종속 고장을 가지는 원형 Consecutive -k-out-of-n:F 시스템의 경제적 설계

윤원영[1], 김귀래[1], 고용석[2], 류기열[2]

Abstract

Circular consecutive-k-out-of-n:F system when the failure of component is dependent is studied. We assume that the failure of a component in the system increase the failure rate of the survivor which is working just before the failed component.

In this case, a mean time to failure (MTTF), a average failure number of the system, and the expected cost per unit time are obtained. Then the minimum number of consecutive failed components to cause system failure to minimize the expected cost per unit time is determined as searching paths to system failure. And various numerical examples are studied.

1. 서론

원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템은 작동과 고장의 두 가지 상태를 가지는 n개의 부품들이 n번째 부품 다음에 첫번째 부품이 연결되어 있다는 면에서 원 모양을 이루고 있으며 k개의 부품이 연속해서 고장나면 시스템이 고장나게 되는 시스템을 말한다. 통신 시스템, 오일 수송 시스템, 가속기의 진공 시스템, 컴퓨터 링 네트워크 등이 이에 속한다.

원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템은 Derman, Lieberman 과 Ross[4]가 처음으로 선형(linear) 시스템의 신뢰도를 이용하여 신뢰도를 계산한 이후로 선형 시스템과 함께 신뢰도에 관한 많은 연구들이 수행되었다. 특히 비교적 복잡한 원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템의 신뢰도를 빠르고 정확하게 계산하기 위한 방법론에 관한 연구들이 많이 진행되어 왔다[1,2,7,9,12]. Chryssaphino 와 Paastavridis[3], Detakos 와 Tsapelas[5], Rade[10] 등에 의하여 임의의 쇼크가 존재하는 원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템의 신뢰도 또한 연구 되었다[3,5,10]. 이러한 연구는 모두 동일한 부품들로 이루어졌다고 가정하였다. 서로 다른 부품들로 구성된 경우에 관한 연구는 Hwang[6], Kossow 와 Press[8], Sharthicumar[11]등에 의하여 연구되었다.

원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템에 대한 현재까지 수행된 많은 연구들은 구성 부품들이 서로 독립이라고 가정하였다. 그러나 종속적인 경우가 더욱 현실적이므로 구성 부품들의 종속을 고려하는 것이 요구된다. 본 논문에서는 한 부품의 고장이 직전에 작동중인 부품의 고장률을 증가시킴으로써 부품의 고장이 서로 종속적인 상황을 고려한다. 이러한 상황의 대표적인 예는 n개의 동일한 펌프로 구성된 가스 공급 시스템이다. 이 시스템에서 한 펌프가 고장나면 앞에 있는 펌프는 더욱 먼 거리로 가스를 이송하여야 하므로 부하가 증대되며 늘어난 부하로 인하여 고장날 가능성은 더욱 커

[1] 부산대학교 산업공학과

[2] 국방 과학 연구소

진다. 즉 한 부품의 고장은 그 부품의 바로 직전에 작동중인 부품의 고장률을 증가시킨다.

이러한 상황에서 어느 정도의 용량을 가지는 펌프를 사용할 것인가를 결정하는 것은 매우 중요한 문제이다. 용량이 큰 펌프를 사용하게 되면 연속 고장수 k가 큰 값을 가지게 되어 전후의 몇 개의 펌프가 고장나더라도 가스를 이송할 수 있으므로 시스템 신뢰도는 높아진다. 반면 개당 획득비용이 높아져 운영비용과 초기 투자비용이 높아진다. 반대로, 용량이 적은 펌프를 사용하게 되면 k가 작은 값을 가지게 되어 개당 획득 비용은 적어지지만, 시스템 수명이 짧아져 자주 고장나게 된다. 그러므로 이러한 k값의 결정은 시스템 수명과 운영비용에 많은 영향을 끼친다.

본 논문에서는 한 부품의 고장이 그 부품의 직전에 작동중인 부품의 고장률을 증가시키는 원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템에서 시스템 설계-최소 연속 고장수 k 결정-문제를 다룬다. 먼저 2장에서 단위 시간당 기대 비용 모형을 제안하고 3장에서는 제안된 단위 시간당 기대 비용을 최소로 하는 최적 최소 연속 고장수 k를 결정하는 절차를 설명한다. 또한 다양한 실험을 통하여 여러 모수들의 경향을 살펴본다. 마지막으로 4장에서 결론을 다룬다.

본 논문에서 사용할 기호와 가정은 다음과 같다.

