

# Lyapunov 부등식을 이용한 주파수하중 차수축소 (Frequency weighted reduction using Lyapunov inequalities)

오도창, 정은태, 이상경  
(Do-Chang Oh, Eun-Tae Jcung, and Sang-Kyung Lee)

건양대학교 정보전자통신공학부(Phone: 041-730-5369; Fax: 041-736-4079; E-mail: docoh@kytis.konyang.ac.kr)  
창원대학교 제어계측공학과(Phone: 055-279-7557; E-mail: jet26@sarim.changwon.ac.kr)  
두원공대 공장자동화과(Phone: 031-670-7266; E-mail: lecsk@doowon.ac.kr)

**Abstract** : This paper consider a new weighted model reduction using block diagonal solutions of Lyapunov inequalities. With the input and/or output weighting function, the stability of reduced order system is quaranteed and an *a priori* error bound is proposed. To achieve this, after finding the solutions of two Lyapunov inequalities and balancing the full order system, we find the reduced order systems using the direct truncation and the singular perturbation approximation. The proposed method is compared with other existing methods using numerical example.

**Keywords** : Weighted model reduction, Lyapunov inequalities, Block diagonal solutions, *a priori* error bound, Stability, DT, SPA

## 1. 서론

원래까지 대표적인 모델축소방법으로는 균형구현(balanced realization)이론에 근거한 직접절단(Direct Truncation: DT)과 Hankel 노름 근사화 및 특이섭동근사(Singular Perturbation Approximation: SPA) 등이 있으며 이 방법들에서는 Hankel 특이치를 이용하여 오차한계치를 구할 수 있다<sup>[1,2]</sup>. 또한 LMI (Linear matrix inequality)를 이용한 최적의 축소모델을 구하려는 연구도 진행중이나 반복적인 방법(iterative method)이며 수렴성 또한 보장이 되지 않는 등, 매우 제한적이다<sup>[3]</sup>. Enns<sup>[4]</sup>는 이러한 DT방법을 주파수하중함수를 가지는 가중적 차수축소(weighted reduction)로 확장하였다. 이때 입·출력 하중함수 및 모델을 모두  $RHF$ 에 속하는 안정한 함수들이어야 한다. 또한 이 방법에서는 입력하중함수 혹은 출력하중함수중 하나만을 가지는 경우에 대해서는 안정성이 보장되나 입·출력 모두 하중함수를 가질 경우에는 불안정해질 수도 있다<sup>[5]</sup>. 또한 Enns의 방법에서 오차한계치를 구한 Kim<sup>[6]</sup> 등의 방법도 저차 모델들의 차 노름을 많이 계산해야 하는 단점을 가지고 있다. Wang<sup>[7]</sup> 등은 최근 Enns의 방법을 변형한 새로운 가중적 차수 축소법을 제안하고 오차의 한계치를 구하였다. 이 방법은 입·출력하중함수를 모두 가지는 경우에 대해서도 안정성이 보장되며, 상대적으로 작은 오차한계치도 구할 수 있는 등 많은 장점을 가지고 있다. 그러나 이 방법에서도 4개의 Lyapunov 방정식과 특이분해의 과정을 포함하는 등 계산량이 많고 과정이 비교적 복잡하다.

본 논문에서는 입·출력으로 가중된 모델에 대해 두 Lyapunov 부등식에서 불린대각해가 항상 존재함을 보이고, 이를 이용하여 가중적 차수축소를 제한한다. 먼저 가중된 모델에 대해 LMI의 불린대각해를 구하고, 이로부터 균형구현을 구하

여 DT와 SPA에 의한 축소모델을 구한다. 축소모델의 입·출력하중함수를 모두 가지는 경우에 대해서 안정성과 오차한계치를 보이기 위해 Zhou<sup>[8]</sup>와 Oh<sup>[9]</sup>등의 구조적으로 균형화된 제어기 차수축소법(structurally balanced controller order reduction)의 결과를 이용하며, 저주파 및 고주파영역에서 상대적으로 작은 오차를 가지도록 선택할 수 있음을 보인다. 마지막으로 Enns의 논문에서 사용되었던 두가지 예제를 통하여 제안된 방법의 타당성을 보인다.

## 2. 구조적인 차수축소

이 장에서는 기존의 구조적으로 균형화된 차수축소에 대해 소개한다. 두 Lyapunov 부등식의 해를 이용하여 균형구현을 구하고 직접절단(DT)과 특이섭동근사(SPA)를 이용한 구조적 차수축소법과 그 특성을 보인다. 그림 2.1은 선형분수변환(linear fractional transformation: LFT) 구조를 나타내며  $w, z, u, y$ 는 각각 외부입력, 제어될 출력, 제어입력, 측정출력신호이다. 여기서  $P$ 와  $K$ 는 일반화된 표준플랜트  $P(s)$ 와 제어기  $K(s)$ 를 나타낸다

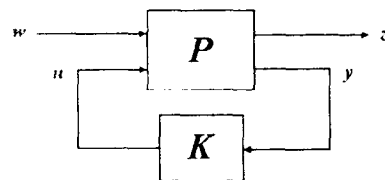


그림 1. 선형분수변환형태의 폐루프시스템.  
Fig. 1 Closed loop system with LFT form.