예산제약 하에서의 동시조달수리부속의 적정소요 산출

Method for determining the optimal number of concurrent spare parts under available budget constraint

김영호 · 전치혁
포항공과대학교 산업공학과

Abstract

본 연구는 새로운 장비체계 도입 시 초기 일정기간 동안 장비의 목표가용도 유지를 위해 필요한 동시조달수리부속(Concurrent Spare Parts)와 적정소요 산출에 관한 해법을 제시한다. 새로운 장비체계 도입 시 함께 보급되는 예비수리부속은 장비체계 운용에 중요한 역할을 한다. 따라서 장비체계가 주어진 임무를 수행하는 동시에 정상상태를 유지하기 위한 적정수준의 예비부속 확보가 필요하며 최소의 비용으로 장비의 가동률을 극대화 할 수 있도록 하여야 한다. 본 연구에서는 부품의 고장특성 및 수리능력을 고려한 고장분포함수를 바탕으로 각 부속별 중요도를 만족시키는 초기 수리부속 소요 결정모형과 해 산정기법을 제시하며 가용예산 제약에 따른 소요조정을 통해 최적의 예비부속 재고수준을 결정한다.

1. 서론

기업 및 군자원의 효율적 운영측면에서 수명주기 전체기간 동안에 기존의 장비체계가 목표기능을 경제적으로 수행하도록 관리하는 것도 중요하지만 장비체계가 배치 되는 초기 기간동안 장비체계의 목표가용도 유지 및 원활한 임무수행을 위한 적정수준의 수리부속 확보가 필요하다. 특히, 고가의 신규 장비체계 배치 시 고장현상이 집중되는 초기 일정기간 동안의 적정 가용도 유지를 위한 수리부속 보급 및 장비체계 배치완료 후 정상적인 재고정책에 의한 재보급과의 연계가 중요한 문제이다. 따라서 초기 일정기간동안의 예비부속 운영관리를 위한 적합한 문제 해결 방법이 요구되며 이와 같이 신규 장비체계 배치 시 장비와 함께 보급되는 예비부속을 동시조달 수리부속 또는 초도소요 수리부속(CSP: Concurrent Spare Part)이라고 한다. 이 부속은 장비체계 배치 후 초기 일정기간 동안 재보급 없이 장비체계의 주어진 운용 임무를 수행하기 위하여 사용되는 지원 품목이다. 새로운 장비 도입 시 함께 보급되는 예비수리부속은 장비체계 운용에 중요한 역할을 한다. 적정수준의 예비부속을 확보 할 경우 추후의 재보급 활동으로 원활히 이어질 수 있다. 그러나 적정수준 이상의 예비부속을 확보하는 경우 예비부속의 재고가 필요 이상으로 많아져 경제적

낭비를 초래할 수 있고 부족한 경우는 장비체계 가용도 유지에 심각한 문제를 초래하게 된다. 따라서 장비체계가 주어진 임무를 수행하는 동시에 정상상태를 유지하기 위한 적정수준의 예비부속 확보가 필요하며 최소의 비용으로 장비의 가동률을 극대화함으로써 정비정책 수립에 활용할 수 있도록 하여야 한다. 이와 관련된 기존의 연구들은 예비부속의 고장특성 및 수리능력을 반영하지 않은 모형들이 대부분이다. 따라서 본 논문은 2절에서 기존 CSP 소요모델의 개념과 문제점을 3절에서는 문제를 풀기위한 기본 가정사항을 언급하였다. 그리고 4절에서 예비부속의 고장특성 및 수리능력을 고려한 고장분포함수와 수리 및 고장횟수를 제시하며 5, 6절에서는 고장분포함수를 이용하여 각 예비부속별 중요도를 만족시키는 초기 수리부속 소요 결정모형과 해 산정기법, 가용예산 제약에 따른 소요조정방법 및 수치예제를 제시하였다. 마지막으로 7절에서는 결론 및 향후 연구방향에 대하여 논하였다.

