유전 알고리즘을 이용한 비례적 수명 감소 모형을 갖는 시스템의 고장 강도와 보수 효과 추정

윤원영[1], 정일한[1], 신주환[2]

Abstract

본 연구에서는 수리 가능한 시스템에서 고장 강도와 수리 효과에 대한 모수 추정 문제를 다룬다. 시스템이 노후화로 인한 고장이 발생할 경우 최소수리가 행해지고 계획된 예방정비에서는 비례적 수명 감소가 이루어지는 수명 데이터에 대해서 고장 강도 함수의 모수와 정비의 수리효과를 추정하기 위해서 최대 우도 함수 방법을 이용한다. 또한 유전자 알고리즘을 이용해서 우도 함수를 최대화 시키는 절차를 개발하고 수치 예제를 나타낸다.

1. 서론

고장 데이터 분석에서 중요한 문제는 수리 가능한 시스템의 반복되는 고장 데이터를 다루는 것이다. 그러한 고장 시간에 대해서 기존의 통계적 분석은 고장 발생시 정비는 새것과 같이 되는 완전수리 또는 고장 직전의 상태가 최소수리가 된다는 가정에 의존해서 분석을 하였다.

완전수리 모형은 고장 과정이 재생 과정을 따르며 고장 시간들 간의 관계가 IID 가정이 적용되어 분석이 용이하다. 최소수리 모형은 고장 과정은 비균일 포아송 과정을 따른다. Nakagawa[12,13]는 확률 p를 가지고 완전수리되고, 1-p의 확률로 최소수리가 되는 불완전 예방 정비를 다루었다. 또한 Nakagawa[12,13,14]는 수명에 의존한 예방 정비와 주기적 예방정비의 정책에서 단일 부품으로 이루어진 시스템에 대한 기대 정비 비용을 최소로 하는 최적 예방 정비 정책을 구하는데 성공했다. Brown과 Proshan[6]는 수리 과정에서 확률 p를 가지고 완전수리 되고, 1-p의 확률로 최소수리가 되는 모형을 다루었다. Block, borges, savits[4]는 수명에 의존한 불완전 수리에서 확률 p(t)를 가지고 완전 수리 되고 1-p(t)를 가지고 최소 수리가 되는 모형을 다루었다. Block, borges, savits[5]는 수명이 T시점에 도달할때 작동 부품을 교체하고 만약 부품이 T시점 이전에 고장날 경우 확률 p(t)를 가지고 완전 수리 되고 1-p(t)를 가지고 최소 수리가 되는 일반화된 수명에 의존한 예방 정비 정책을 다루었다. Iyer[10]는 수리 시간이 존재 할 경우 p(t), 1-p(t)불완전 수리 모형을 다루었다.

Malik[7]은 예방정비 계획문제에서 개선 인자의 개념을 소개하였다. Malik의 이러한 방법은 예방 정비 후 시스템의 고장률은 GAN과 BAO사이에 있게 되고 시스템의 수명이 증가함으로써 시스템의 고장률을 유지하기 위해서 예방 정비의 주기는 더욱 짧아질 필요가 있다고 가정하고 있다.

---

[1] 부산대학교 산업공학과

[2] 국방 과학 연구소

Kijima et al.[9]은 수리 가능한 시스템의 가상 수명 과정을 이용한 불완전 수리 모형을 개발하였다. 시스템이 (n-1)번째 수리 후 가상 수명 $V_{n-1} = y$일 경우 n번째 고장 시간 X_n은 식(1)과 같은 분포 함수를 가지고 $V_n = V_{n-1} + aX_n$이 된다. Kijima[8]는 이후에 a가 0과 1사이의 값을 갖는 확률변수를 가지는 것으로 확장하였다.

$$\Pr(X_n \le x \mid V_{n-1} = y) = \frac{F(x+y) - F(y)}{1 - F(y)} \quad \cdots\cdots (1)$$

Lim[11]은 EM알고리즘을 사용하여 불완전 수리하의 시스템의 신뢰도 추정을 다루었고, 임태진[3]은 예방보수가 이루어지는 시스템에서 완전 예방 보수의 확률을 추정하였다. 백상엽[1]은 임태진[3]의 연구를 확장하여 고장 원인이 다수인 경우의 신뢰성 모형화에 대해 연구하였으며 이진승[2]은 완전수리의 확률이 외부효과에 종속적인 모형에 대해 연구하였다.

