

# 시간지연 시스템에 대한 혼합 $H_2/H_\infty$ 출력궤환 제어기 설계

## Mixed $H_2/H_\infty$ Output Feedback Controller Design for Time-Delayed System

“양 혜 진”, 김 종 해\*\*, 조 용 철\*, 박 흥 배\*\*\*

- \* 경북대학교 전자전기공학부(Tel : 82-053-940-8648; Fax : 82-053-940-8548; E-mail : hjyang@palgong.knu.ac.kr)
- \*\* 경북대학교 센서기술연구소(Tel : 82-053-940-8848; Fax : 82-053-940-8548; E-mail : kimjh@strc.knu.ac.kr)
- \*\*\* 경북대학교 전자전기공학부(Tel : 82-053-950-5548; Fax : 82-053-940-8548; E-mail : hbpark@ee.knu.ac.kr)

**Abstract** : This paper presents the mixed  $H_2/H_\infty$  output feedback controller design method for linear systems with delayed state. The objective is to design the output feedback controller which minimizes the  $H_2$ -norm of one transfer function while ensuring the  $H_\infty$ -norm of the other is held below a chosen level. When objective is formulated in terms of a common Lyapunov function, the sufficient conditions of existence of mixed  $H_2/H_\infty$  controller are given in terms of LMIs.

**Keywords** : mixed  $H_2/H_\infty$  control, time-delayed system, output feedback, LMI

### 1. 서론

최근  $H_2$  제어나 LQG와 같은 시간영역의 성능규격 및  $H_\infty$  제어와 같은 주파수영역의 성능규격을 동시에 만족시키는 혼합  $H_2/H_\infty$  제어에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다.  $H_\infty$  제어는 시스템 불확실성에 대하여 좋은 견실성능을 가지지만 페루프 시스템 과도응답과 같은 시간영역의 성능을 보장할 수 없다는 단점이 있으며,  $H_2$  제어는 시스템 과도응답과 같은 시간영역의 성능향상에는 적합하지만 시스템 불확실성이 존재하는 경우 견실안정성을 보장할 수 없다. 그러므로 혼합  $H_2/H_\infty$  접근법은 최적의 성능과 견실안정성을 하나의 제어기로 집적화시키는 형식을 제안하고 있다. 최근 혼합  $H_2/H_\infty$  연구에 대하여 살펴보면 Bernstein 등[2]은 혼합  $H_2/H_\infty$  문제에 대한 접근법을  $H_\infty$  노름(norm) 제약조건으로 페루프함수의  $H_2$  노름에 대한 상한치를 최소화시키는 방법으로 제시하였고 Khargonekar 등[5]은 혼합  $H_2/H_\infty$  문제를 불록 최적화에 기초를 두고 상태궤환과 출력궤환 문제를 제안하였다. 또한 Limebeer 등[7]은 Nash game의 해를 통해서 상태궤환 혼합  $H_2/H_\infty$  제어문제를 풀이한 방법으로, 상호 연관된 리카티 방정식들에 대한 해를 구하여 상태궤환 제어기를 설계하는 방법을 제시하였고 Halder 등[3]은 제어기 설계에 대한 또 다른 접근법인 선형행렬부등식을 이용하여 상태궤환에 대한 혼합  $H_2/H_\infty$  제어기를 소개하였다.

그러나 시스템의 안정성에 많은 영향을 끼치는 시간지연 시스템에 대한 혼합  $H_2/H_\infty$  문제를 다룬 논문은 거의 없다. Kim 등[6]은 시간지연항을 고려하여  $H_\infty$  상태궤환 제어기를 제시하였으며 Yu 등[8]은 불확실성을 가지는 시스템에서 시간지연을 고려하여 보상비용 제어기를 제시하였다. 또한 Aliyu[1]은 상태지연 시스템에 대한 혼합  $H_2/H_\infty$  상태궤환 제어기를 제시하였다. 그러나 이러한 결과들은 시간지연 시스템의 상태를 모두 알고 있다는 가정을 내포하므로 시스템의 내부상태를 알 수 없는 경우에는 적합하지 않으므로 Jeung 등[4]이 제시한 시간지연 시스템에 대한  $H_2$  출력궤환 제어기를 혼합  $H_2/H_\infty$  출력궤환 제어기로 확장한다.

따라서 본 논문에서는 시간지연항을 가지는 선형시스템에 대해서 혼합  $H_2/H_\infty$ 에 대한 출력궤환 제어 문제를 제시한다. 리아

푸노프(Lyapunov) 함수와 성능지수를 이용하여  $H_\infty$  노름 제약조건을 만족하면서 동시에 페루프함수의  $H_2$  노름에 대한 상한치를 최소화시키는 출력궤환 제어기의 존재조건을 구한다. 그리고 변수치환을 이용하면 제어기의 존재조건은 선형행렬부등식으로 표현되고, 선형행렬부등식의 한정태로부터 혼합  $H_2/H_\infty$  출력궤환 제어기의 설계방법을 제시한다.

### 2. 문제 설정

상태에 시간지연을 가지는 선형시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-d) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z_1(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \\ y(t) &= C_3 x(t) + D_3 u(t) \\ x(t) &= \phi(t), \quad -d \leq t \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태,  $z_1(t) \in L_2([0, \infty), \mathbb{R}^k)$ 와  $z_2(t) \in L_2([0, \infty), \mathbb{R}^l)$ 는 제어출력,  $y(t) \in \mathbb{R}^r$ 는 측정출력,  $w(t) \in L_2([0, \infty), \mathbb{R}^s)$ 는 외부의란,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력이고, 시간지연  $d$ 는  $0 \leq d \leq \infty$ 를 만족하는 시불변 시간지연이다.  $\phi(t)$ 는 상태의 초기함수이고 행렬  $A, A_d, B_1, B_2, C_1, C_2, C_3, D_{12}, D_{21}, D_{22}, D_3$ 는 적절한 차원의 상수 행렬이다. 그리고  $(A, B_2, C_3)$ 가 안정화가가능하고 관측가능하다고 가정한다.

식 (1)에 대한 혼합  $H_2/H_\infty$  출력궤환 제어기  $K$ 는

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= A_K \xi(t) + B_K x(t) \\ u(t) &= C_K \xi(t) + D_K x(t) \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 주어지고  $\xi(t) \in \mathbb{R}^k$ 는 제어기 상태변수이고 모든 행렬은 적절한 차원을 만족하는 상수 행렬이다

식 (1)과 (2)로 이루어지는 페루프시스템은