

# 파이프 내부 원주 용접에서의 온도 예측을 위한 해석적 방법에 관한 연구

## A Study on Analytic Method to Predict the Temperature Distribution in Circumferential Pipe Inside Welding

조영태 · 나석주

한국과학기술원 기계공학과

### 1. 서론

외부에서의 접근이 불가능한 파이프 용접의 경우 파이프 내부용접을 수행해야한다. 일정한 용접 조건하에서 파이프 원주 용접을 수행하면 예열 효과로 인해 비드폭이 점점 커지게 되므로 자동화를 구현하기 위해서는 용접 공정을 잘 이해해야만 하며 이를 해석하기 위하여 그동안 수치적인 방법이 이용되었다.<sup>(1,2,3)</sup> 따라서 파이프의 크기가 커질 경우 너무 과다한 수의 요소가 필요하여 해석을 수행하는데 많은 시간을 필요로 한다.

본연구에서는 GTAW를 이용한 파이프 원주 용접에서 3차원 과도 온도분포를 사상함수의 기하학적인 변환관계 뿐만 아니라 물리적인 변환관계도 고려하여 구하였으며 이를 실험 결과와 비교 검토하여 그 타당성을 검증하였다.

### 2. 사상을 이용한 이론 해석

파이프의 내부 용접을 위하여 원주 방향으로 토치가 이동을 할 때 좌표계는 Fig. 1과 같이 정의한다. 열원은 이변량 정규 분포를 가지는 것으로 가정하였고 해석해를 구하기 위하여 온도에 따른 재료의 물성치가 일정하다고 가정하였다. 용접시 아크가 위치하는 곳에서는 보호가스의 영향으로 인해 강제 대류가 일어나고 그 반대 면에서는 자연대류에 의한 열 손실이 생기므로 이를 경계조건으로 처리하였으며 모재 내에서 열원으로부터 무한히 먼 곳의 온도는 상온으로 가정하고 초기 온도 또한 상온  $T_0$ 라고 하였다.

유한 두께를 가진 3차원 반 무한 평판에서의 온도 분포를 구하기 위한 좌표계는 Fig. 2와 같다. (U,V,W)는 모재에 고정된 O를 원점으로 하는 좌표계이며 (u,v,w)는 이동하는 토치에 고정된 o를 원점으로 하는 좌표계이다.

용접시 토치가 위치하고 있는 곳에서는 보호가스에 의해 강제 대류현상이 생기고 그 반대 면에서는 자연대류가 일어난다는 경계조건과

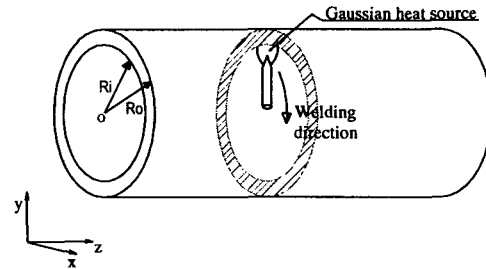


Fig. 1 Schematic diagram of GTA pipe inside girth welding

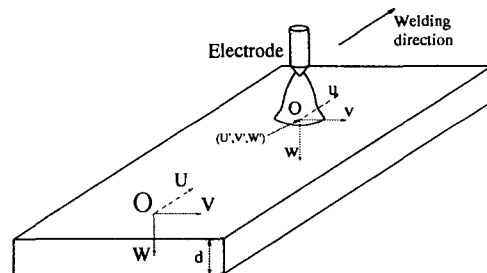
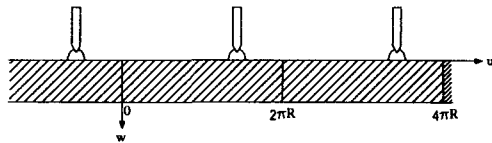


Fig. 2 Coordinate system of 3-dimensional plate weldment with finite thickness

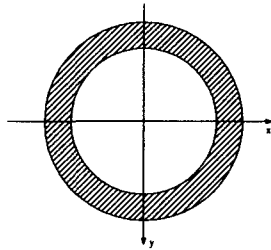
아크가 모재에 주는 열량을 이변량 정규 분포(bivariate normal distribution)형태로 가정을 하여 유한 두께를 가진 3차원 반 무한 평판에서 토치가 이동할 때 모재의 온도분포를 나타내는 식을 구하면 다음과 같다.<sup>(4)</sup>

$$T_w(u, v, w, t) = T_0 + \int_0^t \frac{q(\tau)}{\pi \rho c d} \frac{6}{\sqrt{\bar{u}^2 + 12\alpha(t-\tau)} \sqrt{\bar{v}^2 + 12\alpha(t-\tau)}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2(t-\tau)) \left\{ \cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}} w\right) + \beta_1 \frac{\sqrt{\alpha}}{\mu_n} \sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}} w\right) \right\} \exp\left\{ -\frac{(u + U_a(t) - U_a(\tau))^2}{2(\bar{u}^2 + 12\alpha(t-\tau))} - \frac{(v + V_a(t) - V_a(\tau))^2}{2(\bar{v}^2 + 12\alpha(t-\tau))} \right\} d\tau \quad (2)$$

