

컨베이어 벨트를 이용한 혼합 모델 조립 라인에서의 미완료 작업량을 최소화하기 위한 제품 투입 순서 결정

김시원, 정봉주

연세대학교 산업시스템공학과

초록

This study is concerned with how to optimize the input sequence of product models with sequence -dependent setup time in Mixed-Model Assembly Line (MMAL) using conveyor system. Usually MMAL consists of a number of stations linked by conveyor belt and each station has a work zone limited by upstream and downstream boundaries. To avoid improper interference between operators in the adjacent stations and excess of machine moving range, operators are forced to complete their operations within their predetermined work zone. In this study, our goal is to determine sequence of models for minimizing the total work unfinished within their work zone. A generalized formulation of the product sequencing problem in MMAL is presented and we developed an optimal procedure using Branch & Bound. Also we developed a heuristic procedure using local search.

1. 서론

빠른 시장의 변화에 대한 대응과 소비자의 기호에 적극적으로 대처하기 위해 대부분의 제조업은 기존의 대량 생산 형태에서 다품종 소량 생산 형태로의 생산 방식으로 바뀌게 되었다. 다품종 소량 생산 형태인 Mixed-Model Assembly Line (MMAL)은 같은 제품의 유사한 모델이 동일 조립 라인에서 서로 혼합되어 조립되는 라인으로 최종 완제품의 재고를 줄이면서도 다양한 소비자의 요구를 만족시킬 수 있기 때문에 소비자 전자제품으로부터 자동차 제조에 까지 많은 생산 시스템에서 사용되어지고 있다. 그러나 다양한 모델을 하나의 조립 라인에서 생산함에 따라 각 모델마다 작업 내용이 달라지며 그에 따라 각 작업에 사용되는 부품 및 작업 시간이 모델 별로 다를 수 있다는 문제가 발생한다. 이런 문제를 극복하고 MMAL을 효율적으로 운영하기 위해 사이클 타임의 결정, 작업장의 수와 순서 결정, 라인 밸런싱, 모델 투입 순서 결정 등이 고려되어진다.[10] 특히 MMAL에서의 모델 투입 순서 결정에 관한 문제는 크게 사용되는 부품사용을 일정 비율로 유지하기 위한 투입 순서 결정 문제와 긴 작업 시간을 필요로 하는 모델이 연속적으로 투입되어 발생하는 미완료 작업량을 최소화하기 위한 작업 부하 밸런싱 문제로 나눌 수 있다. 첫번째 문제에 대해서 모델들의 최적 순서를 찾기 위해 많은 연구들이 진행되어져 왔다.[6][7][9] 이러한 연구들은 적절한 라인의 밸런싱이 이미 이루어져 있다고 가정들을 하고 있다. 그러나 현실적으로 많은 제조 시스템에서 라인의 밸런싱이 적정 수준이 되도록 하는 것이 어려운 경우가 있다. 이와 같은 경우는 부품 사용을 일정 비율로 유지하는 것보다는 미완료 작업량의 발생을 최소화하는 것이 더욱 중요하다.

일반적으로 많은 MMAL에서는 제품이 컨베이어에 실려 이동하며 작업자는 제품을 선행 한계와 후행 한계로 한정되어진 작업 구역내를 이동하는 중에 작업을 끝마쳐야 한다. 따라서 긴 작업 시간을 필요로 하는 제품이 연속적으로 투입된다면 작업자는 제품이 제한된 작업 구역을 통과하기 전에 작업을 끝마칠 수 없게 되는 경우가 발생한다. 이와 같은 경우에는 기업의 경영 철학에 따라 라인을 멈추고 작업을 하는 경우와 또 다른 작업자를 고용하여 남은 작업을 마치는 경우의 두 가지 대안이 있다.[8] 컨베이어 멈춤을 최소화하기 위해 Xiaobo와 Ohno는 B&B를 이용하여 최적해를 구하였으며 시뮬레이트 어닐링을 이용한 휴리스틱을 제시하였다.[11][12] Sarker와 Pan은 폐쇄 작업장과 개방 작업장의 두 경우에 대하여 미완료 작업량 최소화 문제를 다루었으며[4] Yano와 Rhamdugu는 두가지 옵션을 가진 제품에 대하여 작업 과부하를 최소화하는 연구를 하였다.[5] Bolat는 미완료 작업량 최소화를 위한 최적 알고리즘과 휴리스틱을 제시하였다.[3] 그러나 이러한 연구들은 모델 간 존재하는 셋업은 무시하거나 투입 순서에 영향을 받지 않아 작업 시간에 포함될 수 있다고 가정한다. 또는 투입 순서에 영향을 받지만 시간 측면이 아닌 비용 측면으로 접근하여 모델의 완료 시간에는 영향을 미치지 않고 있다.[1][2]

