웨이브릿 신경회로망의 프레임 함수를 이용한 지능시스템
Intelligent system using frame function in wavelet neural network

저자 : 홍석우, 김용택, 연정흠, 전홍태
소속 : 중앙대학교 전자전기공학부
전화 : 820-5297 FAX : 817-5508

Abstract

We propose a new wavelet neural network structure, for which we apply new recurrent nodes to the network, in this paper for the dynamic system identification and control.

We will construct the wavelet neural network by using wavelet frame function. The function does not have the best approximation property, but it may be possible to apply some modification to the structure of the network because the constriction of orthogonality is loosened a little.

This wavelet neural network we propose can obtain previous state information by its structure of the network without any addition of input, though the conventional wavelet network needs additional previous state input for the improvement of the dynamic performance.

In numerical experience, the performance of the new wavelet neural network we propose in the nonlinear system with uncertainity of parameter is equal to that of the wavelet network which used the additional previous information input, superior to that of the conventional wavelet network

I. 서 론

웨이브릿 신경회로망은 임의의 비선형 함수를 기저함수의 급수형태로 근사화하는 방식을 신경회로망 형태로 구현한 것으로, 기존의 신경회로망보다 빠른 수렴속도와 우수한 함수근사화 능력을 가지므로 여러 분야에서 활용되고 있다.[2][4][5]

다중분해 해석 기법은 직교성을 가진 기저함수를 근간으로 하고 있으므로, 웨이브릿 신경회로망은 본래 직교성을 가진 기저함수로 구성되지만, 시스템의 동정, 제어와 같은 목적으로 웨이브릿 신경회로망을 사용하는 경우 정확한 직교성이 요구되는 함수를 선택하여 제어시스템을 구성하기 곤란하다는 점과 전방향 신경회로망과 같이 정적인 함수에 대한 근사화 능력만을 가지고 있다는 문제가 있다.

이러한 점에 대한 대안으로 전방향 신경회로망에서는 과거의 정보를 새로운 입력으로 사용하는 방법이나 귀환신경망 구조가 널리 사용되고 있으나, 웨이브릿 신경회로망에서는 입력변수의 차원이 증가할 때 히든노드의 갯수가 기하급수적으로 증가하는 단점을 가지고 있으며, 귀환신경망과 같은 구조적 변경이 곤란하다.[2]

본 논문은 이러한 문제점을 완화시킬 수 있는 새로운 웨이브릿 신경회로망과 이를 활용한 시스템의 효과적인 제어기법에 주안을 두고 있다.

먼저, 직교함수 대신에 웨이브릿 프레임을 사용하여 직교성 유지에 따르는 많은 제약을 완화시킨다. 그리고, 과거의 정보를 새로운 입력으로 사용하지 않고도 동적인 능력을 얻기 위하여 궤환형 노드를 갖는 새로운 구조를 사용하여 웨이브릿 신경회로망을 구성하는 방법을 제안한다.

본 논문의 구성은 먼저, 다중분해 해석기법과 이를 활용하여 구성되는 웨이브릿 신경회로망에 대하여 설명하며, 직교함수와 프레임으로 구성된 웨이브릿 신경회로망과 다차원으로 확장시의 문제를 분석한다. 또한 제안되는 새로운 웨이브릿 신경회로망과 제어 시스템의 구성에 대하여 설명하고, 기존의 웨이브릿 신경회로망과의 성능을 비교한 모의 실험을 행한다.

II. 본 론

1. 함수의 다중분해 해석

함수의 효율적인 분석, 표현을 위하여 함수를 다음과 같은 선형분해 형태로 나타내는 방법은 여러 연구분야에서 널리 사용되고 있다.[1][3]

$$f(t)=\sum_l a_l \psi_l(t) \quad (1)$$

여기서 $\psi_l(t)$은 함수 $f(t)$에 대한 기저함수가 될 수 있으며, 이들 원소가 각각 직교하는 경우 계수는 $a_k=\langle f(t),\ \psi_k(t)\rangle=\int f(t)\psi_k(t)\,dt$의 내적으로 구해진다.