파이프 원주 방향으로 토치가 이동할 때 재료의 온도 분포를 해석적으로 구하기 위해 사상함수를 이용한다. 토치가 이동하는 방향에 수직인 좌표축은 사상시 변함이 없다고 볼 수 있으므로  $z=v$  라고 가정하고  $u-w$  좌표평면을  $x-y$  좌표평면으로 사상시키는 함수를 구하고자 한다.



(a) W plane



(b) Z plane

Fig. 3 Complex planes for mapping

Fig. 3에서 보듯이 W 평면에서 Z 평면으로의 변환은 일대일대응이 아니다. 따라서 W 평면을 길이가  $2\pi R_i$  되도록 분할한 후 각각의 분할된 영역에  $q(t)$ 의 열량을 공급하는 열원이 있다고 생각한다.

즉,  $W \text{ plane} = \sum_{k=1}^n W_k \text{ plane}$  이고

$W_1 \rightarrow Z, W_2 \rightarrow Z, \dots, W_n \rightarrow Z$  와 같이 사상이 된다. 파이프 내부에 토치가 있는 경우에  $R$ 이  $R_i$ 가 된다. 열원이 있는 면이 파이프의 내부로 사상되어야 하므로 W 평면을 길이가  $2\pi R_i$ 가 되도록 분할하고  $w=0$ 인 직선이  $r=R_i$ 로 사상이 되고,  $w=d$ 인 직선이  $r=R_o$ 인 원으로 사상이 되도록 하는 함수를 구하면 다음과 같다.

$$Z = R_i \exp\left(-\frac{i}{R_i} W\right) \quad (3)$$

해석영역의 사상에서 기하학적 관계뿐만 아니라 물리적인 관계도 고려하기 위해 실좌표계와 대응되는 변환 좌표계 사이에서 열량의 증감이 동일하다는 에너지 관계식을 이용하면 물질상수를 모두 일정하다고 가정하였으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$T(x, y, z, t) = T(u, v, w, t) \left| \frac{dW}{dZ} \right| \quad (4)$$

열원이 0에서  $2\pi$ 까지 한바퀴 회전하는 경우  $W_1$ 을 Z로 변환 시키고  $2\pi$ 에서  $4\pi$ 까지 이동하는 경우에는  $W_2$ 를 변환한다. 마찬가지로 k 바퀴 열원이 회전 했을때는  $W_k$ 를 Z로 변환 한다. W의 모든 분할된 영역에 대해 Z로의 변환식이 모두 같고  $T_1(u, v, w, t) = T_2(u, v, w, t) = \dots = T_n(u, v, w, t)$  이므로 위 식은

$$T(x, y, z, t) = T_1(u, v, w, t) \left| \frac{dW_1}{dZ} \right| \quad (5)$$

와 같이 쓸 수 있다.

여기서  $T_1(u, v, w, t)$ 는  $W_1$  영역에서의 온도 분포를 의미한다.  $T_1(u, v, w, t)$ 는 분할된 모든 열원에 영향을 받으므로 각각의 열원이  $W_1$ 영역에 주는 영향을 모두 고려해야  $T_1$ 을 구할 수 있다. k번째 열원으로 인한  $T_1$ 의 온도 변화를  $T^k(u, v, w, t)$ 라고 하면 다음과 같이 된다.

$$T_1(u, v, w, t) = \sum_{k=0}^{\infty} T^k(u, v, w, t) \quad (6)$$

열원이 파이프 내부에 있을때와 외부에 있을 때 각각의 경우에  $T^k$ 를 구하고 식 (5)에 대입하여 최종 온도 분포식을 구한다.

k번째 열원으로 인한  $T_1$ 의 온도 변화는 첫 번째 열원으로 인한  $W_k$ 상의 온도 변화와 같고  $T^*$ 를  $W_1$ 상에 있는 열원에 의한 온도의 증가

라고 하면  $\left| \frac{dW}{dz} \right|$  는  $\frac{R_i}{r}$  이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T(x, y, z, t) = \frac{R_i}{r} \sum_{k=0}^{\infty} T^*(u - 2\pi k R_i, v, w, t) \quad (7)$$