본 연구에서는 고장 시간과 예방 정비시간이 주어질 때 불완전 수리 모형을 고려하여 수명 데이터에 대해서 고장 강도 함수의 모수와 정비의 수리효과를 추정하기 위해서 최대 우도 함수 방법을 이용한다. 또한 유전자 알고리즘을 이용해서 우도 함수를 최대화 시키는 절차를 개발하고 수치 예제를 나타낸다.

기호

m : 예방 정비 횟수

$t_{i,T}$: i^{th} 예방 정비 시점

$\tau_{i,T} = t_{i,T} - t_{i-1,T}$

n_i : $(t_{i-1,T}, t_{i,T}]$사이의 고장 횟수

n : 총 고장 횟수

$t_{i,j}$: $(t_{i-1,T}, t_{i,T}]$사이 j^{th} 고장 시간
 ($i = 1, \cdots, m,\ j = 1, \cdots, n_i$)

$x_{i,j}$: $(t_{i-1,T}, t_{i,T}]$사이 j^{th} 고장 수리후 시스템 수명, $x_{i,j} = (t_{i,j} - t_{i-1,T}) + y_{i-1,T}$

$x_{i,T}$: i^{th} 예방정비 시점에서의 시스템 수명

$x_{i,T} = \sum (1-\rho)\ \tau_{i-j+1,T}$

$y_{i,T}$: i^{th} 예방 정비후의 시스템 수명

ρ: 개선 인자

가정

1. 예방 정비후에 시스템의 수명은 개선인자 ρ 에 의해 감소된다.
2. 수리와 예방 정비 수행 기간은 무시할 수 있다.
3. 예방 정비 사이에 일어나는 고장은 최소수리 된다.
4. 첫번째 고장 시간은 와이블 분포를 따른다.

2. 예방정비를 가진 고장 데이터의 분석

본 절에서는 고장 데이터에 대한 우도 함수식을 세우고 예방 정비를 가진 제안된 고장 상황에 대한 추정 문제를 다룬다. 첫번째 고장 시간은 와이블 분포를 따르므로 확률 밀도 함수와 신뢰도 함수는 다음과 같다.

$$f(t) = \left(\alpha/\beta^{\alpha}\right)t^{\alpha-1}\exp\left(-t^{\alpha}/\beta\right)$$

$$R(t) = \exp\left(-t^{\alpha}/\beta\right)$$

여기서, α 는 형상 모수이고 β는 척도 모수이다.

가정(1)-(4)를 바탕으로 예방 정비를 가진 고장 데이터에 대한 우도 함수는 식(2)과 같이 되고 ρ, α, β의 최대 우도 추정치는 우도함수 식(2)이나 로그 우도함수 식(3)를 최대화 하는 값을 가지게 된다. β에 대해서 1차 편미분하여 ρ 와 α에 관한 식(4)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
&L\{(\rho,\alpha,\beta)\mid t_{1,1},\cdots,t_{m,T}\} \\
&= \prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n_i} f\left(x_{i,j}\right)/R\left(x_{i,j}\right)\times\prod_{i=1}^{m}R\left(x_{m,T}\right)\times\prod_{i=1}^{m-1}1/R\left(y_{i,T}\right) \\
&= \prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n_i}\left(\alpha/\beta^{\alpha}\right)\left(t_{i,j}-t_{i-1,T}+\sum_{k=1}^{i-1}(1-\rho)^{k}\tau_{i-j+1}\right)^{\alpha-1} \\
&\quad\times\prod_{i=1}^{m}\exp\left[-\left(\sum_{k=1}^{m}(1-\rho)^{k-1}\tau_{m-k+1,T}/\beta\right)^{\alpha}\right] \\
&\quad\times\prod_{i=1}^{m-1}\exp\left[\left(\sum_{k=1}^{m}(1-\rho)^{k}\tau_{m-k+1,T}/\beta\right)^{\alpha}\right] \qquad \cdots\cdots (2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L(\rho,\alpha,\beta) &= n\log\alpha - n\alpha\log\beta \\
&+ (\alpha-1)\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\log\left(t_{i,j}-t_{i-1,T}+\sum_{k=1}^{i-1}(1-\rho)^{k}\tau_{i-k+1,T}\right) \\
&-\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{m}(1-\rho)^{k-1}\tau_{m-k+1,T}/\beta\right)^{\alpha}+\sum_{i=1}^{m-1}\left(\sum_{k=1}^{m}(1-\rho)^{k}\tau_{m-k+1,T}/\beta\right)^{\alpha} \qquad \cdots\cdots (3)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
L(\rho,\alpha) &= n\log\alpha + n\log n \\
&- n\alpha\log\left(\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{i}(1-\rho)^{k-1}\tau_{m-k+1,T}\right)^{\alpha} - \sum_{i=1}^{m-1}\left(\sum_{k=1}^{i}(1-\rho)^{k}\tau_{m-k+1,T}\right)^{\alpha}\right) \\
&+ (\alpha-1)\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\log\left(t_{i,j} - t_{i-1,T} + \sum_{k=1}^{i-1}(1-\rho)^{k}\tau_{i-k+1,T}\right) - n
\end{aligned}
$$