기호

- n : 시스템 구성 부품수
- k : 시스템 고장을 일으키는 최소 연속 고장수
- T_j : j경로가 완료된 시점
- T : 시스템 고장 시간
- X_{ji} : j경로에서 $i-1$번째 고장과 i번째 고장 사이의 시간
- λ_i : 연속해서 i개의 부품이 고장난 경우의 고장률
- α_{ji} : j경로에서 $i-1$번째 고장이 발생한 상태에서 $n-i+1$개의 모든 작동중인 부품들의 고장률의 합
- β_{ji} : j경로에서 i번째 고장 부품의 고장률
- π_j : j경로를 따라서 시스템이 고장날 확률
- $L(k)$: 시스템 평균 수명
- N_j : j경로를 따라서 시스템이 고장난 경우의 고장난 부품수
- $N(k)$: 시스템 고장 때 평균 고장 부품수
- C_0 : 시스템 교체 때 드는 고정 비용
- C_1 : 한 단위 부품 획득 때 드는 고정 비용
- C_2 : 한 단위 부품 획득 때 드는 용량에 대한 가변 비용 모수
- θ_1 : C_0/C_1
- θ_2 : C_2/C_1
- $C(k)$: 단위 시간당 기대 비용

가정

1. 시스템은 n 개의 동일한 부품으로 구성되어 있다.
2. 부품의 고장률은 상수이다.
3. 한 부품의 고장률은 그 부품 뒤로 연속해서 고장난 부품수에 의존한다.

2. 비용함수

한 부품의 고장이 고장난 부품 바로 직전에 작동중인 부품의 고장률을 증가시키는 경우에 원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템의 단위 시간당 기대 비용 모형을 제시한다.

2.1 비용함수

시스템 평균 수명과 평균 고장 부품수를 고려한 단위 시간당 기대 비용을 제안한다. 시스템이 고장나면 고장난 부품만 교체해 주는 경우에 단위 시간당 기대 비용은 다음과 같다.

$$C(k) = \frac{C_0 + N(k)(C_1 + C_2 k)}{L(k)} \tag{1}$$

여기서 단위 부품당 교체 비용은 한 단위 부품 획득 때 드는 고정비용과 용량에 대한 가변 비용의 합으로 구성되며 본 연구에서는 k 에 대한 선형함수로 가정한다.

2.2 시스템 평균 수명과 평균 고장 개수

시스템이 고장 나면 고장난 총 부품수는 k 와 같거나 k 보다 크다. 본 논문에서는 한 부품의 고장률이 그 부품의 뒤로 고장 난 부품의 수에 의존하며, 한 시점에서의 시스템 신뢰도는 시스템 상태 즉 고장난 부품의 집합에 의존한다고 가정한다. 따라서 한 시점에서 고장 부품수와 고장 순서가 시스템 신뢰도에 영향을 미치므로 함께 고려되어야 한다.

시스템 평균 수명은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$L(k) = \int_0^\infty R(k,t)dt \tag{2}$$

그러나 이러한 시스템에서 신뢰도 함수를 계산하는 것 자체가 쉽지 않다. 이러한 신뢰도 함수를 이용하지 않고 시스템 평균 수명을 계산할 수 있는 방법이 있다.

시스템이 고장나기까지의 경로를 고려하여 보자. T_j 를 j 경로 완료 시점 즉 j 경로를 따라서 시스템 고장에 이르는 시간으로 정의한다. 그러면 시스템 고장까지의 시간 T 는 이러한 모든 랜덤변수 T_j 들 중의 하나가 된다. 그러므로 시스템 평균 수명은 각 T_j 의 기대값을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$L(k) = E(T) = \sum_j \pi_j E(T_j) \tag{3}$$

여기서 π_j는 시스템이 j경로를 따라서 시스템 고장에 이르게 될 확률이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\pi_j &= p(\text{시스템 고장 경로} = j) \\ &= \prod_{i=1}^{N_j} \frac{\beta_{ji}}{\alpha_{ji}}\end{aligned} \tag{4}$$

그리고 각 경로에서 한 부품의 고장에서 다음 고장까지의 시간은 그 때 작동중인 모든 부품들의 고장률의 합을 모수로 가지는 지수분포를 따른다. 즉, j경로에서 $i-1$번째 고장 이후 i번째 고장까지의 시간 X_{ji}는 모수가 α_{ji}인 지수분포를 따른다. 따라서 T_j는 모수가 α_{ji}인 지수분포를 따르는 X_{ji}들의 합이므로 $E(T_j)$는 다음과 같다.