웨이브릿 이론은 제곱 적분가능한 함수의 공간 $L^2(\boldsymbol{R})$에 존재하는 임의의 함수를 2개의 파라미터를 가진 함수에 의한 선형 분해 형태로 표현하는 다중분해 해석 기법을 기반으로 한다.

먼저, 기본 스케일링 함수의 정수배의 이동에 대한 함수의 집합으로 스팬되는 $L^2(\boldsymbol{R})$의 부공간을 V_0라 정의하면, V_0에 존재하는 임의의 $f(t)$는 $f(t)=\sum_k a_k\varphi_k(t)$로 표현할 수 있다.

스케일링 함수의 배치간격을 줄이면, 스팬되는

부공간의 크기가 확대되며, 임의의 $f(t) \in V_j$가 $\sum_k a_k \varphi_{j,k}(t) = \sum_k a_k \varphi(2^j t - k)$로 표현됨을 의미한다. 각 V_j의 원소들은

$\ldots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \ldots \subset L^2$ $V_j \in V_{j+1}$의 관계를 가진다.

이처럼 V_j의 j의 값을 증가시켜서 분해능를 무한정 증가시키는 대신 스팬되는 공간들 간의 차분을 스팬하는 웨이브릿 함수 $\psi_{j,k}(t)$를 정의한다.

V_{j+1}의 공간 내에 V_j라는 공간의 차분요소를 W_j라고 정의하면, 스케일링 함수와 웨이브릿 함수는 직교 관계를 가지며, 표현되는 부공간은 다음과 같이 확장된다.

$$L^2(R) = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \ldots \oplus W_\infty \qquad (2)$$

즉, $g(t) \in L^2(R)$은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c(k)\varphi_k(t) + \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} d(j,k)\psi_{j,k}(t) \qquad (3)$$

이는 식 (2)의 관계에 따라 전개된 식이다.

2. 직교 웨이브릿과 웨이브릿 프레임

$f(t) \in L_2(R)$를 웨이브릿 $\psi(t)$의 확대, 이동에 의한 함수집합을 적분하여 연속 웨이브릿 변환이 이루어지며, 이는 식 (4)와 같다.

$$Cwt_f(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^{*a,b}(t) f(t) dt = \langle \psi_{a,b}(t),\ f(t) \rangle \qquad (4)$$

웨이브릿 함수 집합은 다음과 같이 $\psi(t)$ 함수의 확장과 이동에 의하여 구성된다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \qquad (5)$$

웨이브릿 프레임은 연속시간 웨이브릿 함수를 이산화시켜서 얻는 직교하지 않는 벡터이다.

이산화된 웨이브릿 함수는 다음 식과 같다.

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{m/2}\psi(a_0^m t - nb_0) \qquad (6)$$

이로부터 다음과 같이 함수 f를 재구성할 수 있는 $\tilde{\psi}_{m,n}$가 존재한다.

$$f = \sum_m \sum_n \langle \psi_{m,n}, f \rangle\ \tilde{\psi}_{m,n} \qquad (7)$$

여기서, $(\psi_{m,n})_{m,n \in Z}$가 "웨이브릿 프레임"이 되기 위해서는 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$A\|f\|^2 \le \sum_{m,n} |\langle \psi_{m,n}, f \rangle|^2 \le B\|f\|^2 \qquad (8)$$

만약, $a_0 = 2$, $b_0 = 1$이면, 이는 직교함수로 구성된 웨이브릿 함수의 관계와 같고, $A, B = 1$이다.

3. 웨이브릿 신경회로망

다중분해 해석에 따르면 $f(t) \in L^2(R)$은 스케일링 함수 $\varphi_{M,n}(t)$로 스팬되는 부공간 V_M에 의하여, 근사화가 가능하다. [2]

즉 $f(t) \approx \sum_k \langle f, \varphi_{m,k} \rangle \varphi_{m,k}(t)$로 근사화할 수 있으며, 이를 3층 신경회로망의 구조로 표현한 것이 웨이브릿 신경회로망이다.

