구조화된 불확실성을 갖는 입력지연 시스템의 강인제어

Robust Control of Input Delayed Systems with Structured Uncertainty

°이 보 형

LG 전자 디지털미디어연구소 DST 팀(Tel : 82-2-526-4993 ; Fax : 82-2-3461-4414 ; E-mail : bohyung@lge.co.kr)

Abstract: Input delay is frequently encountered in the practical systems since measurement delay and computational delay can be represented by input delay. In this viewpoint, this paper deals with the robust control problem of input delayed systems with structured uncertainty. Robust stability conditions are provided in terms of linear matrix inequalities(LMIs) and it is shown that the proposed conditions can give less conservative maximum bound of input delay guaranteeing robust stability.

Keywords: Robust control, Input delay, Structured uncertainty, LMI

1. 서론

입력지연을 포함하는 제어문제는 측정 지연이나 연산에 관련된 지연이 시스템의 상태변수 모델에서 입력지연으로 표현되므로 실제 시스템의 제어문제에서 자주 접할 수 있는 문제이다. 이러한 관점에서 본 논문에서는 구조화된 불확실성과 입력지연을 갖는 시스템의 강인제어문제를 다룬다. 선형행렬부등식[1]을 이용하여 위에 기술된 시스템의 안정성을 보장하는 조건을 유도하고 이 결과가 기존에 제시된 조건[2]을 포함하는 보다 일반화된 결과임을 보인다. 또한 간단한 예제를 통해 본 논문의 결과가 강인 안정성을 보장하는 최대 지연값에서 기존의 조건보다 개선됨을 보인다.

2. 주요결과

다음과 같이 주어지는 불확실한 선형 시간지연 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + (B + \Delta B(t))u(t) + (B_d + \Delta B_d(t))u(t - \tau(t)) \quad (1)$$

$$x(t) = \phi(t),\ \forall t \in [-\bar{\tau}, 0],\ \bar{\tau} > 0 \quad (2)$$

위 식에서 $\tau(t)$ 는 다음의 조건을 만족하는 시변의 지연을 나타낸다.

$$0 \le \tau \le \bar{\tau},\ 0 \le \dot{\tau}(t) < \mu < 1 \quad (3)$$

$x(t) \in R^n$ 는 상태변수, $u(t) \in R^m$ 는 제어입력, $\phi(\cdot)$ 는 초기조건, A, B, B_d 는 적당한 크기의 알려진 상수행렬을 나타내며, $\Delta A(\cdot)$, $\Delta B(\cdot)$, $\Delta B_d(\cdot)$ 는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\Delta A(t) = D_a \Delta_a(t) E_a, \Delta B(t) = D_b \Delta_b(t) E_b, \Delta B_d(t) = D_d \Delta_d(t) E_d \quad (4)$$

(4)에서 D_a, D_b, D_d, E_a, E_b, E_d 는 알려진 상수행렬이고, $\Delta(t) \in \Delta_s$, $\Delta_b(t) \in \Delta_s$, $\Delta_d(t) \in \Delta_s$ 는 $\Delta(t)^T \Delta(t) \le I$, $\Delta_b(t)^T \Delta_h(t) \le I$, $\Delta_d(t)^T \Delta_d(t) \le I$ 를 만족하는 불확실한 시변의 행렬을 나타내며, Δ_s 는 다음과 같이 주어지는 구조적인 불확실성을 갖는 행렬의 집합이다.

$$\Delta_s = \left\{ \begin{array}{c} \Delta(t) \in R^{(r_1 + \cdots r_k + f_1 + \cdots + f_l) \times (r_1 + \cdots r_k + f_1 + \cdots + f_l)} : \\ \Delta(t) = \text{blockdiag}\left[\delta_1(t) I_{r_1} \ \cdots \ \delta_k(t) I_{r_k} \ \ \Delta_1(t) \ \cdots \ \Delta_l(t)\right] \\ \delta_i(t) \in R \text{ for } 1 \le i \le k \text{ and } \Delta_j \in R^{f_j \times f_j} \text{ for } 1 \le j \le l \end{array} \right\} \quad (5)$$

집합 (5)에 대해 스케일링 행렬의 집합 (6)을 정의한다.

$$\Sigma_k = \left\{ \begin{array}{c} T = \text{blockdiag}\left[T_1 \ \cdots \ T_k \ \ d_1 I_{f_1} \ \cdots \ d_s I_{f_s}\right] \\ \in R^{(r_1 + \cdots r_k + f_1 + \cdots + f_s) \times (r_1 + \cdots r_k + f_1 + \cdots + f_s)} : \\ T_i \in R^{r_i \times r_i},\ T_i > 0 \text{ for } 1 \le i \le k \text{ and } d_j \in R,\ d_j > 0 \text{ for } 1 \le j \le s \end{array} \right\}$$

(6)

정리 1 : 주어진 스칼라 $\bar{\tau} > 0$, $\mu > 0$에 대해, (5)의 형태를 갖는 구조적 불확실성을 갖는 시스템 ()은 다음의 선형행렬부등식 조건을 만족하는 양의 정칙인 대칭행렬 X, P_1, P_2, P_3, Q, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7 와 행렬 Y 가 존재하면 $0 \le \tau(t) \le \bar{\tau}$ 와 $0 \le \dot{\tau}(t) < \mu < 1$ 를 만족하는 모든 시변지연 $\tau(t)$ 에 대해 강인 안정화가 가능하다:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} & \Sigma_{14} \\ \Sigma_{12}^T & \Sigma_{22} & 0 & 0 \\ \Sigma_{13}^T & 0 & \Sigma_{33} & 0 \\ \Sigma_{14}^T & 0 & 0 & \Sigma_{44} \end{bmatrix} < 0,\ \begin{bmatrix} Q & Y \\ Y^T & X \end{bmatrix} \ge 0,\ X - P_1 - P_2 - P_3 \ge 0 \quad (7)$$