$$E(T_j) = \sum_{i=1}^{N_j} \frac{1}{\alpha_{ji}} \tag{5}$$

또한 j경로를 따라 시스템이 고장나는 경우의 고장 부품수가 N_j이므로 시스템 고장 때 평균 고장 부품수는 다음과 같다.

$$N(k) = \sum_j \pi_j N_j \tag{6}$$

2.3 수치예제

본 절에서는 원형 consecutive-3-out-of-4:F 시스템의 단위 시간당 기대 비용을 계산하는 절차를 소개하고자 한다. 그러기 위해서는 먼저 평균수명, 그리고 평균 고장 개수를 구해야 한다.

모든 부품들의 초기 고장률은 λ_0이며, 뒤로 연속해서 한 개의 부품이 고장난 경우의 고장률은 $\lambda_1(\geq \lambda_0)$, 연속적으로 두 개가 고장난 경우의 고장률은 $\lambda_2(\geq \lambda_1)$이다.

작동중인 부품을 "1"로 표시하고 고장난 부품을 "0"으로 표시하여 시스템의 모든 고장 경로를 표시하면 표 1 과 같다.

각 경로에 대해서 확률 π_j를 식(4)에 따라 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\pi_1 = \pi_{10} = \pi_{17} = \pi_{19} = \frac{\lambda_0^{\,2}}{4(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)}$$

$$\pi_2 = \pi_9 = \pi_{18} = \pi_{20} = \frac{\lambda_0 \lambda_2}{4(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)}$$

$$\pi_3 = \pi_4 = \pi_{11} = \pi_{12} = \pi_{14} = \pi_{21} = \pi_{22} = \frac{\lambda_0}{8(2\lambda_0 + \lambda_1)}$$

$$\pi_5 = \pi_7 = \pi_{16} = \pi_{23} = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{4(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)} \qquad \pi_6 = \pi_{15} = \pi_{24} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)}$$

그러므로 원형 consecutive-3-out-of-4:F 평균 수명과 평균 고장 부품수는 다음과 같다.

$$L(3) = \frac{2\lambda_0^{\ 3} + \lambda_1^{\ 2}\lambda_2 + 2\lambda_0^{\ 2}(5\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_0\lambda_1(5\lambda_1 + 6\lambda_2)}{4\lambda_0\lambda_1(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)}$$

표 1 에서 고장 부품수를 살펴보면 모두 3 로 동일하므로 평균 고장 개수는 다음과 같다.

$$N(3) = \sum_{j=1}^{24} \pi_j N_j = 3$$

따라서 원형 consecutive-3-out-of-4:F 시스템의 단위 시간당 비용은 위의 결과를 이용하여 계산하면 다음과 같다.

$$C(3) = \frac{4(C_0 + 3C_1 + 9C_2)\lambda_0\lambda_1(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)}{2\lambda_0^{\ 2} + \lambda_1^{\ 2}\lambda_2 + 2\lambda_0^{\ 2}(5\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_0\lambda_1(5\lambda_1 + 6\lambda_2)}$$

표 1. 시스템의 모든 고장 경로

j	상태	α_{j1}	β_{j1}	상태	α_{j2}	β_{j2}	상태	α_{j3}	α_{j3}	상태
1	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(0,1,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_0	(0,0,1,1)	$\lambda_0 + \lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
2	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(0,1,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_0	(0,0,1,1)	$\lambda_0 + \lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)
3	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(0,1,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_0	(0,1,0,1)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
4	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(0,1,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_0	(0,1,0,1)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
5	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(0,1,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_0	(0,1,1,0)	$\lambda_0 + \lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
6	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(0,1,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_0	(0,1,1,0)	$\lambda_0 + \lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)
7	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,0,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_1	(0,0,1,1)	$\lambda_0 + \lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
8	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,0,1,1)	$2\lambda_0 + \lambda_1$	λ_1	(0,0,1,1)	$\lambda_0 + \lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)

