싱글톤 후건부를 갖는 퍼지제어기에 의한 비선형시스템의 선형화

Linearization of Nonlinear System Using Fuzzy Controller with Singleton Consequents

°김 웅 선, 이 상 형, 이 창 훈, 박 민 용

연세대학교 전기전자공학과(Tel : 82-2-361-2868; Fax : 82-2-312-2333 ; E-mail: light11@unitel.co.kr)

Abstract : In this paper, the linearization method of nonlinear systems via fuzzy controllers which can be the basic research for designing a systematic fuzzy controllers with singleton consequents is proposed. We regard a closed loop system as a canonical form and propose a methodology for linearization of nonlinear system which adjust the input at vertex using zero condition and affinity condition. Through some examples, we show the validity of the proposed method and it can be extended to the design problem of fuzzy controller.

Keywords : linearization, nonlinear, controller, fuzzy, singleton

1. 서론

몇 년 전까지만 해도 모델기반 퍼지제어에 관하여는 선형함수 후건부를 갖는 TSK 시스템에 대한 퍼지제어의 연구[2,3,9,11]이 주류이었다. 그러나 최근 들어 근사화 성능 면에서 TSK 시스템에 뒤지지 않으며, TSK 시스템과 Mamdani형 시스템[6]의 특별한 경우에 해당하여 TSK 시스템과 Mamdani형 시스템으로 확장 가능하다는 점[1]에서 중요한, 싱글톤 후건부를 갖는 퍼지시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 이런 연구 결과로 싱글톤 후건부를 갖는 퍼지시스템에 대하여 표준형이 주어지게 되었고, 이를 바탕으로 안정성에 관하여도 Lyapunov함수 접근법에 의해 영역별로 필요충분조건과 충분조건을 얻어내었다[4,5,7]. 또 이를 바탕으로 TSK 시스템에 상수항을 고려하여 좀더 실제 시스템에 가깝게 하려는 연구[10]도 진행 중에 있다. 이런 연구성과에도 불구하고 비선형시스템, 즉 $\dot{x}=f(x)+g(x)u(x)$ 의 각 함수를 퍼지시스템의 표준형으로 표현하면 전체 폐루프 시스템은 퍼지시스템의 표준형으로 표현되지 않으며, 이는 퍼지제어기 설계를 체계적이지 못하게 할뿐만 아니라 복잡하게 만들었다[4,8].

따라서 본 논문은 싱글톤 후건부를 갖는 체계적인 퍼지제어기 설계의 기초적 연구로서, 퍼지제어기에 의해 비선형시스템을 선형화 한다. 먼저 퍼지 폐루프 시스템을 싱글톤 후건부를 갖는 표준형으로 표현하고, 그 정점들에서의 입력을 제로 조건과 아피니티 조건을 만족시키도록 조정하는, 비선형시스템의 선형화 방법을 제안한다. 예제를 통하여 제안된 방법의 징당성을 확인하고, 퍼지제어기에 의한 비선형시스템의 선형화를 체계적으로 정리한다. 또 제안된 선형화 방법이 퍼지제어기 설계의 문제로 확장될 수 있음을 확인한다.

2. 싱글톤 후건부를 갖는 퍼지시스템

1. 개루프 시스템

이 절에서는 2차원 싱글톤 후건부를 갖는 퍼지시스템의 두 개의 표준형[7]인 매개변수 표현식과 상태공간 표현식을 소개하고, 모든 영역에서 제로 조건과 아피니티 조건이 만족되면 퍼지시스템은 선형이 됨을 보인다. 간단히 하기 위해 2차원만 다룰 것이며, 다차원 표준형은 [5]에 소개되어져있다.

다음과 같은 퍼지규칙으로 표현되는 시스템을 고려하자.

$$\text{if } x \text{ is } W^{\sigma\tau}(x), \text{ then } \dot{x} \text{ is } f(\sigma,\tau) \tag{1}$$

여기서 $x \in \Re^2$ 는 상태 벡터, $W^{\sigma\tau}(x)=(W_1^{\sigma}(x_1), W_2^{\tau}(x_2))^T$는 멤버쉽 함수 벡터, $f(\sigma,\tau)=(f_1(\sigma,\tau), f_2(\sigma,\tau))^T \in \Re^2$ 는 싱글톤 벡터, 그리고 $\sigma, \tau \in Z$는 정수이다.

$W_1^{\sigma}(x_1)$과 $W_2^{\tau}(x_2)$는 다음과 같은 정규화된 삼각형 멤버쉽 함수라고 가정한다.

$$W_i^{\lambda_i}(x_i)=\begin{cases} \dfrac{x_i-d_i(\lambda_i-1)}{d_i(\lambda_i)-d_i(\lambda_i-1)} & x_i\in[d_i(\lambda_i-1), d_i(\lambda_i)] \\ \dfrac{d_i(\lambda_i+1)-x_i}{d_i(\lambda_i+1)-d_i(\lambda_i)} & x_i\in[d_i(\lambda_i), d_i(\lambda_i+1)] \end{cases} \tag{2}$$

여기서 $\cdots < d_i(-1) < d_i(0) < d_i(1) < \cdots$, $\lambda_1=\sigma$, $\lambda_2=\tau$, 그리고 $i=1,2$이다.

벡터 $d(\sigma,\tau)$와 2차원 공간 $R_{\sigma\tau}$를 각각 다음과 같이 정의한다.

$$d(\sigma,\tau) = (d_1(\sigma), d_2(\tau))^T \tag{3}$$

$$R_{\sigma\tau} = [d_1(\sigma), d_1(\sigma+1)]\times[d_2(\tau), d_2(\tau+1)] \tag{4}$$

특히, $d_1(\sigma) < 0 < d_1(\sigma+1)$, $d_2(\tau) < 0 < d_2(\tau+1)$인 σ와 τ가 존재할 때, 원점을 포함하는 이 영역을 $R_{\sigma\tau}^{o}$로 표기하고, 제로영역이라 한다.

전건부의 x_1과 x_2의 적합도는 $W_1^{\sigma}(x_1)$와 $W_2^{\tau}(x_2)$의 곱으로 정의되고, 퍼지추론이 $f(i,j)$의 가중 평균으로 구해진다면, 다음과 같은 매개변수 표현식을 얻을 수 있다.

표준형 1 : 매개변수 표현식[7] $x \in R_{\sigma\tau}$에 대해 퍼지시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$x = \sum_{i=\sigma}^{+1}\sum_{j=\tau}^{+1}\omega_1^i\omega_2^j d(i,j) \tag{5}$$