혼합 H_2/H_∞와 μ-이론을 이용한 벤치마크 문제의 해법

Mixed H_2/H_∞ and μ-synthesis Approach to Coupled Three-Inertia Benchmark Problem

최 연욱*

* 부경대학교 전기제어계측공학부(Tel: +82-51-620-1633; Fax: +82-51-623-4227; e-mail: wook@pknu.ac.kr

Abstract: This study investigates the use of mixed H_2/H_∞ and μ-synthesis to construct a robust controller for the benchmark problem. The model treated in the problem is a coupled three-inertia system which reflects the dynamics of mechanical vibrations. We, first, adopt the mixed H_2/H_∞ theory to design a feedback controller K(s). Next, μ-synthesis method is applied to the overall system to make use of structured parametric uncertainty.

Key Words: Three-inertia benchmark, mixed H_2/H_∞ theory, μ-synthesis

1. 서론

문헌 [1]에 제시된 벤치마크 문제 중의 기본문제에 대한 해법의 하나로서 혼합(Mixed) H_2/H_∞이론과 μ설계이론을 이용한 제어기의 설계법을 검토한다. 상기 벤치마크 문제에 대한 몇 가지 해법과 이에 대한 비교검토가 문헌 [2],[3]에 수록되어 있다. 본 연구는, 앞의 참고문헌에서 다루지 않은 H_2/H_∞이론을 이용하여 주어진 설계사양을 만족시킬 수 있는 해법을 제시하고 이것의 유효성을 명백히 하는 데 그 목적이 있다.

본 연구에서는 혼합H_2/H_∞제어기가 가지는 보수성을 완화하기, 먼저 페루프시스템의 강인한 안정성에 관련한 설계사양은 H_∞-놈 LMI (Linear Matrix Inequality)로, 목표값 추종특성은 H_2-놈 LMI로 각각 표현하여 모든 파라메터 변동에 대해 시스템이 안정하며 동시에 외란 제거 특성을 만족시키는 제어기의 설계를 혼합 H_∞/H_2이론으로 수행한다[4],[5]. 이때 얻어지는 제어기는 물리 파라메터가 가지는 불확실성의 구조를 고려에 넣고 있지 않으므로 상당히 보수적으로 될 가능성이 크다. 따라서, 먼저 파라메터의 변동으로 인하여 생기는 플랜트의 불확실성을 가법적인 형태로서 표현하고 여기에 μ설계이론을 적용함으로서 기존의 제어기가 가지고 있는 보수성을 완화를 목표로 한다.

2. 3관성벤치마크 문제

삼관성시스템 벤치마크문제의 플랜트를 그림1에 나타낸다. 이것은 각종의 기계진동시스템에 공통한 특징을 모델화한 것이다. 그림 1에 있어서 각 질량의 회전각, 각속도, 각가속도를 각각 $\theta_i(i=1\sim3)$, $\dot{\theta}_i(i=1\sim3)$, $\ddot{\theta}_i(i=1\sim3)$, 조작토크를 τ, 토크외란을 $\tau_{d_i}(i=1\sim3)$, 각 질량의 관성모멘트를 j_i[kgm^2](i=1~3), 점성마찰계수를 d_i[Nms/rad], $(i=1\sim3, a, b)$ 결합부의 비틀림 계수를 k_i[Nm/rad](i=a,b) 로 두면 이 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$j_1 \ddot{\theta}_1 = -d_1 \dot{\theta}_1 - k_a(\theta_1 - \theta_2) - d_a(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \tau + \tau_{d_1} \tag{1.a}$$

$$j_2 \ddot{\theta}_2 = k_a(\theta_1 - \theta_2) + d_a(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - d_2 \dot{\theta}_2 - f_b(\theta_2, \theta_3) - d_b(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) + \tau_{d_2} \tag{1.b}$$

$$j_3 \ddot{\theta}_3 = f_b(\theta_2, \theta_3) + d_b(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) - d_3 \dot{\theta}_3 + \tau_{d_3} \tag{1.c}$$

$$f_b(\theta_2, \theta_3) \equiv k_b(\theta_2 - \theta_3) \tag{1.d}$$

또한 조작토크 τ[Nm]는 다음 식으로 표현되는 전류증폭기를 통해서 전압 e[V]에 의해 제어되는 것으로 한다.

$$\dot{\tau} = -a_e \tau + a_e e \tag{1.e}$$

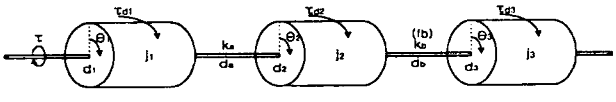

그림.1 3관성시스템

[요구되는 설계사양]

관측량을 θ_1으로 해서 파라메터의 변동에 관계없이 아래의 사양을 만족하는 제어기를 설계한다.

(1)원점을 초기상태로 해서 t=0에서 θ_3를 목표값 1에 추종시키는 경우 θ_3의 응답이 아래의 조건을 만족한다.

i) $\theta_3 \le 1.1$ (t≥0), ii) $\theta_3 \ge 0.75$ (t ≥0.1)
iii) $|\theta_3 - 1| \le 0.05$ (t ≥0.2), iv) $|\theta_3 - 1| \le 0.01$ (t ≥0.3)
v) $\theta_3 = 1$ (t =∞)

(2)원점을 초기상태로 해서 t=0에서 $\tau_{d_1} = 1$ 인 스텝상의 외란을 인가했을 경우 θ_3의 응답이 아래의 조건을 만족한다.

· $|\theta_3| \le 0.2$ (t≥0), · $|\theta_3| \le 0.13$ (t≥0.1)
· $|\theta_3| \le 0.01$ (t≥0.2), · $|\theta_3| \le 0.002$ (t≥0.3)
· $\theta_3 = 0$ (t=∞)