

Barron의 2차원 압밀방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (4)$$

식(4)에서 반경 r 은 수평거리로 전체수평거리 x 변환해서 표시할 수 있으므로 r 을 x 로 바꾸어 차분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} &= \frac{C_h}{\Delta x^2} (u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n) + \frac{C_h}{2\Delta x} \frac{1}{x} (u_{i,j-1}^n - u_{i,j+1}^n) + \\ &\quad \frac{C_v}{\Delta z^2} (u_{i-1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n) \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)를 정리하면 다음과 같은 식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} &= \frac{C_h \cdot \Delta t}{\Delta x^2} (u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n) + \frac{C_h \cdot \Delta t}{2\Delta x} \frac{1}{x} (u_{i,j-1}^n - u_{i,j+1}^n) + \\ &\quad \frac{C_v \cdot \Delta t}{\Delta z^2} (u_{i-1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n) + u_{i,j}^n \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 Layer Interface

layer-interface에서는 토성의 변화에 따른 간극수압의 분포에 대하여 불연속성을 초래함으로 다음과 같은 연속식에 의하여 처리한다.

$$K_p \frac{[\partial u]}{[\partial z]_p} = K_q \frac{[\partial u]}{[\partial z]_q} \quad (7)$$

Fig. 2는 경계층에서의 유한차분식의 개념을 보여주고 있다.

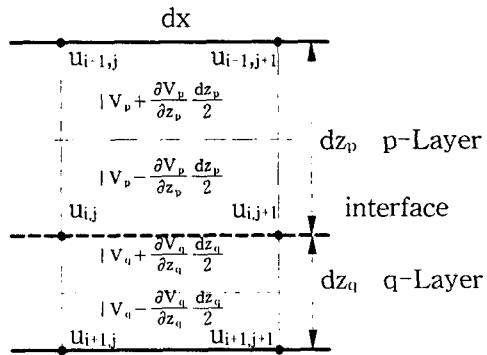


Fig. 2 Finite Difference in Layer Interface

우선, 경계층에서의 Terzaghi 식을 유한차분으로 나타내면 다음과 같다. 수평방향은 경계층 조건과 관계없이 수직방향만 고려하면 된다. 따라서, 경계층에서의 간극수압 계산은 다음 식으로 계산한다.

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{C_h \cdot \Delta t}{\Delta x^2} (u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n) + \frac{2\Delta t}{(M_{v,p} \cdot \Delta Z_p + M_{v,q} \cdot \Delta Z_q) \gamma_w} \left[\frac{k_p}{\Delta Z_p} (u_{i-1,j}^n - u_{i,j}^n) + \frac{k_q}{\Delta Z_q} (u_{i+1,j}^n - u_{i,j}^n) \right] + u_{i,j}^n \quad (8)$$

여기서, p와 q는 인접해있는 층이고, $M_{v,p}$ 와 $M_{v,q}$ 각각 p층과 q층의 체적변화계수, Δz 는 한 element의 수직 거리이다.

Terzaghi식과 같이 Barron식도 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{C_h \cdot \Delta t}{\Delta h^2} (u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n) + \frac{C_h \cdot \Delta t}{2\Delta h} \frac{1}{h} (u_{i,j-1}^n - u_{i,j+1}^n) + \frac{2\Delta t}{(M_{v,p} \cdot \Delta Z_p + M_{v,q} \cdot \Delta Z_q) \gamma_w} \left[\frac{k_p}{\Delta Z_p} (u_{i-1,j}^n - u_{i,j}^n) + \frac{k_q}{\Delta Z_q} (u_{i+1,j}^n - u_{i,j}^n) \right] + u_{i,j}^n \quad (9)$$

또한, 차분식으로 변경된 Tezagh이와 Barron 식은 다음과 같은 안정조건을 갖는다(Necati, 1994).

$$\left[\frac{C_h \cdot \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{C_v \cdot \Delta t}{\Delta z^2} \right] \leq \frac{1}{2} \quad (10)$$

3. 해석단면 모델링

심도가 깊고, 피압층이 존재하는 경우 안정성 및 경제적인 측면에서의 효과적인 모델링 개발은 중요하다. 연약지반 처리 대상 지역 전체를 해석하는 것은 시간 및 경제성 등의 효율성이 저감될 것이다. 따라서, 배수재가 설치된 연약지반의 드래인재와 드래인재가 탑입된 구간의 대칭성 등을 고려하여 압밀침 해석을 실시한다면 보다 효과적인 방법이 될 수 있을 것이다.