이는 히든노드에서 스케일링 함수가 배치되며, 입출력 관계는 다음과 같다.

$$\varphi_{M,k}(t) = 2^{M/2}\varphi(2^M t - k) \qquad (9)$$

입력층에서 히든노드로 들어가는 가중치는 2^M이고, 히든노드에서의 활성함수는 스케일링 함수를 취하며, 출력층에서는 들어오는 값의 합을 취하여 출력값을 내보내는 선형연산을 행한다.

웨이브릿 프레임을 사용할 때는 $\langle f, \tilde{\psi}_{m,n} \rangle$의 변환 계수로부터 $f(t)$가 다음과 같이 재구성된다.

$$f(t) = \sum_{m,n} \langle f, \tilde{\psi}_{m,n} \rangle\ \psi_{m,n}(t) \qquad (10)$$

웨이브릿 프레임 함수는 식 (7)과 같다.

웨이브릿 프레임으로 구성된 신경회로망은 직교성이 없으므로 가장 최적의 해라고는 볼 수 없으나 직교성 유지에 필요한 제한이 완화되어, 기저함수 선택이 용이하고 프레임이 가지는 잉여 성분은 에러나 외란에 대한 강건성으로 이용될 수 있다는 이점이 있으며, 신경회로망을 구성한 경우에도 다중분해 해석 기법을 근간으로 하는 웨이브릿의 특징과 장점을 대부분 수용한다. [1][4][5]

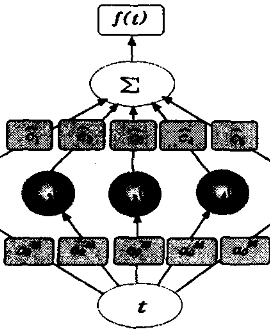

그림 1. 웨이브릿 신경회로망

4. 다차원 웨이브릿 신경회로망

d차원의 공간 $L^2(R^d)$에 있는 임의의 함수 $f(x_1, x_2, \ldots, x_d)$를 근사화하는 경우 단일차원 함수에 각각 텐서 곱을 취하는 형태가 일반적으로, d 차원의 웨이브릿 함수는 다음과 같다.

$$\psi_d(\mathbf{x}) = \psi_d(x_1, x_2, \ldots, x_d) = \prod_{j=1}^{d} \psi(x_j) \qquad (11)$$

이러한 방식으로 생성된 d차원의 프레임 함수는 웨이브릿 프레임의 조건을 만족시킨다. [6]

만약 이를 신경회로망으로 구성시 한 차원의 필요 공간에 2^M+1개의 히든노드가 필요하였다면 d차원으로 확장시키는 경우 $(2^M+1)^d$개의 히든노드가 필요하다.

따라서, 웨이브릿 신경회로망이 다차원으로 확대되면, 필요한 히든노드의 갯수가 기하급수적으로 증가하는 문제점이 발생한다. 신경회로망의 구성에서 과거 정보를 활용하기 위해 과거의 정보를 새로운 입력으로 추가하는 방법이

많이 사용되고 있으나,[8] 웨이브릿 신경회로망에서 이러한 방법을 적용하면 히든노드 갯수가 크게 증가하므로 적절치 못하다.

5. 궤환노드를 갖는 웨이브릿 신경회로망

본 논문에서는 과거 정보를 위해 입력 차원을 증가시키지 않고도 신경회로망의 구조로부터 자체적으로 과거 정보를 학습할 수 있는 새로운 형태의 웨이브릿 신경회로망을 제안한다. 이것은 기존 웨이브릿 신경회로망의 히든노드에 시간 지연된 궤환노드를 추가하여, 히든노드에서의 과거정보를 현재 신경회로망의 학습에 반영하므로 과거정보를 얻기 위해 입력차원을 증가시키는 데에 따른 문제를 피할 수 있다.