2. 기존 CSP 소요 모델 분석

CSP 소요를 산출하는 대부분의 모형들은 장비를 구성하는 구성품 및 부품의 고장율, 수리율 자료를 근거로 대상품목의 소요를 예측하고 CSP 구매비용이나 장비의 운용 가용도를 척도로 보급소요를 결정하고 있다. 가장 일반적으로 적용되는 Whole Sale Provisioning 모형[2]은 미 해군에서 개발한 모형으로 재고 부족량 극소화 모형(Units Short Model), 시간가중 재고부족 극소화 모형(Time Weighted Units Short Model), 가용도 모형(Availability Model)으로 구성되어 있다. 재고 부족량 극소화 모형은 예산 범위 내에서 예상되는 수요와 재고량의 차이, 즉 예상재고 부족치를 극소화 시키는 모형이고, 시간가중 재고부족 극소화 모형은 CSP 운용기간동안 발생되는 재고 부족량 뿐만 아니라 재고부족량이 지속되는 시간을 동시에 고려하는 모형으로 시간요인을 가중치로 한 재고부족량(TWUS: Time Weighted Units Short) 의 기대치를 최소화 시키는 조건에서 CSP 수량을 결정한다. 그리고 가용도 모형은 제한된 비용범위 내에서 무기체계의 운용 가용도를 최대화 하는 CSP 소요량을 결정하고 있다. 이 모형의 문제점은 각 예비부속의 고장형태나 정비의 수리능력을 고려하지 않고 CSP 운용기간 동안에 정비가 불가능한 것으로 간주하여 재고량을 결정하는 데에 있다. 즉, 장비배치 초기에는 결합체나 구성품(Component) 단위의 교환에 해당하는 정비업무만이 가능하다는 것을 전제로 한 CSP 산출 모형이라고 볼 수 있다. 따라서 장비 운용 시 정비업무를 통하여 재사용 될 수 있는 예비부속인 경우 실 소요보다 상당히 많은 재고량을 할당하게 되며, 각 예비부속의 중요도를 고려치 않았기 때문에 중요 예비부속의 재고부족 또는 중요치 않은 예비부속의 과잉재고를 초래 할 수가 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제의 근본적인 해결을 위하여 부품의 고장특성 및 수리능력을 고려한 수리부속 소요 결정모형과 해 산정기법을 제시하며 가용

예산 제약에 따른 소요조정을 통해 최적의 예비부속 재고수준을 결정한다.

3. 기본 가정사항

고장율은 CSP 대상품목 및 수량 결정시 가장 중요한 요소이다. 일반적으로 고장의 형태는 초기고장, 우발고장 및 마모고장으로 분류되며 고장율의 기본적인 형태는 감소형(DFR: Decreasing Failure Rate), 증가형(IFR: Increasing Failure Rate) 그리고 일정형(CFR: Constant Failure Rate)의 3가지가 있다. 감소형은 고장율이 시간이 지남에 따라 감소하는 형태를, 증가형은 점차로 고장율이 상승하는 형태를 보이는 것이다. 한편, 일정형은 많은 구성부분, 부품으로 이루어지는 제품에서 볼 수 있는 전형적인 형태이며 고장율이 시간과 관계없이 일정한 값이 된다. 일반적으로 CSP의 경우 그 대상품목이 부분품(Part) 보다는 결합체(Assembly)나 구성품(Component)으로 이루어져 있기 때문에 고장율을 일정형으로 가정한다. 따라서 본 연구에서 사용하는 기본 가정사항은 다음과 같다.

가. 각각의 품목은 작동, 수리 (교체) 의 과정을 반복한다.

나. 각 품목별 작동시간, 수리시간은 지수분포를 따르며 교체작업시간은 일정하다.

다. 교체품목은 대상품목의 특성에 따라 부대 및 창에서 교체작업이 이루어지며 수리가능 품목은 그 고장 형태나 정도에 따라 부대 또는 창 에서 수리작업이 이루어진다. 따라서 교체품목 및 수리가능품목에 대한 수리기간은 <표1>과 같이 요약할 수 있다.