해석 구간이 드래인재 탑입구간과 탑입 되지 않은 구간을 포함한다면 1차원으로 연속적 해석을 하기는 어렵다. 따라서 이러한 경우 2차원 해석을 고려 해야한다. 또한, 지층 단면은 한 개의 층으로 구성되어 있는 경우는 많지 않으므로 다층의 지반을 해석할 수 있도록 프로그램을 작성해야 한다.

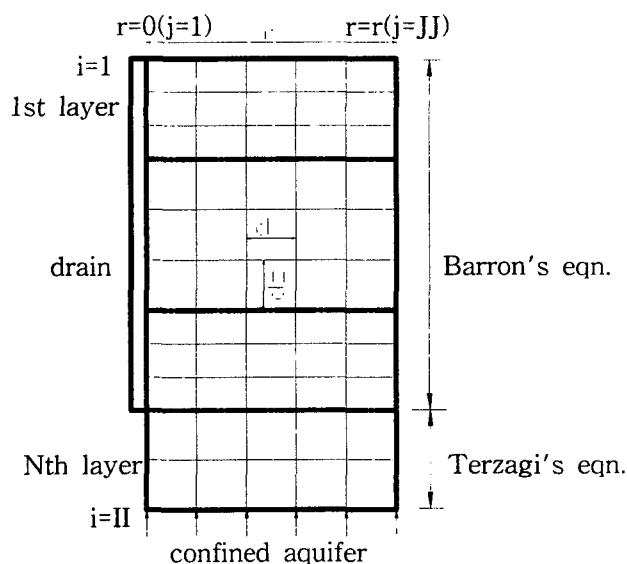


Fig. 3 Modelling profile

Fig. 3은 피압을 받고있는 연약지반의 압밀 해석을 위한 개략적인 지반 모델링을 보여주고 있다. 지층은 드래인이 타입된 깊이를 포함하여 N개의 층으로 나눌 수 있다. 각 층의 수직 요소 분할 간격(dz_i)은 임의로 정할 수 있고 층마다 그 간격이 다르며 수평분할 간격(dx)은 모든 층에서 같도록 하여 경계 층 해석을 용이하도록 설계하였다. 또한, 드래인재가 타입된 구간은 Barron 식을 적용하였고 타입되지 않은 구간은 Terzaghi의 압밀 방정식을 적용하였다.

경계조건은 배수재가 타입된 깊이 $j=1$ 일 때 $i=1$ 부터 $j=N-1$ 층까지의 $u=0$ 이고, 그이후의 지층 $i=N-1$ 부터 $i=II$ 까지의 간극수압 u 는 $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ 이며, 이 면과 대칭을 이루는 $j=JJ$ 인 구간에서 $i=1$ 부터 $j=N-1$ 층 까지의 간극수압 u 도 $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ 으로 가상의 경계면을 갖은 image method를 적용하였다(김팔규, 1999).

상부층은 $i=1$ 일 때 $j=1$ 부터 $j=JJ$ 까지의 $u=0$ 이다. 피압 대수층은 압밀 하중을 받는 면적에 비해 무한하고 투수계수는 압밀층의 투수계수 보다 훨씬 크다고 가정하였다. 경계조건은 간극수압 u 가 일정한 압력의 피압을 받도록 설계하였다.

프로그램의 알고리즘은 모델링 단면을 검토하여 효율적이고 최적의 계산을 수행할 수 있도록 검토하였다. Fig. 4는 프로그램의 흐름도를 보여준다. 프로그램은 여러 단계의 부함수를 작성하여 알고리즘의 이해 및 수정을 쉽게 했고, 각 시간 간격마다 단계 성토를 고려한 침하량이 계산 되도록 하였다.

