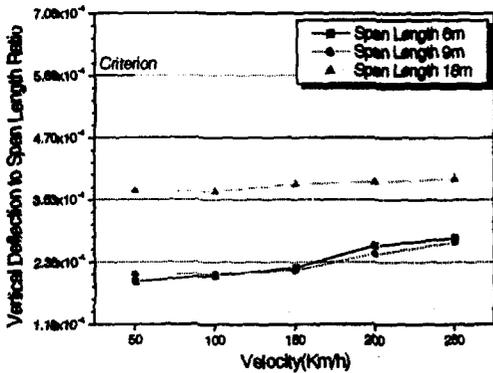


그림 14. 5% 감쇠에 대한 지간에 대한 경간 중앙 지점의 수직처짐비

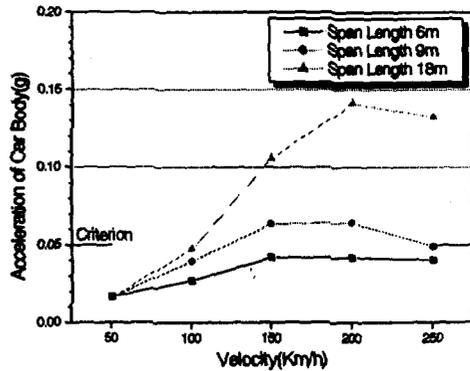


그림 15. 5% 감쇠에 대한 차체의 수직가속도

경간이 6m, 9m 18m인 판형교에 대한 자유진동수를 해석한 결과 첫 번째 자유진동수가 각각 84.37Hz, 51.33Hz, 19.59Hz로 일반적으로 경제적으로 구조적 안전성을 만족하도록 설계된 교량의 첫번째 고유주기가 10Hz 이하인 경우를 고려하였을 때 기존 판형교는 매우 비경제적으로 과도하게 설계되었음이 밝혀졌다. KTX 차량의 동적 변위에 대한 LS-22 하중의 정적 변위의 비인 동적 증폭계수를 기준으로한 구조적 안전성을 검토한 결과, LS-22 하중에 대한 정적 변위가 KTX 차량에 의한 동적변위 보다 크게 발생하였다. 이는 보통 22ton인 LS-22하중의 축중이 17ton인 KTX 차량보다 훨씬 크기 때문이며, 따라서 LS-22 하중 및 시방서 충격계수를 기준으로 설계된 판형교는 구조적 안전성을 만족하는 것으로 판명되었다. 그러나 과다 설계로 인하여 속도증가에 따라 차량의 주행안전성 및 승차감 기준을 만족하지 못하는 경우가 존재하였다. 특히 경간 중앙 지점에서의 교량의 수직가속도는 설계기준인 0.35g를 대부분 훨씬 초과하였고, 이는 경간이 짧을수록 차량의 주행속도가 증가할수록 심화되었다. 따라서 현재의 표준형 판형교량 설계도면은 구조적 안전성을 만족하고는 있지만 차량주행안전성과 승차감 기준을 만족하지 못하는 것으로 판명되었으므로, 향후 설계시 이러한 기준을 고려하여 설계에 반영하여야 할 것이다.

#### 참고문헌

1. 김만철, 양신추, 이종득(1999), "2차원 관절형 고속열차 모델을 이용한 차량/궤도/교량 상호작용 해석," 한국철도학회 학술발표회 논문집, pp.414-421.