$$
\text{where} \quad \beta = \left(\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{i}(1-\rho)^{k-1}\tau_{m-k+1,T}\right)^{\alpha} - \sum_{i=1}^{m-1}\left(\sum_{k=1}^{i}(1-\rho)^{k}\tau_{m-k+1,T}\right)^{\alpha}\right) \Big/ n^{1/\alpha} \quad \cdots\cdots \quad (4)
$$

3. 유전 알고리즘을 이용한 모수 추정

유전 알고리즘은 Flow-Shop Sequencing, Job-Shop Scheduling, Machine Scheduling, Transportation문제 등의 문제가 NP문제가 될 경우에 NP문제를 해결하기 위해서 많이 이용되어 진다. 따라서 본 연구에서는 우도 함수 식을 최대화 시키는 수치 최적화 문제로 유전자 알고리즘을 사용하고자 한다.

유전자(Chromosome)의 표현

유전자 알고리즘에서 많이 사용되는 이전(binary)표현은 수치적 문제에서 소수점이하의 표현을 정밀하게 나타내기에는 힘들다. 따라서, 일반적으로 수치 최적화 문제에서는 유전자를 부동점수의 벡터로 표현을 하고 여기서는 유전자를 벡터인 [ρ, α, β]의 형태로 표현을 하고 n 번째 유전자 벡터를 g_n 으로 표현하기로 한다.

유전 연산자

유전 알고리즘에서는 대표적으로 교차와 돌연변이 연산자를 사용한다. 부동점 표현에서 사용되는 교차와 돌연변이 연산자의 사용은 일반적으로 이진표현에서 사용되는 것과는 다른 방법을 사용한다. 본 연구에서는 교차와 돌연변이 연산자로 산술 교차와 불균등 돌연변이 방법을 적용한 유전 알고지즘을 사용한다.

산술 교차에서는 먼저 두 개의 유전자(g_1, g_2)를 선택하고 아래의 식과 같이 교차 시킨다.

$$g_1' = g_1 + (1-\lambda)g_2$$
$$g_2' = g_2 + (1-\lambda)g_1$$

$\lambda \in (0,1)$ 을 가지고 유전자(g_1, g_2)는 벡터이므로 위의 식과 같이 두개의 유전자를 교차시킨 유전자(g_1', g_2')를 생성할 수 있다.

불균등 돌연변이는 부모 유전자인 g_n 에서 [ρ, α, β]중 한 요소에 대해서 돌연변이를 시킨다. 예를 들어 α 를 돌연변이 시킬 경우

$$\alpha' = \alpha + \Delta(t, \alpha^U - \alpha)$$
$$\alpha' = \alpha - \Delta(t, \alpha - \alpha^L)$$

여기서 α^U, α^L 은 α 의 범위에서 최대, 최소값이고 함수 $\Delta(t,y)$ 는 t가 증가함으로써 0에 가까이 가는 함수로 범위[$0,y$]사이의 값을 반환한다.

$$\Delta(t,y) = y \cdot r \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{b}$$

r은 [0,1]사이의 난수, T는 최대 세대수, b는 불균형의 정도를 결정하는 모수이고 t는 t세대를 의미한다.

