정합조건을 만족하지 않는 선형 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어

Sliding Mode Control for Linear System with Mismatched Uncertainties

°성 재 봉*, 권 성 하**, 박 승 규**, 정 은 태**

* 창원대학교 전기전자제어공학과(Tel : 81-055-279-7559; Fax: 81-055-262-5064 ; E-mail: gyver91@hanmail.net)
** 창원대학교 메카트로닉스공학부

Abstract: This paper presents a design method of sliding mode control (SMC) for single input linear systems with mismatched uncertainties. We define a virtual state based on the controllable canonical form of the nominal system. And we define a sliding surface for the augmented system with a virtual state. This sliding surface makes it possible to use SMC technique with various types of controllers. In this paper, we construct a controller that combines SMC with robust controller. We design a robust controller for the system with only mismatched uncertainties using a form of linear matrix inequality (LMI). We make a virtual state from this robust control input and the states of the nominal system. And we design a sliding mode controller that stabilizes the overall closed-loop system.

Keywords: sliding mode control, mismatched uncertainties, LMI, virtual state, variable structure control

1. 서론

슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control : SMC) 이론은 불확실한 시스템에 대한 궤환 제어기를 설계할 때 사용된다. 특히 파라미터 변동이나 모델링 오차에 대해서 안정하고 정상 상태 특성이 좋은 견실한 제어 기법이다. 그러나 SMC는 근본적으로 도달 기간(Reaching Phase)문제와 입력 떨림(Input Chattering) 현상 등의 단점을 가지고 있고, SMC에 의해 제어되는 시스템의 상태 궤적은 원래 시스템보다 입력의 개수만큼 낮은 차수를 가지는 슬라이딩 평면의 동특성에 의해서 결정되기 때문에 SMC 외의 다른 제어 기법과 함께 결합되어 사용될 수 없다[1][2][3]. 이러한 특성을 개선하고 도달 기간 문제를 해결하기 위하여 가상 상태를 이용한 슬라이딩 모드 제어 기법이 박 등[4]에 의해 제안되었다. 제안된 슬라이딩 평면은 공칭 제어기에 의해 제어되는 공칭 시스템의 동특성을 가질 수 있다는 것이 증명되었고 가상 상태의 초기치를 스위칭 함수의 초기값이 영으로 되도록 결정하여 줌으로써 도달 기간도 제거할 수 있음을 보였다. 대부분의 물리적 시스템의 파라미터 불확실성은 정합조건을 만족하지 않기 때문에 정합조건을 만족하는 불확실성과 만족하지 않는 불확실성을 모두 포함하는 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어기법이 요구된다. 본 논문에서는 정합조건을 만족하지 않는 불확실성을 가지는 시스템에 대한 견실 제어기와 SMC가 결합된 형태의 제어기를 설계한다. 정합조건을 만족하지 않는 불확실성만을 가지는 시스템에 대한 견실 제어기를 선형 행렬 부등식(LMI)을 이용하여 설계하고, 여기서 구한 제어 입력 이득과 공칭 시스템의 상태 방정식으로부터 가상 상태를 정의한다. 가상 상태를 포함하는 차수가 증가된 시스템에 대한 슬라이딩 평면을 결정하고, 전체 시스템이 안정하도록 하는 슬라이딩 모드 제어기를 설계한다. 마지막으로 간단한 예제를 통해 본 논문의 타당성을 보인다.

※ 이 논문은 2000년도 창원대학교 교내연구비에 의하여 연구되었슴.

2. 문제 설정과 예비 지식

파라미터 불확실성을 가지는 선형 시스템

$$\dot{x}(t)=(A+\Delta A(t))x(t)+Bu(t)+Df(t) \tag{1}$$

을 고려한다. 여기서 $x(t)\in \mathbf{R}^n$, $u(t)\in \mathbf{R}$, $f(t)\in \mathbf{R}$은 각각 상태, 제어입력과 외란이다. $\mathbf{R}^n$은 n차원 실수 공간을 의미하며 모든 행렬은 적절한 차원을 가진다. 또한 불확실성 $\Delta A(t)$는 노옴 유계를 가지고 외란 행렬 D는 정합조건

$$rank([B:\ D])=rank\ B \tag{2}$$

을 만족한다. 그리고 (A,B)는 가제어로 가정하고, 행렬 A와 B는 가제어 표준형 행렬

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & \cdots & -\alpha_n \end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

이다. 어떠한 불확실성도 정합조건을 만족하는 부분과 만족하지 않는 부분으로 나눌 수 있으므로

$$\Delta A(t)=BH(t)+B_1H_1(t) \tag{3}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 정합조건을 만족하지 않는 불확실성 $H_1(t)$는

$$H_1(t)\in \Omega:=\{H_1(t):H_1^T(t)H_1(t)\le I,\ H_1(t)\text{의 요소들은 Lebesque 측정가능}\} \tag{4}$$

로 크기가 제한되어 있다. 따라서 시스템 (1)은 위의 정합조건과 (3)에 의해서

$$\dot{x}(t)=(A+BH(t)+B_1H_1(t))x(t)+Bu(t)+BD_1f(t) \tag{5}$$

와 같이 표현될 수 있다.

보조 정리 1: [3] 슬라이딩 모드가 일어나도록 하는 조건은

$$s(x,t)\dot{s}(x,t)<0 \tag{6}$$