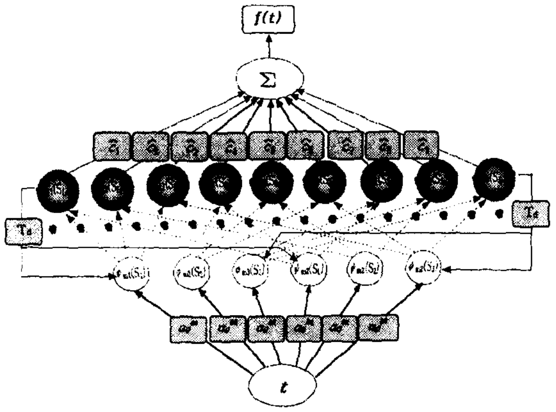

그림 2. 궤환노드를 갖는 2차원 웨이브릿 신경회로망

신경회로망은 다음과 같이 구성된다.
먼저 사용되는 다중분해 해석의 프레임 조건을 만족시키는 웨이브릿 프레임 함수를 기저함수로 선택하여 히든노드에 배치한다.
히든노드로 입력되는 값은 히든노드의 과거 출력과 가중치를 적용하여 변경된다. 입력 변수가 n개이면, 각각의 입력값을 반영하기 위하여 n개의 궤환 노드가 존재한다.
출력은 이들의 가중치 합으로 이루어진다.
사용되는 신경망은 오차 역전파 알고리즘에 의하여 학습이 이루어진다.

6. 웨이브릿 신경회로망에 의한 시스템의 동정 및 제어

비선형성, 시변성, 외란, 파라미터의 불확실성이 존재하는 시스템을 효과적으로 제어하기 위하여 플랜트의 특성을 신경회로망에 의하여 근사화하는 모델링이나 동정 기법이 많이 사용된다. 미지의 시스템은 신경회로망 동정기에 의하여 근사화되며, 이에 따라 제어에 필요한 정보가 제공된다. [7][8]
그림 6은 제안된 웨이브릿 신경회로망에 의한 시스템의 동정과 제어에 대한 블록도이다.

웨이브릿 동정기의 학습은 플랜트의 실제 출력과 웨이브릿 동정기의 출력 간의 오차를 최소화하는 방향으로 진행된다.

웨이브릿 제어기의 출력은 플랜트의 제어입력과 웨이브릿 동정기에 사용되며, 제어기의 학습은 참조모델과 플랜트 출력의 오차를 최소화하는 방향으로 이루어진다.

이 때 제어기의 학습을 위한 플랜트와 제어입력간의 관계는 불확실한 플랜트에서는 정확히 알 수 없으므로, 플랜트 대신 웨이브릿 동정기의 값을 대신 사용하여 그 값을 구한다.

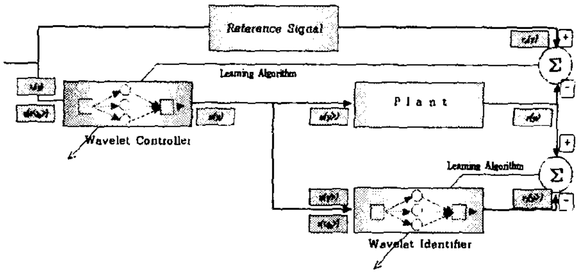

그림 3. 제어시스템의 블록도

7. 모의 실험

■ 불확실한 시스템의 동정

모의 실험에 사용되는 비선형 시스템의 방정식은 다음과 같은 차분방정식으로 주어진다.

$$y(k+1)=y(k)\frac{(1+\varDelta_1(k))}{(1+y^2(k))}+u^3(k)(1+\varDelta_2(k)) \quad (12)$$

$$[\ u(k)=\sin(0.008\pi k)+\cos(0.2\pi k)] \quad (13)$$

여기서, $\varDelta_1(k)$와 $\varDelta_2(k)$는 각각 불확실성을 나타내는 파라미터로 각각 ±0.5, ±0.3의 범위에서 불확실하게 변화하는 값을 가진다.

그림 4~6은 동정 결과를 나타낸 것이다.