<표 1> 수리능력을 고려한 수리기간

	정비단계	평균수리시간
교체품목	부대정비	해당품목을 교체수리 하는데 소요되는 평균시간
	창정비	해당품목을 교체수리 하는데 소요되는 평균시간 + 부대에서 창으로의 평균 이송시간 + 창에서 부대로의 평균 이송시간
수리가능 품목	부대 또는 창	{해당품목을 수리하는데 소요되는 평균시간(부대)} × β + {부대에서 창으로의 평균 이송시간 + 해당품목을 수리 하는데 소요되는 평균시간(창) + 창에서 부대로의 평균 이송시간} × (1 - β)

* β 는 부대에서 품목이 수리 될 확률

4. 고장분포함수 유도

고장간시간 (Time to Failure), 수리시간 (Time to Perform Repair)은 각각 분포함수 F 와 G를 갖는 확률변수 X, Y로 정의하며 각각의 CSP 품목은 작동, 수리 또는 교체의 과정을 반복한다. 수리 또는

교체작업은 CSP 품목 고장 시 즉각적으로 이루어지며 수리 또는 교체작업 후의 상태는 초기 정상상태로 돌아간다고 가정한다. 각각의 고장 및 수리시간을 독립이라고 가정할 때 고장 및 수리가 반복되는 과정은 작동-수리의 재생 사이클을 갖는 Alternating Renewal Process로 표현할 수가 있다. 따라서 하나의 작동-수리 사이클에 대한 분포함수 H는 확률변수 X와 Y의 Convolution 형태로 표현할 수 있으며 다음식과 같다.

$$H(t) = \int_0^t G(t-x)dF(x) \tag{1}$$

작동-수리 사이클에 대한 분포함수, 운용기간 중 수리 및 고장횟수를 구하기 위하여 각 부품의 상태를 작동 중일 때는 '1', 수리 및 교체작업 중일 때는 '0'으로 표시하며, 본 문제에 사용될 기호를 다음과 같이 정의한다.

$N_{ij}(t)$: 부품이 초기상태 i 에서 출발하여 t 시간동안 상태 j 를 방문한 횟수$(i, j = 0, 1)$
$P_{ij}(t)$: 부품이 초기상태 i 에서 출발하여 t 시간에 상태 j 에 있을 확률
$M_{ij}(t) = E[N_{ij}(t)]$
$W(t, n) = P\{N_{10}(t) \le n\}$: 어느 시점 t 에서 고장횟수가 n 이하일 확률

- 수리횟수의 기대값[3]

CSP 운용기간 중 어느시점 t 에서 부품이 작동중이라면 그 시점까지의 작동상태를 방문한 횟수는 수리횟수의 기대값과 같으며 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$M_{11}(t) = \int_0^t M_{01}(t-x)dF(x) \tag{2}$$

$$M_{01}(t) = \int_0^t [1 + M_{11}(t-x)]dG(x) \tag{3}$$

작동과 수리에 대한 분포함수를 알고있을 경우 $M_{11}(t)$, $M_{01}(t)$를 구하기 위하여 각각의 식에 Laplace-Stieltjes Transform을 적용한 결과는 다음과 같다.

$$M_{11}^*(s) = \frac{F^*(s)G^*(s)}{1 - F^*(s)G^*(s)}$$

$$M_{01}^*(s) = \frac{G^*(s)}{1 - F^*(s)G^*(s)} \tag{4}$$

- 고장횟수의 기대값[3]

마찬가지 방법으로 CSP 운용기간 중 어느 시점 t 에서 부품이 수리 혹은 교체중이라면 그 시점까지의 수리상태를 방문한 횟수는 고장횟수의 기대값과 같다. 따라서 CSP 운용기간 중 수리횟수의 기대값이 구해지면 고장횟수의 기대값도 쉽게 구할 수 있다. 즉, t시점에 수리 중이면 $N_{10}(t) - N_{11}(t) = 1$ 이고 t시점에 작동 중이면 $N_{10}(t) - N_{11}(t) = 0$ 이므로 고장횟수의 기대값은 수리횟수와 같거나 1회 많다는 것을 알 수 있다.

