# 하다마드 변환을 이용한 적응필터의 특성

# Properties of Adaptive Filter Using Hadamard Transformation

°이 태 훈, 박 진 배

연세대학교 전기·컴퓨터공학과(Tel : 82-2-361-2773; Fax : 82-2-362-4539)
E-mail : jbpark@control.yonsei.ac.kr

**Abstract** : Comparing to the conventional adaptive filters using LMS algorithm, the proposed adaptive filters can reduce the amounts of computation and have robustness to variance of characteristics of input signals. LMS algorithm is performed in the domain of Hadamard transform after a reference signal and input signal are transformed by fast Hadamard transformation. As a transformation from time domain to Hadamard transformed domain, the proposed filter not only maintains the performance of estimating an input signal but also greatly reduces the number of multiplication. Moreover, the effect of characteristic changes of input signal is decreased. Computer simulation shows the stability and robustness of the proposed filter.

**Keywords** : Adaptive filter, Hadamard transform

## 1. 서론

신호의 잡음 제거, 선형 예측, 시스템 동정(identification)과 통신에서의 채널 평준화(channel equalization) 등, 여러 영역에서 활용되는 적응필터는 중요한 신호처리 방법 중의 하나이다[1]. 일반적인 시간영역에서의 적응필터에서는 입력신호가 시간지연소자에 의해 지연되어 $N$개의 시퀀스(sequence)를 만들고 이들 각각에 가중치(weight)를 곱한 후 다시 더하여 출력 신호를 낸다. 이들 출력신호는 우리가 원하는 기준신호(desired signal)와의 비교를 통해 오차를 얻고 이 오차를 이용하여 가중치를 변화시키는 방법을 이용한다. 이때 주로 최소평균자승오차(LMS)기법이 사용된다[2].

이러한 적응필터는 일반적으로 좋은 성능과 결과를 얻을 수 있음에도 잡음의 통계적 특성, 즉 분산값 등의 변화에 따라서 필터의 계수값이 수렴하지 못하고 발산하는 경우가 발생하는 점을 단점으로 꼽을 수 있다. 이러한 특성을 극복하고자 기존의 적응필터를 여러 방법으로 변형하는 시도가 있었으나 이는 모두 시간영역에서 필터를 개선하려는 노력이었다.

본 논문에서는 가장 효과적인 직교 변환이며 연산량이 적은 고속 하다마드 변환(FHT : Fast Hadamard Transform)을 적용하여 적응필터를 구현한다. 기존의 시간영역 적응필터와는 달리 입력신호와 기준신호의 하다마드 변환 후에 모든 적응 연산이 이루어지기 때문에 적응 연산이 행해지는 영역을 우리는 하다마드 영역이라 부른다. 이러한 하다마드 영역에서 구현한 적응 필터가 기존의 시간영역 적응필터에 대해 가지는 장점은 연산 횟수가 크게 줄어든다는 것이며 또한 시간영역 적응필터와 유사한 성능을 보이면서 잡음의 분산값의 변화에 덜 민감한 특성을 보인다는 것이다. 즉, 적응 연산 도중 분산값이 큰 잡음신호가 입력되어도 필터가 발산하는 현상을 막을 수 있다.

고속 하다마드 변환에 대하여 간략히 소개하고 고속 하다마드 변환을 이용한 적응 필터의 구조에 대해 설명한 후 기존의 시간영역 적응필터와의 곱셈연산 비교와 각각의 필터에 대한 안정도 성능을 컴퓨터 모의 실험을 통하여 비교 분석한다.

## 2. 하다마드 변환

### *2.1 하다마드 행렬*

$N\times N$ 하다마드 행렬은 식 (1)과 같이 정의 된다. 단 여기서 $N$은 2의 거듭제곱수로 한정된다.

$$H_N = \begin{bmatrix} H_{N/2} & H_{N/2} \\ H_{N/2} & -H_{N/2} \end{bmatrix} \tag{1}$$

이때 $H_1 = 1$이다.

그리고 하다마드 행렬 $H_N$의 각 행(또는 열)들은 서로간에 직교성(orthogonality)을 갖고 있는데 이는 식 (2)와 로 표현할 수 있다.

$$H_N \cdot H_N = NI_N \tag{2}$$

여기서 $I_N$은 $N\times N$단위행렬(identity matrix)이다.

다음의 그림 1은 식 (1)을 통해 얻어진 4×4 하다마드 행렬과 8×8 하다마드 행렬을 나타낸다.

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & - & 1 & - \\ 1 & 1 & - & - \\ 1 & - & - & 1 \end{bmatrix} \quad H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & - & 1 & - & 1 & - & 1 & - \\ 1 & 1 & - & - & 1 & 1 & - & - \\ 1 & - & - & 1 & 1 & - & - & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & - & - & - & - \\ 1 & - & 1 & - & - & 1 & - & 1 \\ 1 & 1 & - & - & - & - & 1 & 1 \\ 1 & - & - & 1 & - & 1 & 1 & - \end{bmatrix}$$

그림 1. 하다마드 행렬의 예 ('-'는 '-1'을 의미)
Fig. 1 An example of Hadamard matrix( '-' means '-1')