사 상 함 수 로 부 터  $W = R_i \ln\left(\frac{r}{R_i}\right)$ ,  $U = -R_i \theta$ ,  $V = z$  와 같은 변환 관계가 성립하고 식 (2)에 대입하면 파이프 내부에 열원이 있는 경우에 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$T_w(u, v, w, t) = T_0 + \frac{R_i}{r} \int_0^t \frac{q(\tau)}{\pi r c d} \frac{6}{\sqrt{\bar{u}^2 + 12\alpha(t-\tau)} \sqrt{\bar{v}^2 + 12\alpha(t-\tau)}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2(t-\tau)) \left\{ \cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}} R_i \ln\left(\frac{r}{R_i}\right) + \beta_1 \frac{\sqrt{\alpha}}{\mu_n} \sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}} R_i \ln\left(\frac{r}{R_i}\right)\right)\right) \right. \\ \left. - \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(-2\pi k R_i - R_i \theta - V_w \tau)^2}{2(\bar{u}^2 + 12\alpha(t-\tau))}\right\}}{2(\bar{u}^2 + 12\alpha(t-\tau))} - \frac{z^2}{2(\bar{v}^2 + 12\alpha(t-\tau))}\right\} d\tau \quad (8)$$

### 3. 실험결과 및 고찰

식(8)은 파이프 내부에 열원이 있는 경우에 대해 3차원 과도상태의 해석해를 에너지 보존을 고려한 사상을 통해 구한 것이다. 고유치 문제를 풀기 위해 시컨트 방법(secant method)을 이용하였고 수치적인 적분방법은 simpson's rule을 적용하였다.<sup>(6)</sup> 파이프 내부 용접의 공정해석을 위해 파이프 내부 용접을 수행한 후 그 결과를 해석해와 비교하였다.

시뮬레이션 및 실험에 사용된 모재는 내부 직경이 100mm이고 두께가 3mm인 스테인리스 스틸 SUS 304이다. SUS 304 파이프의 물성치를 Table 1에 나타내었다. 용접 시편은 길이가 200mm가 되도록 절단하여 사용하였으며 전 원주에 걸쳐 아크 길이를 일정하게 하기 위하여 자동 전압 제어 장치를 제작하였다.

Fig. 4는 과도 상태에서 용융지 경계의 크기 변화를 모의실험한 그림이다. 파이프의 직경이 100mm이므로 과도 영역은 좁은 범위에서 보여진다. 어느 정도 시간이 지나면 용융지 경계의 증가는 미소하다.

Table 1 Physical properties for materials used in calculation

Property	unit	SUS 304
Thermal conductivity	W/mK	22.6
Specific heat	J/kgK	582
Density	kg/m <sup>3</sup>	7900
Liquidus temperature	°C	1450

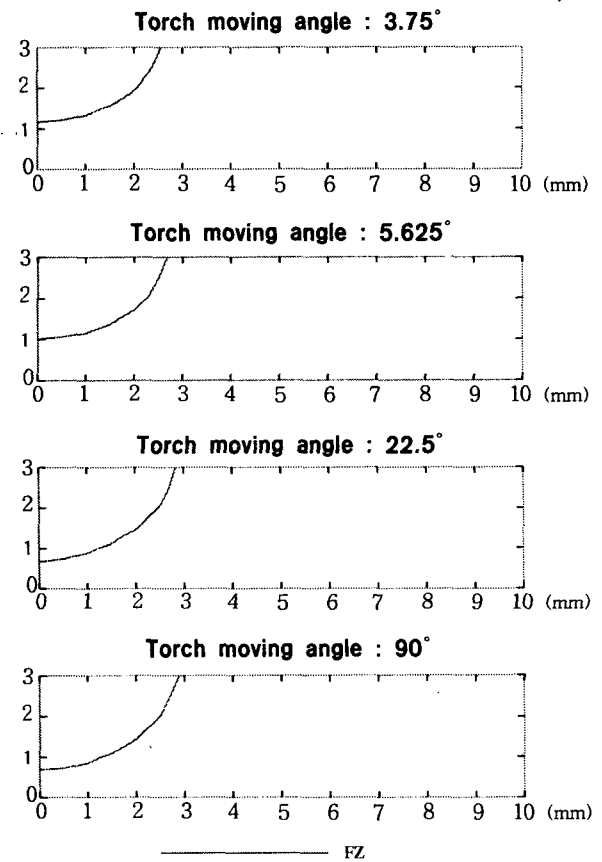
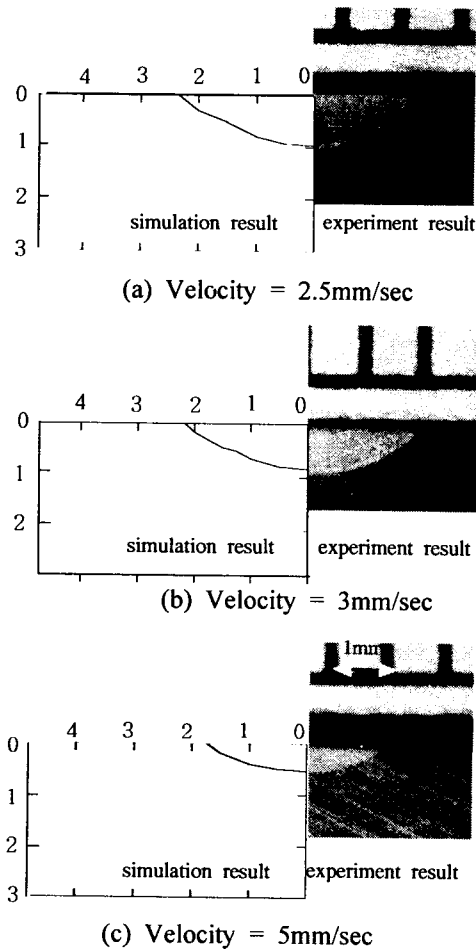