위의 그림에서 실선은 실제 시스템이고, 점선은 동정 결과이며, 아래의 그림은 그 오차값으로, 학습이 진행됨에 따라 제안된 방식의 웨이브릿 신경회로망이 더 우수함을 확인할 수 있다.

그림 5는 입력을 추가한 다차원 전방향 웨이브릿 신경회로망에 의한 결과로, 이러한 방법은 차원을 증대시키므로 바람직한 방법이 아니다.

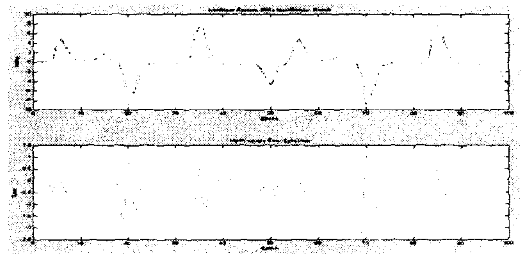

그림 4 기존의 웨이브릿 신경회로망에 의한 시스템 동정결과

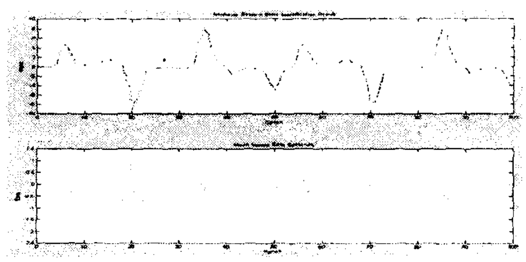

그림 5 제안된 웨이브릿 신경회로망에 의한 시스템 동정결과

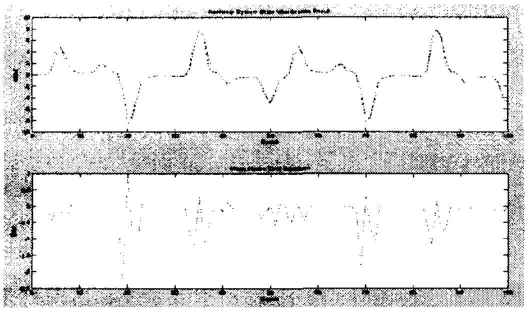

그림 6 입력을 추가한 다차원 웨이브릿 신경회로망에 의한 결과

▣ 참조 모델 추종 결과

이번에는 동정에서 행한 시스템을 참조 모델 추종 제어에 활용한다. 참조 모델은 다음과 같은 방정식으로 주어진다.

$$y(k+1) = 0.75\,y(k) + 2.5\,r(k)$$
$$[\,r(k) = \sin(0.008\pi k) + \cos(0.2\pi k)] \quad (13)$$

식 (12)의 시스템에 대한 제어입력 $u(k)$를 조절하여 참조모델을 추종하는 것이 목적이다.

추종 제어의 결과는 그림 7,8과 같다.

윗 그림에서 실선은 참조모델, 점선은 플랜트의 출력이며, 아랫 그림은 오차값이다.