본 연구는 컨베이어 라인으로 구성된 MMAL에서

주어진 작업 구역 내에서 작업이 끝나치지 않는 총 미완료 작업량을 최소화하는 모델 투입 순서 결정 문제를 다루고 있으며 각 모델간에는 sequence-dependent setup time이 존재한다. 위의 문제에 대해서 수학적 모형을 제시하였고 이를 위해 Branch & Bound를 이용한 최적 프로시저를 제시하였고 Local Search를 이용한 휴리스틱을 제안하였다.

2. 수리 모형

2.1 문제 설명

일반적으로 혼합 모델 조립 라인은 <그림 1>에서 보는 것과 같이 컨베이어 벨트로 연결된 여러 개의 작업장으로 구성되어 있고 이웃하고 있는 작업장의 작업자와의 충돌 등의 부적절한 간섭을 방지하고 작업장 내의 설비의 한정된 작업 범위를 만족시키기 위해 각각의 작업장은 선행 한계와 후행 한계로 제한되어 있다. 작업자는 선행 작업장으로부터 작업이 들어오면 후행 한계로 이동하여 작업을 시작하고 작업이 컨베이어벨트에 의해 후행 작업장으로 이동하는 동안 작업을 하며 후행 한계내에 주어진 주어진 작업이 마무리 되도록 하여야 한다. 작업을 마무리 한 후에는 다시 선행 한계 쪽으로 이동하여 다음의 작업을 시작하거나 또는 다음 작업까지 대기하도록 되어 있다. MMAL은 다양한 모델들을 동일 라인에서 조립하는 라인이고 각 모델별로 요구되어지는 작업 내용이 다르고 요구되어지는 작업 시간이 각각 다를 수 있다. 이와 같은 경우 상대적으로 긴 작업 시간을 필요로 하는 모델이 연속적으로 투입되어진다면 누적된 초과 작업 시간으로 인해 주어진 작업 구역 내에서 작업을 끝마칠 수 없는 상황이 발생하게 된다. 즉 동일한 제품 투입 간격, 제한된 작업장의 길이, 모델 별 다른 작업 시간 등의 요인으로 인해 작업자는 주어진 작업을 제한된 작업 구역 내에서 끝나치지 못할 수가 있다. 본 연구에서는 이와 같이 작업 구역 내에서 작업이 끝나치지 못하고 발생하는 미완료 작업량의 총합을 최소화하는 모델 투입 순서를 결정하는 것이다.

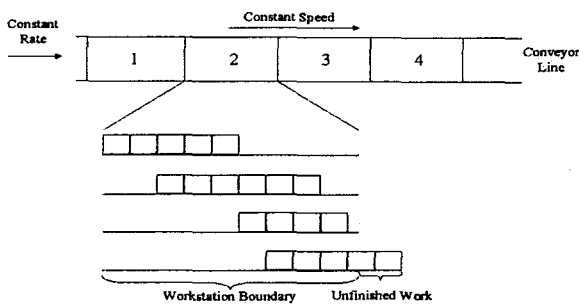


그림1. 컨베이어를 이용한 MMAL

2.2 기호 및 수리 모형

다음은 주어진 문제의 수리적 모형을 위한 기호이다.

i, l : 모델 인덱스
 k : 투입 순서 인덱스

s : 작업장 인덱스

N : 모델의 수

M : 작업장의 수

$P_{i,s}$: 작업장 s 에서 모델 i 의 작업 시간

L_s : 작업장 s 의 길이(=통과시간)

$ST_{i,i,s}$: 작업장 s 에서 모델 i 이후 모델 l 이 작업될 때의 셋업 타임

$A_{i,s}$: 모델 i 가 작업장 s 에 도착 시간

a : 투입 간격

$X_{i,i,k}$: 1 모델 l 이 k 번째 투입되고 모델 i 가 번째 ($k+1$)투입된다면
 0 그렇지 않으면

$S_{i,s}$: 작업장 s 에서 모델 i 의 작업 시작 시간

$T_{i,s}$: 작업장 s 에서 모델 i 의 작업 완료 시간

$U_{i,s}$: 작업장 s 에서 모델 i 의 미완료 작업량

주어진 문제는 다음과 같은 수리 모형으로 나타

내어질 수 있다.

