# 유연 고유구조 지정기법: 최적화 접근법

# Flexible Eigenstructure Assignment: an Optimization Approach

°김 신 종*, 최 재 원**

* 부산대학교 기계공학부(Tel: 051-510-3203; Fax: 051-510-2470; E-mail: sinjong@netian.com)
** 부산대학교 기계공학부(Tel: 051-510-2470; Fax: 051-510-2470; E-mail: choijw@hyowon.pusan.ac.kr)

**Abstract** : Eigenstructure assignment is a typical method with the capability of the consideration of the specifications in time-domain in designing a linear control system. In general eigenstructure assignment such that all the desired eigenvalues are exactly assigned to the closed-loop system, the assignment of the eigenvectors is very restrictive. However if the arbitrary point in a certain area as an eigenvalue is allowed to be assigned to the closed-loop system, the assignment of the eigenvector corresponding to this eigenvalue can be much less restrictive. In this paper, the flexible eigenstructure assignment that can assign more closely the desired eigenvector to the closed-loop system by using an optimization technique is proposed.

**Keywords** : eigenstructure assignment, optimization

## 1. 서론

고유구조 지정기법(eigenstructure assignment)은 시간역 응답 성능을 고려할 수 있는 대표적인 선형 제어 기법으로서 폐루프 시스템의 고유치를 지정하고 남은 자유도를 이용하여 고유벡터까지 원하는 방향에 가깝게 지정하는 기법이다. 폐루프 시스템의 고유치가 지정되면, 고유벡터는 지정된 고유치에 의해 생성된 공간 내에 존재해야 한다. 따라서 폐루프 시스템의 고유치를 원하는 고유치로 정확히 지정하는 일반적인 고유구조 지정기법 [1]에서는 고유벡터의 지정에 한계가 있다. 하지만 폐루프 시스템의 고유치를 임의의 영역 내에서 선정할 수 있다면, 고유벡터가 놓일 수 있는 공간을 확장시킬 수 있으므로 원하는 고유벡터 방향에 더욱 더 가까운 고유벡터 지정이 가능하게 된다. 따라서 고유벡터 지정에 의한 외란 억제, 모드 분리 등과 같은 성능을 더욱 더 향상시킬 수 있게 된다. 이 경우, 폐루프 시스템의 고유치가 원하는 고유치로 정확히 지정되지 않으므로 이 고유치에 해당하는 시간역 성능을 완전히 만족시킬 수는 없지만, 폐루프 시스템의 고유치가 원하는 고유치로부터 크게 떨어져 있지 않은 곳에 지정된다면 시간역 성능 역시 크게 변하지 않을 것이다.

본 논문에서는 최적화 기법(optimization technique)을 사용하여 폐루프 시스템의 각 고유치를 원하는 영역 내에 지정함과 동시에 폐루프 시스템의 각 고유벡터 방향을 원하는 고유벡터 방향과 최대한 가깝게 지정할 수 있는 우 및 좌 고유구조 지정기법을 제안한다. 그리고 제안한 기법의 타당성을 입증하기 위해, 간단한 수치 예제에 적용하여 그 결과를 기존의 고유구조 지정 결과와 비교하도록 한다.

## 2. 최적화 문제 설정

본 논문에서는 다음과 같은 제어가능한(controllable) 선형 시불변 시스템을 고려한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

여기서, $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$은 각각 상태 벡터, 제어입력 벡터, 개루프 시스템 행렬, 그리고 제어입력 행렬을 나타낸다. 그리고 제어입력 $u$는 다음과 같이 전상태되먹임(full-state feedback)에 의해 획득된다.

$$u = Kx \tag{2}$$

여기서, $K \in R^{m \times n}$는 구하고자 하는 되먹임이득행렬을 나타낸다. 이때, 폐루프 시스템 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_c = A + BK \tag{3}$$

*2.1 우 고유구조 지정*

폐루프 시스템의 $i$번째 고유치($\lambda_i \in C$)와 이에 대응되는 우 고유벡터($\phi_i \in C^{n \times 1}$)는 다음의 식으로부터 정의된다.

$$(\lambda_i I - A - BK)\phi_i = 0 \tag{4}$$

본 논문에서는 폐루프 시스템의 $i$번째 고유치가 개루프 시스템의 모든 고유치와 일치하지 않는다고 가정한다. 이러한 가정하에서 우 고유구조 지정 문제를 $\lambda_i$가 실수인 경우와 복소수인 경우의 두 가지로 나누어 생각한다.

*2.1.1 $\lambda_i \in R$인 경우*

$\lambda_i$가 실수인 경우, 이 고유치에 해당하는 폐루프 시스템의 고유벡터는 $\phi_i \in R^{n \times 1}$를 만족한다. 그리고 가정에 의해 행렬 $(\lambda_i I - A)$는 정칙(nonsingular)이므로 식 (4)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_i = (\lambda_i I - A)^{-1} B w_i \tag{5}$$

$$w_i = K\phi_i \tag{6}$$

식 (5)로부터 폐루프 시스템의 $i$번째 우 고유벡터는 폐루프 시