Type Ⅱ이상인 목표전달함수의 구현
Realization of Target Transfer Function higher than Type Ⅰ

°정 재 윤*, 김 동 혁**, 김 영 철***

* 충북대학교 전자공학과(Tel:82-431-261-2475; Fax:82-431-272-2475 ; E-mail:jyjung@cbcon.chungbuk.ac.kr)
** 충북대학교 전자공학과(Tel:82-431-261-2475; Fax:82-431-272-2475 ; E-mail:dhkim@cbcon.chungbuk.ac.kr)
*** 충북대학교 전자공학과(Tel:82-431-261-2475; Fax:82-431-272-2475 ; E-mail:yckim@cbucc.chungbuk.ac.kr)

Abstract : A time domain step response in which no overshoot occurs is demanded in many control application. Recently, Kim et al.[4,5] suggested some prototypes of target transfer functions of type I which can satisfy such a purpose. However, if a plant contains zeros more than one, then any output feedback control systems should have the same zeros in the closed-loop transfer function. In this paper, we propose two methods that choose the target transfer functions higher than Type I. These methods allow us to reduce the effect of zeros. It is shown through some examples that the proposed scheme can be effectively applied to the controller design problems with no overshoot.

Keywords : Zero, Cancellation, Equivalent time constant, Prototype

1. 서 론

선형 시불변 시스템에 대한 고전 제어기 설계는 원하는 응답특성을 갖는 특성다항식의 근을 어떻게 결정하느냐가 중요한 문제이다. 이런 극배치방법으로 기존의 type I 시스템의 target 모델 결정방법인 ITAE, Bessel, CDM등은 폐루프 특성다항식의 원하는 극점을 통해 직접 또는 간단한 대수적 방법에 의해서 제어기를 설계할 수 있다. 그러나 ITAE나 Bessel에 대한 target 모델은 차수에 따른 지연 응답과 오버슈트를 피할 수 없는 단점을 가지나, CDM은 차수에 상관없이 같은 응답과 오버슈트를 갖지 않는 장점이 있는데[1], 지금까지는 단지 특성다항식의 근만 결정할 수 있었고 시스템 전달함수의 영점은 어떻게 결정할 수 있는 방법이 제시되어지고 있지 않고, 플랜트 영점이 폐루프 시스템에 영향을 주지 않는 제어기 설계방법에 대해서는 명확하게 나타나고있지 않다. 기존의 극배치방법으로는 단지 대수적 방법에 의해 원하는 응답을 얻기 위한 특성다항식의 극점만을 결정할 수 있었기 때문에 영점의 영향을 고려한 선형 시스템에서의 단위계단응답에 대한 문제는 기본적으로 시간영역 제어문제에서 중요시 대두되고 있다. 이러한 시스템의 poles, zeros 특성이나, 응답특성 중 rising-time, settling time, overshoot 등에 대한 관계를 아는 것은 굉장히 흥미있는 문제이다. 지금까지의 많은 연구를 통해 단위계단응답의 천이과정 부분에서는 영점의 영향에 대해서 명백하게 규명되어지고 있으나[2] 영점의 영향에 대한 원하는 설계사양이나 성능에 대한 충분한 연구가 진행되어지고 있지 않고 있다.

본 논문에서는 관측기 제어기구조를 이용한 폐루프 시스템의 영점의 영향에 대한 해석과 영점을 고려한 목표 전달함수를 이용한 제어기 설계 방법에 대해서 다루고자 한다. 구성을 보면 2장에서는 사용할 용어와 문제설정에 관한 설명이고, 3장에서는 Type Ⅱ이상의 목표전달함수를 설정하는 방법이고, 4장에서는 3장에서 결정된 목표전달함수를 이용 3가지 플랜트모델에 대한 적용 예를 보이고, 마지막으로 5장에서는 결론을 맺는다.

2. 정의 및 문제 설정

먼저 2장에서는 안정수 지수, 등가시정수, Dominance 함수등 필요한 용어와 영점의 영향을 최소화하는 제어기 설계방법에 대한 문제설정에 대해서 보이겠다.

2.1. 안정지수와 등가시정수

다음 폐루프 특성다항식을 고려한다.

$$P(s)=a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0 \tag{1}$$

(1)의 계수로부터 다음을 정의한다.

$$\gamma_i := \frac{a_i^2}{a_{i-1}a_{i+1}} \qquad i=1,2,\cdots,(n-1) \tag{2a}$$

$$\tau := \frac{a_1}{a_0} \tag{2b}$$

$$\gamma_i^* := \frac{1}{\gamma_{i-1}}+\frac{1}{\gamma_{i+1}} \qquad i=1,2,\cdots,(n-1) \tag{2c}$$

위의 특정 파라미터를 이용하여 Lipatov와 Sokolov는 $P(s)$의 Hurwitz 안정도에 대한 다음 정리를 제시하였다[3].

정리 1 : 다항식 (2)는 다음을 만족하면 Hurwitz 안정이다.

i) $\gamma_i > \gamma_i^*$ $\quad (n=3,4,\ \ i=2,\cdots,(n-2))$

ii) $\gamma_i > 1.1238\gamma_i^*$ $\quad (n\geq 5,\ \ i=2,\cdots,(n-2))$

iii) $\sqrt{\gamma_{i+1}\gamma_i} > 1.4656$ $\quad (n\geq 5,\ \ i=2,\cdots,(n-1))$

정리 2 : 다항식(2)가 $i=1,\cdots,(n-1)$중 어느 하나에서 $\gamma_{i+1}\gamma_i \leq 1$이면 Hurwitz 불안정이다.

정리 3 : $\gamma_i \geq 4$, $i=1,2,\cdots,(n-1)$이면, 다항식(2)의 모든 근은 서로 다른 음의 실수이다.

정리 1의 iii)으로부터 $\gamma_i \geq 1.4656$ 이면 다항식(2)가 Hurwitz안정임을 의미한다. γ_i의 이러한 성질 때문에 "안정지수(stability index)"로 부르기로 한다. 또한 정리 3으로부터 γ_i가 1.4656보다 클수록 (1)의 근은 공액근이 음의 실근으로 이동하여 모든 γ_i가 4보다 커지면 모두 음의 실근이 되기 때문에 γ_i는 제동특성을 변화시키는 파라미터임을 알 수 있다. 위의 조건은 제어기 설계 시 적용되어지는 안정도지수의 한계값을 의미한다.

2.2. Dominance 함수

폐루프 다항식의 복소근이나 실근들중에서 type I 시스템의 스텝응답에서 어떤 근이 더 우세한가에 대한 비교로서 dominance 함수를 정의한다[4]. 우세극에 대한 정의는 설계사양에 맞는 등가 시정수를 결정하는데 있어 하나의 방법으로 제시되었다.