불확실한 비선형 계통에 대한 동적인 구조를 가지는 강인한 신경망 제어기 설계

박장현*, 서호준*, 박귀태*

*고려대학교 전기·전자·전파공학부(Tel: 81-02-929-5185: Fax: 81-02-3290-3218: Email:hyun@elec.korea.ac.kr)

Neural Network Controller with Dynamic Structure for nonaffine Nonlinear System

Abstract : In adaptive neuro-control, neural networks are used to approximate the unknown plant nonlinearities. Until now, most of the papers in the field of controller design for nonlinear system using neural networks considers the affine system with fixed number of neurons. This paper considers nonaffine nonlinear systems and dynamic variation of the number of neurons. Contol laws and adaptive laws for weights are established so that the whole system is stable in the sense of Lyapunov.

Keywords : neuro-conrol, robust nonlinear control

1. 서론

전방향 신경망은 임의의 함수를 원하는 정도의 정밀도로 근사화할 수 있다는[1] 장점으로 인하여 신경망을 이용한 제어기는 제어 대상에 대한 정확한 수학적 모델이 필요치 않으며, 최근 불확실한 비선형 계통에 대하여 리아프노프(Lyapunov)관점에서 안정한 신경망 제어방식이 널리 연구되고 있다.[2,3,5] 그러나 이들은 대부분 계통의 동측성식이 입력항에 대해 선형인 어파인(affine) 계통에 대해서만 적용가능하며 또한 은닉층의 뉴런 갯수는 모두 초기에 결정된 후 고정되어 제어기의 차수가 불필요하게 높아질 수 있다는 단점이 있다.

본 논문에서는 일반적인 비선형 계통에 대해서 강인한 적응 신경망 제어기를 설계함을 목적으로 한다. 제시한 제어기는 온라인(on-line)으로 신경망의 가중치 뿐만 아니라 은닉층의 뉴런의 개수도 갱신이 되며 리아프노브(Lyapunov) 관점의 안정도가 보장되도록 제어규칙과 파라메터 갱신법칙을 결정한다.

2. 문제기술

본 논문에서는 다음과 같은 단일입력 단일출력(SISO) 비선형 시스템을 고려한다.

$$y^{(n)} = F(y, y^{(1)}, \cdots, y^{(n-1)}, u) \tag{1}$$

여기서

$y \in R$	: 시스템의 출력
$u \in R$	: 제어입력
$y^{(i)}$ $i=1,\cdots n$	: y의 i번째 시간 도함수
$F(\cdot):R^n \to R$	: 미지의 비선형 함수

이다. 상태변수 벡터를 $\mathrm{x}=[x_1\ x_2\ \cdots\ x_n]^T=[y\ y^{(1)}\ \cdots\ y^{(n-1)}]^T \in R^n$ 으로 정의하면 (1)은 다음과 같은 상태방정식으로 기술된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= F(\mathrm{x}, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{2}$$

정의 1 : U를 R^{n-1}의 open subset이라고 하자. 함수 $f(w): U \to R$는 모든 $w_a, w_b \in U$에 대해서 다음을 만족시키는 양의 상수 L이 존재하면 U에서 Lipschitz라고 한다.

$$|f(w_a) - f(w_b)| \le L|w_a - w_b| \tag{3}$$

정리 1 : 만약 함수 f가 C^1에 속하면 f는 locally Lipschitz이다.

또한 $\Omega \subset U$가 compact이면 f는 Ω에서 Lipschitz이다.

비선형 계통 (1)에 대해 제어기를 설계하기 위해서 다음과 같은 가정들이 필요하다.

가정 1: (1)의 함수 $F(\mathrm{x}, u)$는 $(\mathrm{x}, u) \in R^{n+1}$에 대해서 C^1이고, 입력 u에 대해서 smooth한 함수이다.

가정 2: 모든 $(\mathrm{x}, u) \in R^{n+1}$에 대해서 $\dfrac{\partial F(\mathrm{x}, u)}{\partial u} \neq 0$ 이 성립하고 $\dfrac{\partial F(\mathrm{x}, u)}{\partial u}$ 의 부호는 알 수 있다.

가정 3: 기준입력 $y_d(t), y_d^{(1)}(t), \cdots y_d^{(n-1)}(t)$은 smooth하고 유계이다.

가정 1에 의해서 $F(\mathrm{x}, u)$는 u에 대해서 smooth한 함수이므로 다음과 같이 $F(\mathrm{x}, u)$를 명목입력값(nominal input)인 u_0에 대해서 Taylor series expansion을 할 수 있다.

$$F(\mathrm{x}, u) = F(\mathrm{x}, u_0) + \left.\frac{\partial F(\mathrm{x}, u)}{\partial u}\right|_{u=u_0} (u-u_0) + O(\cdot) \tag{4}$$

여기서 $O(\cdot)$는 고차항(higher order term)으로서 다음과 같다.

$$O(\cdot) = \sum_{k=2}^{\infty} \Delta F_{u_0}^{[k]} (u-u_0)^k, \quad \Delta F_{u_0}^{[k]} = \left.\frac{\partial^k F(\mathrm{x}, u)}{k!\,\partial u^k}\right|_{u=u_0} \tag{5}$$

이제 다음과 같이 $f(\mathrm{x})$, $g(\mathrm{x})$, u_Δ를 정의하면

$$f(\mathrm{x}) \triangleq F(\mathrm{x}, u_0), \quad g(\mathrm{x}) \triangleq \left.\frac{\partial F(\mathrm{x}, u)}{\partial u}\right|_{u=u_0}, \quad u_\Delta \triangleq u - u_0 \tag{6}$$

(1)은 다음과 같이 다시 기술될 수 있다.

$$x^{(n)} = f(\mathrm{x}) + g(\mathrm{x}) u_\Delta + O(\cdot) \tag{7}$$

(7)의 함수 $f(\mathrm{x}), g(\mathrm{x})$는 미지의 함수이므로 본 논문에서는 신경망을 이용하여 이들을 동정한다.

정리 2: 다음을 만족하는 상수 $l_i, i=1,\cdots,4$가 존재한다.

$$|O(\cdot)| \le l_1 + l_2|\mathrm{x}| + l_3|u_\Delta| + l_4|\mathrm{x}\,u_\Delta| \tag{8}$$

증명:생략

본 논문에서는 제어기를 설계할 때 (8)의 $l_i, i=1,\cdots,4$를 추정하는 기법을 이용하므로 설계자가 이들 상수값을 계산해야 할 필요는 없다.