- 고장분포함수[3]

따라서 W (t, n) 즉, 어느 시점 t에서 고장횟수가 n보다 작거나 같을 확률은 다음과 같은 간단한 Laplace-Stieltjes Transform으로 표현할 수가 있다.

$$W(t,n)=\sum_{k=0}^{n}P[N_{10}(t)=k]$$
$$=1-F(t)+\sum_{k=1}^{n}[F*H^{(k-1)}(t)-F*H^{(k)}(t)]=1-F*H^{(n)}(t)$$
$$Where\ H^{(0)}(t)=\begin{matrix} 0 & if & t\le 0 \\ 1 & if & t>0 \end{matrix}$$

$$W^{*}(s,n)=\int_{0}^{\infty}e^{-st}d_{t}W(t,n)=-F^{*}(s)[H^{*}(s)]^{n} \tag{5}$$

- 작동 및 수리시간이 지수분포를 따르는 경우 (수리가능품목)

작동 및 수리시간을 지수분포로 가정 한 경우의 수리횟수의 기대값과 고장분포 함수는 식(4), (5)를 이용하여 역변환하면 다음과 같음을 알 수 있다.

$$M_{11}(t)=-\frac{ab}{(a+b)^2}+\frac{abt}{a+b}+\frac{abe^{-(a+b)t}}{(a+b)^2} \tag{6}$$

$$W(t,n)=\sum_{j=1}^{n+1}\frac{A_j t^{j-1}}{(j-1)!}e^{-at}+\sum_{j=1}^{n}\frac{B_j t^{j-1}}{(j-1)!}e^{-bt} \tag{7}$$

여기에서

$$A_j=a^{j-1}+\sum^{n}(-1)^{n+1-j}\binom{n+k-j}{\cdot}\frac{b^{k-1}a^{n+1}}{(\cdot)^{n+k-j+1}}$$

$$B_j=b^{j-1}+\sum^{n+1}(-1)^{k}\binom{n+k-j+1}{\cdot}\frac{a^{k-1}b^{n+2k-2j}}{(\cdot)^{n+k-j}}$$

- 작동시간은 지수분포를 따르고 교체시간이 일정한 경우 (교체품목)

작동시간은 지수분포를 따르고 교체시간이 c로 일정한 경우의 고장분포함수 역시 식(4), (5)를 이용하고 역변환하면 다음과 같음을 알 수 있다.

$$W(t,n)=\begin{cases}\sum_{j=1}^{n+1}\frac{a^{j-1}(t-nc)^{j-1}e^{-a(t-nc)}}{(j-1)!}, & nc\le t \\ 1, & nc>t\end{cases} \tag{8}$$

5. 모델 설정

부품 수리능력과 부품별 중요도, 그리고 가용예산 제약을 동시에 반영하여 적정 예비부품 소요를 선정하기 위한 최적화 모형의 개념을 제시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Min\quad & n_1+n_2+....+n_k \\ s.t.\quad & W(t,n_i)\ \ge\ \alpha_i \\ & \sum_{i=1}^{k}c_i n_i \le B \end{aligned} \tag{9}$$

위의 모형에서의 제약식은 각 부품별 중요도(신뢰수준)에 대한 조건과 가용예산 제약 조건으로 이루어져 있다. 따라서 이 두가지 제약조건을 만족시키는 해를 구하기 위하여 부품별 중요도를 고려한 각각의 CSP 소요를 먼저 구하고 예산 제약에 따른 CSP 소요조정 모형을 다음과 같이 제시한다.

5.1. 부품별 중요도를 고려한 CSP 소요 결정

각 부품별 중요도를 고려한 CSP 소요수량 결정을 위하여 우선 i 번째 CSP 품목에 대해 다음과 같은 최적화 모형을 고려한다

$$\begin{aligned} Min\quad & n_i \\ s.t.\quad & W(t,n_i)\ \ge\ \alpha_i \end{aligned} \tag{10}$$

즉, CSP 운용기간 동안에 예상되는 고장발생횟수가 품목별 중요도를 나타내는 신뢰수준(보호수준)을 만족시킬 수 있는 최소의 CSP 수량을 결정하는 것이다. 여기에서 신뢰수준 α_i는 품목 i의 긴요도와 특성에 따른 보호수준으로 부품의 중요도를 반영하는 척도로 사용할 수 있으며 <표2>와 같이 적용할 수 있다.