적응도 평가와 선별
유전 알고리즘에서는 현 세대의 유전자를 평가하는 평가 함수와 다음 세대를 생성하기 위해서 현 세대의 유전자를 선별하는 방법에 따라서 유전 알고리즘에서 해의 수렴도가 달라진다. 본 연구에서 찾고자 하는 함수의 탐색 범위가 넓고 빠른 수렴을 하기 위해서 Top-Pop-Size선별 방법을 사용한다. Top-Pop-Size선별 방법은 현 세대의 유전자와 돌연변이, 교차된 유전자로부터 가장 적응도가 좋은 유전자를 Pop-Size만큼 선별해서 다음 세대로 보내게 된다.

4. 실험 예제

본 장에서는 유전 알고리즘을 이용하여 우도함수 식(3)을 최대화 시키는 예제를 보여준다. 아래 표[1]의 고장 데이터는 예방정비 주기가 3, ρ=0.5, α=2, β=1을 모수로 갖는 모의 실험을 통해서 발생하였다. 표[1]의 고장 데이터로부터 우도 함수 식을 세우고 유전 알고리즘을 이용해서 우도 함수식을 최대화 하는 추정치 $\tilde{\rho}$=0.487, $\tilde{\alpha}$=1.943, β=1.011를 찾을 수 있었다.

표1. 시뮬레이션을 이용한 고장 데이터

0.204	0.692	2.485	2.895	3*	3.261	5.450
5.490	5.794	6*	6.318	7.219	7.770	7.897
7.974	9*	9.727	11.142	11.357	12*	12.102
13.201	13.211	13.831	14.278	14.330	14.625	14.651
14.954	15*	15.150	15.495	15.553	15.924	16.450
16.520	16.542	16.796	17.401	17.542	17.553	17.977

5. 결론

본 연구에서는 고장 강도 함수와 예방정비의 개선인자에 대한 추정 문제를 다루었다. BMS의 비례적 수명 감소 모형에서 우도 함수식을 세우고, 우도 함수식의 비선형성으로 인한 해의 검색으로 유전자 알고리즘을 이용해서 우도 함수를 최대화 시키는 절차를 개발하고 수치 예제를 나타내었다.

참고문헌

1. 백상엽, 임태진, 이창훈, “다수의 고장 원인을 갖는 시시의 신뢰성 모형화 및 분석”, 대한산업공학회지, 제 21 권, 제 4 호, pp.609-628, 1995
2. 이진승,” EM 알고리즘을 이용한 외부효과 종속적 수리 모형의 모수 추정”, 서울대학교 석사학위논문, 1998
3. 임태진, “Brown-proschan 불완전 PM 모형에서 완전 PM 확률의 추정”, 한국경영과학회지, 제 22 권, 제 4 호, pp.151-165

4. H. W. Block, W. S. Borges, and T. H. Savits, "Age dependent minimal repair", Journal of Applied Probability, Vol.22, pp370-385, 1985
5. H. W. Block, W. S. Borges, and T. H. Savits, "A general age replacement model with minimal repair", Naval Research Logistics , Vol. 35, No.5, pp365-372, 1988
6. H. W. Brown and F. Proschan, "Imperfect repair", Journal of Applied Probability, Vol.20, pp851-859, 1983
7. M. A. K. Malik, "Reliable preventive maintenance policy", AIIE Transactions, Vol.11, No.3, pp221-228, 1979
8. M. Kijima, "Some results for repairable systems with general repair", Journal of Applied Probability, Vol.26, pp89-102, 1989
9. M. Kijima, H. Morimura and Y. Suzuki, "Periodical replacement problem without assuming minimal repair", European Journal of Operational Research, Vol.37, No.2, pp194-203, 1988
10. S. Iyer, "Availability results for imperfect repair", sankhya: the Indian Journal of Statistics. Vol.54, No.2, pp249-259, 1992
11. T. J. Lim, "Estimation system reliability with fully masked data under brown-proschan imperfect repair model", reliability engineering and system safety, Vol. 59, pp.277-289, 1998
12. T. Nakagawa,"Optimum policies when preventive maintenance is imperfect", IEEE Transactions on Reliability Vol.28, No.4, pp331-332, 1979
13. T. Nakagawa, "Imperfect preventive maintenance", IEEE Transactions on Reliability Vol.28, No.5, pp402, 1979
14. T. Nakagawa, "A summary of imperfect maintenance policies with minimal repair", RAIRO, Recherche Operationnelle 14, pp249-255, 1980