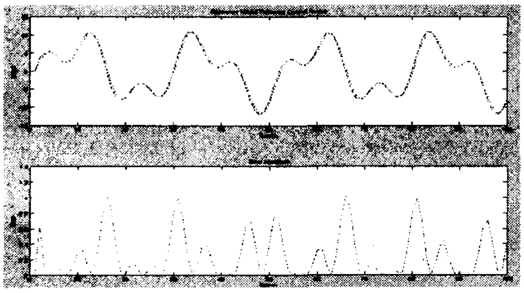

그림 7 기존의 웨이브릿 신경회로망에 의한 참조모델 추종결과

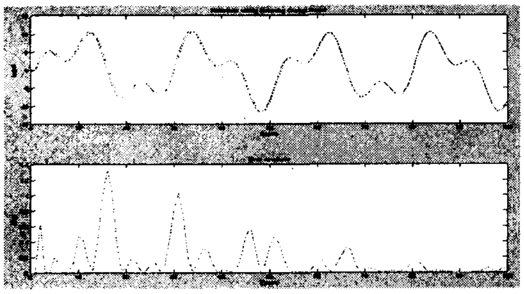

그림 8 제안된 웨이브릿 신경회로망에 의한 참조모델 추종결과

기존의 웨이브릿 신경회로망은 학습이 진행되어도, 오차가 계속 일정하게 유지되는 경향이 있으나, 제안된 방식에 의하면, 시간의 진행에 따라 오차가 점차 감소하는 보다 우수한 학습 능력과 시스템 적응 능력을 보임을 확인할 수 있다. 이는 시스템 동정과 제어에 있어서 과거의 상태를 고려할 수 있는 동적인 능력을 별도의 입력을 통해 차원을 증가시키지 않고도 얻어낼 수 있음을 의미한다.

III. 결 론

웨이브릿 신경회로망은 일반적인 비선형 함수로 구성된 신경회로망과는 달리 귀환 신경망과 같은 역방향 전파 구조로의 변형이 곤란하고, 과거 정보를 새로운 입력으로 추가하는 것 또한 바람직하지 않으므로, 동적 시스템의 동정 및 제어에 활용하기에 많은 제약이 있다.

본 논문에서는 기존의 웨이브릿 신경회로망에서는 활용할 수 없는 과거 정보를 활용하기 위해 궤환 노드를 사용한 새로운 웨이브릿 신경회로망을 제안하고, 이를 활용한 불확실한 동적 시스템의 동정 및 제어를 행하였다.

제안된 웨이브릿 신경회로망은 과거 정보를 활용하여 보다 동적인 동정 및 제어 능력이 우수하여, 과거 정보를 새로운 입력으로 추가하지 않고도 보다 우수한 성능을 얻을 수 있다.

이러한 결과로 볼 때, 앞으로도 기존의 정적인 구조의 웨이브릿 신경회로망에 과거 정보를 활용한 여러 가지의 새로운 구조나 학습방법의 연구가 이루어질 수 있을 것으로 보인다.

그러나 본 논문을 포함한 웨이브릿 신경회로망에 관한 연구에는 반드시 웨이브릿 이론상의 요구조건을 만족시킴을 검증할 수 있는 기준이 제시되어야 한다는 점이 중요한 조건으로 주어지며, 이러한 점은 차후의 연구과제가 될 것이다.

IV. 참고문헌

[1] Martin Vetterli, *"Wavelets and Subband Coding"*, University of California at Berkeley, pp. 14~28, pp. 200~221, pp. 299~323

[2] Jun Zhang, Gilbert G. Walter, Yubo Miao, Wan Ngai Wayne Lee, *"Wavelet Neural Networks for Function Learning"*, IEEE. Transactions on Signal Processing. Vol. 43, NO. 6, June Neural Networks, Vol. 3. NO. 6, June 1995, pp. 1485~1496

[3] A. Primer, *"Wavelets and Wavelet Transforms"*, Rice University, Houston, Texas, Prentice Hall International, Inc. pp. 1~46

[4] Qinghua Zhang and Albert Benveniste, *"Wavelet Networks"*, IEEE. Transactions on Neural Networks, Vol. 3. NO. 6, November 1992, pp.889~898

[5] Seung-Jin Seo, Chang-Min Lee, Hong-Tae Jeon, *"Wavelet Network for Stable Direct Adaptive Control of Nonlinear Systems"*, '99 International Technical Conference on Circuits & Systems, Computers and Communications, Vol. 2, 1999. 7

[6] T. Kugarajah, Q. Zhang, *"Multidimensional Wavelet Frames"*, IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 72. November 1995, pp. 1552~1556

[7] Chao-Chee Ku, Kwang Y. Lee *"Diagonal Recurrent Neural Networks for Dynamic System Control"*, IEEE. Transactions on Neural Networks, Vol. 6. NO. 1, January 1995, pp.144~156

[8] Madan M.Gupta, Dandina H. Rao *"Neuro-Control System, Theory and Applications"*, University of Saskatchewan.