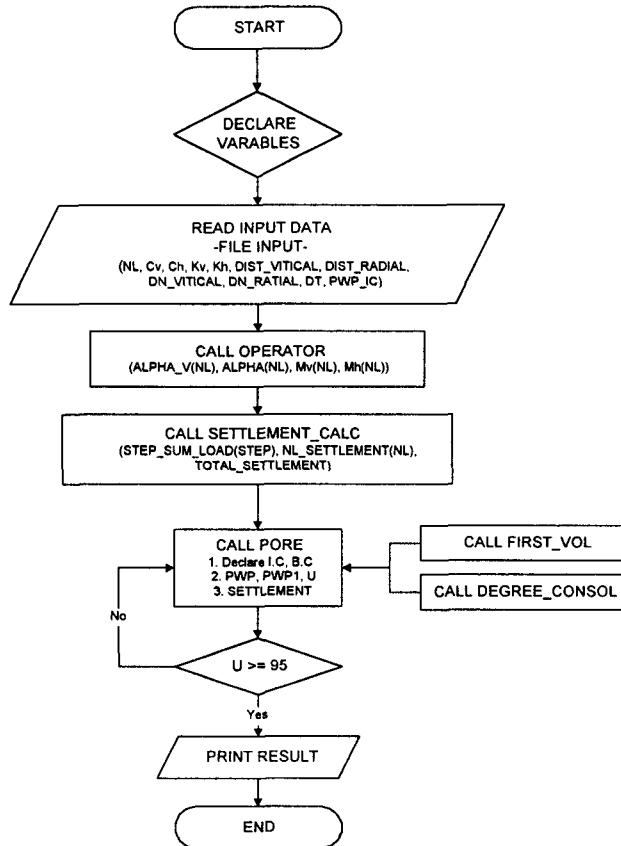


Fig. 4 Flow chart

4. 해석

대상 지반은 국내 연약 지반에 실시된 시험시공의 자료를 바탕으로 해석하였다. 30m의 깊은 심도까지 연약층이 깊게 분포하고 있을 뿐만 아니라 피압이 작용하고 있는 지반을 선택하였다. Fig. 5에 보여주고 있다. 층은 총 4개의 지층으로 구분하였다.

제 1층은 0~3m의 구간으로 매립층으로서 약간 과압밀된 형태를 나타내고 있으며 다른층에 비해 양호한 토질특성을 나타내고 있다. 제 2층은 3~13m의 구간으로 토질의 물리적 특성과 강도특성 및 압밀특성의 분포가 좋지 않은 분포를 보여주고 있다. 제 3층은 13~21m의 심도에 분포하고 있으며 4층은 21~30m까지 분포하며 하부로 갈수록 실트 및 모래층이 존재하며 하부 모래층과의 경계면에서는 피압수의 영향을 받고 있다.

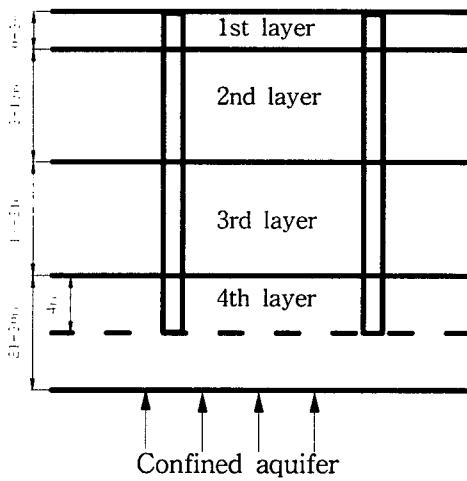


Fig. 5 Ground profile

이 지반은 paper drain 공법이 적용되었고, 타입간격은 1m이며 성토는 단계적으로 축조하였다. 단계 성토는 여러 차례에 걸쳐서 수행되었으나 계산상의 단순화를 위해서 5단계로 축소하여 적용하는 것으로 하였다. 성토 재료의 단위 중량은 $2t/m^3$ 이고 총 5m 성토하였다.

30m 깊이에서 작용되고 있는 피압은 $3.5t/m^2$ 으로 작용하는 것으로 적용하였다. 수직방향의 압밀계수와 수평방향의 압밀계수는 같게 해석하였다. 마지막 층은 같은 토질조건으로 보았으나 드래인재가 타입된 구간과 타입되지 않은 구간으로 나누어서 전체 층은 총 5개로 구분하였다.

해석시 시간 간격은 1일로 하여 각 시간 단계마다 압밀도와 그에 따른 침하량이 계산될 수 있도록 하였다.

적용된 토질정수는 표 1과 같다.

Table 1 Input Data

Layer	Length(cm)	$c_h=c_v(cm^2/sec)$	$k_v=k_h(cm/sec)$
1	300	1.0E-3	1.35E-7
2	1000	8.1E-4	1.42E-7
3	800	5.0E-4	2.60E-8
4	400	3.0E-3	2.20E-7
5	500	3.0E-3	2.20E-7

해석 결과는 현장 계측치와 잘 일치하는 결과를 나타낸다. 따라서, 해석단면의 모델링은 효과적으로 수행됨을 알 수 있다.

Fig. 6은 이론치와 계측치의 결과를 그래프로 보여주고 있다.