<표 2> 각 품목의 중요도와 특성을 반영한 신뢰수준

75%	고가이면서 서서히 마모되는 부품에 적용
85%	초도 보급소요 산출 시 일반적으로 적용하는 값
95%	저가의 부품 고장으로 인해 고가의 체계에 대한 정지시간이 길어지는 것을 방지하기 위한 목적으로 적용하며 체계 조립수준이 낮은 수리부속품에 적용
99%	비용이 들더라도 예비부품을 저장해 두고자 하는 매우 긴요한 부품에 적용

또한 수리능력을 고려했을 때 수리가능품목의 경우는 운용기간동안 고장이 발생하더라도 부대 또는 창에서 운용기간 내에 수리가 이루어진다고 볼 수 있다. 따라서 다음 고장 시 재사용이 가능하므로 수리횟수 만큼을 기본재고로 고려할 수가 있다. 결국 실제 구매해야 할 CSP 소요량(s_i)은 수리가능품목의 경우 신뢰수준을 만족하는 최소의 CSP 수량(n_i)에서 수리가능횟수(r_i, 교체품목은 '0')만큼을 제외한 값이 되는 것이다. 따라서 수리가능 품목의 경우 운용기간 중 수리가능횟수 만큼의 수량이 CSP 총구매 수량에서는 줄었지만 수리에 드는 비용(c')이 있으므로 예산제약을 다음과 같이 바꿀 수가 있다.

$$s.t.\quad \sum_{i=1}^{k} c_i n_i \le B \Rightarrow \sum_{i=1}^{k} c_i s_i \le B$$

$$= \sum^{k} c_i (n_i - r_i) + \sum^{k} c'_i r_i \le B \tag{11}$$

5.2. 예산제약 하 CSP 소요조정

이상에서와 같이 구한 CSP 수량을 이용하여 CSP 소요예산이 가용예산을 초과하거나 가용예산이 남을 경우 CSP 소요예산을 가용예산 범위 내로 접근시키기 위한 방법이 필요하다. 즉, 예산제약을 만족하면서 전체 보급효과를 최대화 하는 방법으로 다음과 같이 정의된 품목서열결정법[1]을 이용하여 품목 별 보유가치(V_i)를 구한 후 품목에 대한 최종 수량을 조정한다. 즉, 품목 i 의 단가가 c_i 이며 s_i 개 보유하고 있을 때 V_i 를 다음과 같이 정의한다.

$$V_i = \frac{P[N_{10}(t) > s_i]}{c_i} = \frac{\sum_{k=s_i+1}^{\infty} P[N_{10}(t)=k]}{c_i}$$

$$= \overline{1-\{P[N_{10}(t)=0]\}\ \ or\ \ \{1-W(t,s_i)\}} \tag{12}$$

즉, 식(12)에서 구한 V_i 는 i 번째 품목에서 s_i 개 이상 수요가 발생할 확률을 품목의 단가로 나눈 값으로 단위비용 당 적정 CSP 수량을 초과해 수요가 발생할 확률을 의미하는 것이다. 다시 말해서 V_i 는 비용에 대한 각각의 품목 1개의 보급 효과를 나타내어 품목별로 보유할 가치가 있는가를 나타내는 척도로 사용할 수 있다. 따라서 앞에서 구한 CSP 소요예산이 가용 예산을 초과하는 경우에는 각각의 CSP 소요량 s_i 에 해당하는 V_i 가 가장 작은 품목부터 1개씩 수량을 감소시켜 가용예산 범위 내로 소요예산을 접근시킬 수 있고 반대로 가용예산이 남는 경우에는 각각의 CSP 소요량 s_i+1 에 해당하는 V_i 가 가장 큰 품목부터 1개씩 수량을 증가시켜 최종적으로 가용예산을 만족하는 CSP 소요수량을 결정할 수 있다.

6. 수치예제

아래 표[3]은 운용기간이 8760시간이고 가용예산이 25,000,000원인 경우 10개 품목에 대한 고장율, 수리율, 정비계단, 신뢰수준 등 입력자료를 나타내고 있다.