9	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,0,1,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_1	(1,0,0,1)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)
10	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,0,1,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_1	(1,0,0,1)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
11	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,0,1,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(1,0,1,0)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
12	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,0,1,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(1,0,1,0)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
13	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,0,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(0,1,0,1)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
14	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,0,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(0,1,0,1)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
15	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,0,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(1,0,0,1)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)
16	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,0,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(1,0,0,1)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
17	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,0,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(1,1,0,0)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
18	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,0,1)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(1,1,0,0)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)
19	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,1,0)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(0,1,1,0)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
20	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,1,0)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_0	(0,1,1,0)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)
21	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,1,0)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_1	(0,1,0,1)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
22	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,1,0)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_1	(0,1,0,1)	$2\lambda_1$	λ_1	(1,0,1,1)
23	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_1	(1,1,1,0)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_1	(1,1,0,0)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_0	(1,0,1,1)
24	(1,1,1,1)	$4\lambda_0$	λ_0	(1,1,1,0)	$2\lambda_0+\lambda_1$	λ_1	(1,1,0,0)	$\lambda_0+\lambda_2$	λ_2	(1,0,1,1)

3. 최소 연속 고장수 결정

본 장에서는 consecutive-k-out-of-n:F 시스템에서 시스템 운영을 고려하여 시스템을 설계하고자 한다. 결정변수는 시스템의 고장시간에 가장 큰 영향을 미치는 최소 연속 고장수 k이다. 최적 k는 단위 시간당 기대 비용을 최소로 하는 k로 정의한다.
최적 k를 결정하기 위하여 단위 시간당 기대 비용, 식(1)을 최소로 하는 k를 찾아야 한다. 주어진 k에 대한 단위 시간당 기대 비용의 계산은 평균 수명, 식(3)과 평균 고장 부품수, 식(6)을 이용하여 간단히 할 수 있다. 그러므로 k를 1부터 구성 부품수 n까지 1씩 변화시켜 단위 시간당 기대 비용을 계산한 후 최소값을 찾음으로써 최적 k를 찾을 수 있다. 원형 consecutive-k-out-of-4:F 시스템에서의 최적 k는 1,2,3,4 중의 하나가 된다.
k가 1,2,4 인 경우의 단위 시간당 기대 비용은 k가 3 인 경우와 동일한 방법으로 계산해 보면 다음과 같다.

$$C(1) = 4\lambda_0 (C_0 + C_1 + C_2)$$

$$C(2) = \frac{4\lambda_0\lambda_1((2\lambda_0 + \lambda_1)C_0 + (5\lambda_0 + 2\lambda_1)C_1 + (10\lambda_0 + 4\lambda_1)C_2)}{2\lambda_0^2 + 6\lambda_0\lambda_1 + \lambda_1^2}$$

$$C(4) = \frac{4(C_0 + 4C_1 + 16C_2)\lambda_0\lambda_1(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)\lambda_3}{4\lambda_0\lambda_1(2\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2) + \lambda_3(2\lambda_0^3 + \lambda_1^2\lambda_2 + 2\lambda_0^2(5\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_0\lambda_1(5\lambda_1 + 6\lambda_2))}$$

위와 같이 최적 k를 결정하기 위해서는 단위 시간당 기대 비용을 계산하여야 하는데, 이를 위해서는 각 k=1,2,...,n인 경우에 대해서 다음과 같은 단계를 거친다.

단계 0. k=0.
단계 1. k를 1 증가시킨다.
단계 2. 주어진 k에 대하여 가능한 모든 경로를 찾는다.
단계 3. 각 경로에 대해서 α_{ji}, β_{ji}를 계산한다.
단계 4. 단계 2 에서 계산한 α_{ji}, β_{ji}를 이용하여 각 경로에 대해서 식(4)를 이용하여 π_j를 계산한다.
단계 5. 각 경로에 대해서 식(5)을 이용하여 각 경로의 평균 완료 시간 $E(T_j)$을 계산한다.
단계 6. 각 경로의 고장 개수 N_j를 계산한다.
단계 7. 식(3)를 이용하여 시스템 평균 수명을 계산한다.
단계 8. 식(6)을 이용하여 평균 고장 개수를 구한다.
단계 9. 식(1)을 이용하여 단위 시간당 기대 비용을 구한다.
단계 10. k가 n과 같으면 단위 시간당 기대 비용을 최소로 하는 k를 찾는다. 그렇지않으면 단계 1 로 간다.

위의 절차에 따라서 구한 다양한 실험조건에서의 최적 k를 표 2 에 나타내었다.