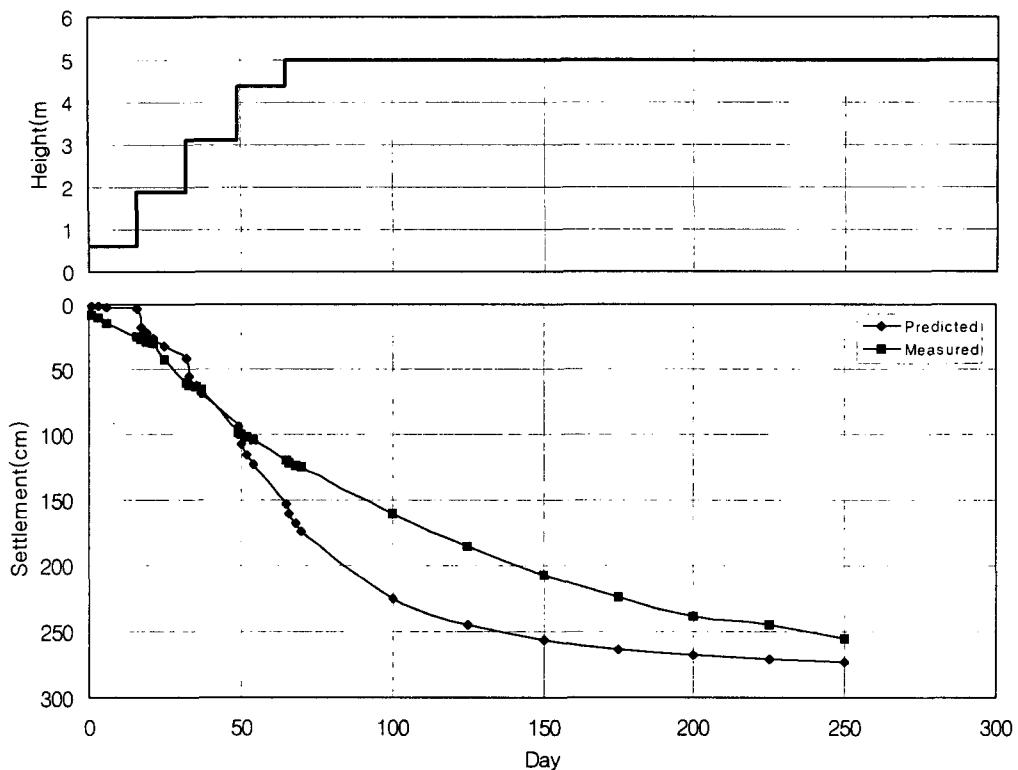


Fig. 6 Comparison of Predicted and Measured Values

5. 결론

배수재가 설치된 다층의 연약지반을 연속적으로 고려하기 위해 2차원 압밀 해석을 실시하였다. 드래인과 드래인 타입구간의 대칭성을 고려한 모델링을 적용하고 피압을 고려할 수 있도록 하였다. 그리고, 드래인재 타입구간은 Terzaghi식을 적용하고 타입되지 않은 구간은 Barron식을 적용하였다. 또한, 다층의 연약층을 연속적으로 고려하기 위하여 차분법이 적용된 경계면 해석조건을 사용하였다.

적용된 지반은 paper drain이 1m 간격으로 타입된 시험성토구간으로 성토재의 단위 중량은 $2t/m^3$ 이고 단계적으로 5m까지 성토하였다. 지반을 총 4개의 층으로 구분하여 입력된 자료에 의해 해석된 결과는 실측치와 좋은 일치를 보여준다.

심도가 깊고, 피압층이 존재하는 다층의 연약지반 해석에서 경제적이고 안정적이며 효율적인 모델링 개발은 중요하다. 따라서, 적용된 모델링 및 알고리즘은 이런 측면에서 경제성, 간편성, 실용성 및 효율성이 우수하다고 판단된다.

참고문헌

1. 김팔규, 류권일, 구기욱, 남상규(1999), 99 봄학술발표회 논문집, 한국지반공학회, pp. 349-356
2. 한국토지공사(1997), 연약지반의 처리공법과 침하계측에 관한 연구
3. 한국토지공사(1999), 연약지반의 압밀특성에 관한 연구 I · II
4. Necati Ozisik, M.,(1994), Finite Difference Methods in Heat Transfer, pp.1-2
5. Braja M. Das(1997), Advanced Soil Mechanics, Taylor & Francis, pp.258-267

6. Nogotov E. F. and Berkovsky B. M., (1978), Applications of Numerical Heat Transfer, McGraw-Hill, pp. 22-30
7. Jingde Z., Zhiyoung A. and Huming Z.(1996), "Analytic Solutions of Two-Dimensional and Three-Dimensional Consolidation Problem by Using the Method of Weighted Residuals," Proceeding of second International Conference on Soft Soil Engineering, Vol. 1, pp.193-198
8. Hoffman, Joe D.(1993), Numerical Methods for Engineers and Scientists, McGraw-Hill, pp.520-5674.
9. Manuel Casteleiro, Raymond J. Krizek and Tuncer B. Edil(1981), "Mathematical model for one-dimensional desiccation and consolidation of sedimented soils," Int. Jour. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 5, pp.195-215