모바일 로봇의 특이형상 분석

Singularity Analysis of Mobile Robots

°김 도 형*, 김 희 국*, 이 병 주**

* 고려대학교 제어계측공학과(Tel : 82-41-860-1443; Fax : 82-41-865-1820; E-mail : wheekuk@tiger.korea.ac.kr)
** 한양대학교 전자콤퓨터공학부(Tel : 82-31-400-5218; E-mail : bj@email.hanyang.ac.kr)

Abstract : In this study, singularity of two types of mobile robots for various input joints are investigated: One is the mobile robot with three caster wheels and the other is the mobile robot with two conventional wheels and one caster wheel. Kinematic models are derived via the transfer method of generalized coordinates. Then, determinants of the Jacobian of the mobile robots are used to identify the singularity configurations.

Keywords : caster wheel, omnidirectional, singularity, kinematic analysis

1. 서론

모바일 로봇에 주로 사용되는 바퀴는 크게 conventional wheel, centered orientable wheel, off-centered orientable wheel("caster wheel"), Swedish wheel로 요약될 수 있다.[1] 다른 형태의 바퀴와는 달리 실세로 세 개의 caster 바퀴를 가지고 있는 모바일 로봇의 경우 바퀴의 형상에 따라 특이형상을 가지게 되는데 이에 관한 연구는 아직까지 보고된 바가 없다.

그러므로, 본 논문에서는 먼저 세 개의 caster wheel을 가지고 있는 전방향성 모바일 로봇의 특이형상에 관하여 조사한다. 모바일로봇의 속도관계식은 중간 매개변수로서 출력벡터를 지정하여 입출력간의 속도관계식을 구하는 방법인 좌표계 전환기법을 활용하였다.[2,3] 그리고 두 개의 conventional 바퀴와 하나의 caster 바퀴를 가지는 2 자유도 모바일 로봇이 다양한 입력 관절을 가지는 경우에 대한 모바일 로봇의 특이형상을 구하였다.

2. 세 개의 caster 바퀴를 가지는 전방향성 모바일 로봇의 기구학 모델링

먼저, 지면이 편평한 상태로 모바일 로봇의 운동은 평면운동으로 제한되고 모바일 로봇의 각 caster wheel은 바퀴 축 방향으로의 skidding이나 바퀴의 진행방향으로의 slipping이 발생되지 않는 조건하에 구동된다고 가정한다. 또한, 각 바퀴와 지면과의 마찰이 적어서 바퀴의 중심을 지나는 수직 축에 대한 회전이 쉽게 발생된다고 가정한다.

그림 1은 세 개의 caster wheel를 가지는 전방향성 모바일 로봇을 나타낸다. 먼저 모바일 로봇의 출력 속도 벡터는 평면형 운동으로 제한된다는 가정한다. 그림 1과 같이 지면에 고정된 기준 좌표계와 몸체에 고정된 몸체 좌표계를 각각 ($\hat{X}$ $\hat{Y}$ $\hat{Z}$)와 ($\hat{x}_b$ $\hat{y}_b$ $\hat{z}_b$)라 하자. 그리고 바퀴축의 회전방향을 x축으로, 바퀴의 진행방향을 y축으로 하는 바퀴와 지면과의 접촉점에 위치한 접촉 좌표계를 (x_c, y_c, z_c)라 하자. 모바일 로봇이 평면 운동으로 제한된다는 가정 하에서는 기준좌표계의 $\hat{Z}$과 $\hat{z}_b$는 동일하다는 것을 알 수 있다. 그리고 모바일 로봇의 출력 속도 벡터는 몸체 좌표계로 표현한 몸체 좌표계 원점 O_b의 선형속도 $v_b = (v_{bx}\ v_{by})^T$와 몸체의 회전속도 ω로서 다음과 같이 정의하자:

$$\dot{u} = (v_{bx}\ \ v_{by}\ \ \omega)^T \tag{1}$$

그리고 기준 좌표계에 대한 각 바퀴의 방위각을 나타내는 회전변수를 η라 하자. 바퀴의 반경과 바퀴의 회전각을 각각 r과 θ로 하자. 그리고 offset 링크와 모바일 로봇에 고정된 body 좌표계의 x축과의 상대 회전각을 ϕ라고 하자. 그러므로, 각 caster wheel는 η, θ, ϕ에 해당하는 회전관절을 가지는 것으로 묘사될 수 있다.

그림 1의 첫 번째 caster 바퀴를 고려하자. $\dot{\theta}$는 바퀴의 회전축 $\hat{z}_w$에 대한 회전 속도, $\dot{\eta}$는 기준 좌표계의 $\hat{Z}$축에 대한 바퀴의 회전속도, d는 조향링크의 길이, $\dot{\phi}$는 조향링크와 $\hat{x}_b$축과의 상대 각속도, v_w는 바퀴 중심점 O_w의 속도를 나타내며, $\overrightarrow{O_wO_s}$와 $\overrightarrow{O_sO_b}$는 각각 바퀴의 중심점 O_w에서 조향축 상의 점 O_s까지의 위치벡터와 점 O_s부터 점 O_b까지를 몸체 좌표계로 표현한 위치벡터를 나타낸다고 하자. 이때, 모바일 로봇의 몸체 속도 $v_b = (v_{bx}, v_{by})^T$와 회전속도 ω는 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$v_b = v_w + \dot{\eta}\,\hat{Z} \times \overrightarrow{O_wO_s} + \omega\,\hat{z}_b \times \overrightarrow{O_sO_b} \tag{2}$$

$$\omega = \dot{\eta} + \dot{\phi} \tag{3}$$

여기서

$$v_w = \dot{\theta}\,\hat{z}_w \times r\,\hat{z}_b \tag{4}$$

$$\hat{z}_w = -\cos\phi\,\hat{x}_b + \sin\phi\,\hat{y}_b \tag{5}$$

$$\overrightarrow{O_wO_s} = d\sin\phi\,\hat{x}_b + d\cos\phi\,\hat{y}_b \tag{6}$$

$$\overrightarrow{O_sO_b} = -(x\,\hat{x}_b + y\,\hat{y}_b + z\,\hat{z}_b) \tag{7}$$

위 식을 로봇의 출력 속도 벡터와 바퀴의 관절 속도 벡터 $\dot{\phi} = (\dot{\eta}\ \ \dot{\theta}\ \ \dot{\phi})^T$에 대하여 정리하면 다음과 같다:

$$\dot{u} = [G_\phi^u]\,\dot{\phi} \tag{8}$$

여기서

$$[G_\phi^u] = \begin{bmatrix} -d\cos\phi + y & r\sin\phi & y \\ d\sin\phi - x & r\cos\phi & -x \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

행렬 $[G_\phi^u]$는 정방행렬로서 특이형상이 아닌 경우에 항상 역행렬이 존재하므로 (8)의 역관계식은 다음과 같이 구해진다:

$$\dot{\phi} = [G_u^\phi]\,\dot{u} \tag{10}$$

위 식에서

$$[G_u^\phi] = \frac{1}{-rd} \times \begin{bmatrix} r\cos\phi & -r\sin\phi & -rx\sin\phi - ry\cos\phi \\ -d\sin\phi & -d\cos\phi & -dx\cos\phi + dy\sin\phi \\ -r\cos\phi & r\sin\phi & -dr + rx\sin\phi + ry\cos\phi \end{bmatrix} \tag{11}$$

각 바퀴의 관절 속도 벡터는 ${}_i\dot{\phi} = (\dot{\eta}_i,\ \dot{\theta}_i,\ \dot{\phi}_i)^T$ ($i = 1,2,3$)로