Fig. 4 Calculated FZ boundaries of SUS 304 steel pipe welds (Vw=2mm/s, Iw=120A)

Fig. 5는 용접 속도를 2.5, 3, 5 mm/s로 달리 하면서 전류를 80A로 하고 용접을 하였을 때 열원이 180° 회전한 지점에서 실험을 하여 나타나는 비드의 단면과 시뮬레이션 한 결과를 비교한 것이다. 속도를 증가 시키면서 용융부의 변화를 살펴 보면 그 크기가 점점 작아짐을 알 수 있다. 용접 속도가 빠르면 열이 전도되어 충분히 녹기 전에 열원이 지나가 버리기 때문에 용융부가 작고, 용접 속도가 느리면 그 반대로

많은 열이 전도되어 용융부의 크기가 커지게 된다.

상기 실험 및 시뮬레이션 결과로부터 사상함수를 이용하여 파이프의 내부 온도 분포를 예측한 식이 잘 맞음을 알 수 있고 이로써 파이프 내부 용접의 경우에도 모재의 온도분포를 간단히 예측하기 위해 식 (8)을 사용할 수 있다고 판단된다.



**Fig. 5** Weld bead cross section changes according to welding speed  
(current=80A, torch rotational angle=180° )

#### 4. 결론

파이프 원주 용접시 열원이 파이프의 내부에 있는 경우에 대해 각각 온도 분포를 예측할 수 있는 해석 해를 유도하였다. 해석해는 3차원 무한 반 평판에서 이변량 정규 분포의 열원이 이동할 때 열전도 방정식을 풀어서 나온 평판에서의 온도 분포식을 사상함수와 에너지 방정식을 이용하여 파이프 용접에서의 온도 분포식으로 변환함으로써 얻을 수 있었다.

사상을 이용하여 용융 온도 경계를 결정한 것이 실제 실험 결과와 거의 유사함을 알 수 있었고 제시된 해석해를 이용해 용입 깊이, 용접 비드 폭 등과 같은 용접부의 형상을 얻는데 이용할 수 있을 것으로 사료된다.

#### 참고 문헌

- (1) S.Kou and Y.Le, "Heat Flow during the Autogeneous GTA Welding of Pipes", *Metal. Trans. A*, 1984, 15A, pp. 1165~1171
- (2) T.Matsutani, F.Miyasaka, T.Oji and Y.Hirata, "Mathematical Modelling of GTA Girth Welding of Pipes", *Quar. J. of JWS*, 4, 1996, pp. 649~ 653
- (3) T. J. Lho, "A Study on Process Analysis and Welding Parameter Optimization in the GTA Circumferential Pipe Welding," Ph.D. Dissertation, KAIST, 1992.
- (4) K.S. Boo, "Transient Temperature Distribution in Arc Welding of Finite Thickness Plates", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 204, pp.175 ~ 183.
- (5) S.K. Jeong, 1997, "An Analytical Solution to Predict the Transient Temperature Distribution in Fillet Welds," *Welding Journal*, June, pp.223 ~ 232.
- (6) Kendall Atkinson, 1993, "Elementary Numerical Analysis," Wiley.