표 2. 원형 consecutive-k-out-of-n:F 에서의 최적 k

θ_1	θ_2	n							
		2	3	4	5	6	7	8	9
5	0.1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0.5	2	3	4	3	3	3	3	3
	1	2	3	2	2	2	2	2	2
	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	10	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0.1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0.5	2	3	4	5	6	4	4	4
	1	2	3	4	3	3	3	3	3
	2	2	3	2	2	2	2	2	2
	10	1	1	1	1	1	1	1	1

4. 결론

본 논문에서는 구성 부품의 고장이 그 부품의 뒤로 연속해서 고장난 부품의 수에 의존하는 원형 consecutive-k-out-of-n:F 시스템에 대하여 시스템 평균 수명과 평균 고장개수, 그리고 단위 시간당 기대 비용을 예측하는 방법을 제시하였다. 그리고 계산된 단위 시간당 기대 비용을 최소로 하는 최적 최소 연속 고장수를 결정하는 문제를 다루었다.

시스템 평균 수명은 모든 경로를 찾아서 각 경로의 발생 확률을 계산하고 각 경로의 평균 수명을 계산함으로써 얻을 수 있다. 또한 같은 방법으로 시스템 고장 시 평균 고장 부품수를 계산하였다. 이렇게 계산된 시스템 평균 수명과 평균 고장 부품수를 이용하여 단위 시간당 기대 비용을 계산하였으며 간단한 예제를 소개함으로써 계산 절차의 이해를 돕도록 하였다.

최소 연속 고장수의 최적은 단위 시간당 기대 비용을 최소로 하는 값으로 정의하고 최적 최소 연속 고장수를 찾는 절차를 소개하였다. 또한 다양한 상황에서의 실험을 통하여 시스템 모수들의 영향을 살펴보았다. 표 2 에서 보면 θ_2가 커질수록 최적 k는 작아짐을 알 수 있다. 그것은 θ_2가 커짐으로써 단위당 교체 비용이 작아져 자주 교체하는 것이 효율적이기 때문이다. 그리고 θ_1이 커질수록 최적 k역시 커짐을 알 수 있다. 그것은 θ_1이 커지면 시스템 교체 때마다 고정비용이 많이 들므로 가능하면 자주 교체하지 않는 것이 효율적이기 때문이다.

최적 최소 연속 고장수를 찾기 위하여 시스템의 모든 고장 경로를 파악하여 비용함수를 계산을 하게 되는데, 구성부품수가 큰 대형 시스템에서는 시스템의 모든 고장 경로를 파악하는 것 자체가 매우 어렵다. 그러므로 이러한 계산을 체계적으로 할 수 있는 절차나 또는 시뮬레이션과 같은 보다 적절한 방법이 요구된다.

참고문헌

1. Antonopoulou, I., and papastavridis, S. "Fast Recursive Algorithm to Evaluate the Reliability of a Circular Consecutive-k-out-of-n:F sytem", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-36, pp.83-84, 1987.

2. Chang, J.C., Chen, R.J., and Hwang, F.K., "A Fast Reliability-Algorithm for the Circular Consecutive-weighted-k-out-of-n:F system", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.47, pp.472-474, 1998.

3. Chrysaphinou, O., and Papastavridis, S., "Reliability of a consecutive-k-out-of-n:F system in a random environment", *J. Applied Probability*, Vol.27, pp.452-458, 1990.

4. Derman, C., Lieberman, G.J., and Ross, S.M., "On the consecutive-k-out-of-n:F system", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-31, pp.57-63, 1982.

5. Detakos, k., and Tsapelas, T., "Reliability Analysis For Systems in Random Environment", *J. Applied Probability*, Vol.34, pp. 1021-1031, 1997.

6. Hwang, F.K., "Fast solutions for consecutive-out-of-n:F system", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-31, pp.447-448, 1982.

7. Hwang, F.K., and Wright, P.E., "An $O(k^3 \log(n/k))$ Algorithm for the consecutive-k-out-of-n:F system", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.44, pp.128-131, 1995.

8. Kossow, A., and Preuss, W., "Reliability of consecutive-k-out-of-n:F systems with non-identical component reliabilities", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.38, pp.229-233, 1989.

9. Lambiris, M., and Papastavridis, S., "Exact Reliability Formulas for Linear & Circular Consecutive-k-out-of-n:F Systems", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-34, pp.124-126, 1985.

10. Rade, L., "A Consecutive k-out-of-n Reliability System in Random Environment", Microelectron. Reliability, Vol.34, pp.1311-1318, 1994.

11. Shanthikumar, J.G., "Recursive algorithm to evaluate the reliability of a consecutive-k-out-of-n:F system", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-31, pp.442-443, 1982.

12. Wu, J.S., and Chen, R.J., "An $O(kn)$ Algorithm for a circular consecutive-k-out-of-n:F system", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.41, pp.303-305, 1992.