[표 3] 입력자료

품목	단가	고장율	수리율	평균수리시간	수리부호	정비계단	부대수리확률	신뢰수준
1	1500	0.00009	0.096153846	10.4	1	부대	1	0.85
2	3700	0.000013761	0.066666667	15	1	창	0	0.85
3	900	0.00001965	0.022222222	45	1	창	0	0.85
4	400	0.000088463	0.2	5	1	부대	1	0.85
5	450	0.00007823	0.166666667	6	1	부대	1	0.75
6	4500	0.000058975	0.028571429	35	0	창	0.45	0.999
7	450	0.000003931	0.037037037	27	0	창	0.65	0.75
8	400	0.000014744	0.166666667	6	0	부대	0.85	0.75
9	600	0.000002949	0.25	4	0	부대	0.85	0.75
10	1000	0.00001965	0.25	4	0	부대	0.75	0.75

* 수리부호 1 = 교체품목, 0 = 수리품목, 운용시간 t = 8760, 가용예산 = 25000(단위1000원)

표[4]는 다음과 같은 입력자료의 결과로 최종적으로 구매해야 할 CSP 수량과 구매비용을 나타내고 있다. 표[4]에서 s1은 부품별 신뢰수준을 만족하는 최소의 CSP 소요량을 나타내고 s2, s3, s4, s5는 단계별로 예산제약에 따라 조정된 수량을 나타낸다.

[표 4] 최종 CSP 소요수량

품목	단가	고장율	수리율	평균수리시간	s1	s2	s3	S4	s5
1	1500	0.00009	0.096153846	10.4	2	2	2	2	2
2	3700	0.000013761	0.066666667	15	0	0	0	0	0
3	900	0.00001965	0.022222222	45	1	1	1	1	1
4	400	0.000088463	0.2	5	2	2	3	3	3

품목	단가	고장율	수리율	평균수리시간	s1	s2	s3	S4	s5
5	450	0.00007823	0.166666667	6	1	2	2	2	3
6	4500	0.000058975	0.028571429	35	4	4	4	4	4
7	450	0.000003931	0.037037037	27	0	0	0	0	0
8	400	0.000014744	0.166666667	6	0	0	0	1	1
9	600	0.000002949	0.25	4	0	0	0	0	0
10	1000	0.00001965	0.25	4	0	0	0	0	0
구매비용					23150	23600	24000	24400	24850

7. 결론

본 연구에서는 고장간 시간과 수리시간이 지수분포를, 교체시간은 일정하다는 가정 하에 고장분포함수를 도출하였고 각각 품목의 고장분포함수를 이용하여 각 품목별 신뢰수준을 만족하는 최소의 CSP 소요량을 결정하였다. 도출된 최소의 CSP 소요량을 기초로 전 품목의 단위비용 당 보급효과를 나타내는 품목 서열을 이용하여 가용예산을 만족시키는 최종 CSP 소요량을 제시하였다. 따라서 적정수준의 동시조달수리부속 소요를 추정함으로써 초과품 혹은 재고 고갈품을 줄이고 제한된 예산 내에서 장비의 가동률을 극대화 할 수 있는 경제적 운용 및신 장비 도입 시 합리적이고 과학적인 방법을 통해 적정수준의 수리부속 소요량을 제시함으로써 결정권자의 의사결정에 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다. 한편 보다 정확한 동시조달수리부속소요를 결정하기 위해서는 각 품목들의 운용경험을 바탕으로 한 고장율과 수리시간에 대한 자료확보가 필요하며 각 품목별 신뢰수준 부여시 부품특성뿐만 아니라 실제 운용자의 정비경험을 반영한 의사결정이 중요하리라 판단된다. 또한 각 부품의 고장간 시간과 수리시간에 대한 보다 일반적이고 적합한 확률분포를 적용하여 기존모델을 발전시켜 나아가야 할 것이다.

REFERENCES

[1]. 이규선, 박상수, “CSP 적정소요 산출방법 연구”, 육군사관학교 화랑대 연구소, 1996.

[2]. Richard, F. R and A. W McMasters, “Wholesale Provisioning Models”, NPS 55-83-026, Naval Postgraduated School, sep. 1983.

[3]. Richard E. Barlow and Frank Proschan, “Mathematical Theory of Reliability”, Wiley, 1965

[4]. Richard E. Barlow and Frank Proschan, “statistical Theory of Reliability and Life Testing”.

[5]. Benjamin S., Blanchard, “Logistics Engineering and Management”, Prentice-Hall, 1992.