Objective Function : $\sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^M U_{i,s}$

Subject to :

$$(1) A_{i,s} - \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N X_{l,i,k} A_{l,s} = a \quad \forall i, s$$

$$(2) A_{i,s} = A_{i,s-1} + L_{s-1} \quad \forall i, s$$

$$(3) S_{i,s} - A_{i,s} \geq 0 \quad \forall i, s$$

$$(4) S_{i,s} - \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N X_{l,i,k} T_{l,s} \geq 0 \quad \forall i, s$$

$$(5) T_{i,s} - A_{i,s} \leq L_s \quad \forall i, s$$

$$(6) T_{i,s} = \text{Min}(A_{i,s} + L_s, S_{i,s} + ST_{i,i,s} + \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N X_{l,i,k} P_{l,s} + P_{i,s}) \quad \forall i, s$$

$$(7) U_{i,s} = \text{Min}(0, S_{i,s} + ST_{i,i,s} + \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N X_{l,i,k} P_{l,s} - T_{i,s}) \quad \forall i, s$$

$$(8) \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N X_{l,i,k} = 1 \quad \forall i$$

$$(9) \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N X_{l,i,k} = 1 \quad \forall i$$

$$(10) X_{l,i,k} \in \{0,1\} \quad \forall l, i, s$$

$$(11) A_{i,s}, S_{i,s}, T_{i,s}, U_{i,s} \geq 0 \quad \forall i, s$$

목적 함수는 모델별, 작업장별 발생하는 미완료 작업량의 총합을 최소화하는 것을 의미한다. 제약 조건 (1)은 a 라는 일정 시간 간격으로 모델들이 작업장에 투입됨을 나타내고 있으며 제약 조건 (2)는 작업장에 투입되는 시간은 이전 작업장의 투입 시간에 이전 작업장을 통과하는데 걸린 시간을 더한 값과 같음을 의미한다. 제약 조건 (3)은 작업장에서의 작

업 시작 시간은 투입 시간보다 크다는 것을 보이고 있으며 제약 조건 (4)는 모델의 작업 시작 시간은 이전 투입 모델의 작업 종료 시간보다 크다는 것을 나타낸다. 제약 조건 (5)는 주어진 작업 구역 내에서 작업이 이루어져야 하는 것을 나타내는 것으로 모델의 작업 종료 시간과 투입 시간과의 차는 작업장을 통과하는 시간보다 작아야 한다는 것을 보이고 있다. 제약 조건 (6)은 모델의 작업 종료 시간은 주어진 작업 구역을 벗어나기 전까지의 시간이거나 작업 시작 시점으로부터 셋업과 작업이 발생한 시간을 더한 값과 같음을 의미하고 있으며, 제약 조건 (7)은 미완료 작업량의 양은 0이거나나 작업 시작 시점으로부터 셋업과 작업이 발생한 시간을 더한 값과 제한된 작업 구역을 통과하는 시간과의 차가 됨을 나타내고 있다. 제약 조건 (8)과 (9)는 투입 순서상의 위치에는 한번만 스케줄됨을 보이고 있다. 제약 조건 (10)은 결정 변수가 0 또는 1 값을 갖음을 보이고 있으며 제약 조건 (11)은 모델 투입 시간, 작업 시작 시간, 작업 종료 시간, 미완료 작업량의 양에 대한 비음수 조건을 나타낸다.

3. 해법

3.1 B&B 프로시저

B&B는 많은 조합 문제를 푸는 유용한 방법 중의 하나로 문제의 복잡도가 지수적으로 증가하는 문제를 다룸에 있어서 효과적으로 최적 해를 구할 수 있다.

다음은 본 혼합 모델 조립 라인 문제에 대한 B&B를 설명하기 위한 추가적인 기호이다.

- y : 이미 순서가 결정된 모델의 집합
- y' : y 의 여집합, $\{1,2,...,N\}-y$
- $LB(y)$: 이미 순서가 결정된 y 집합이 있을 때 최저 한정값
- $PC(y)$: 이미 순서가 결정된 y 집합의 총 실제 미완료 작업량
- $SC(y')$: y' 집합의 미완료 작업량의 최저 한정값 :
- $S_{y,s}$: 이미 순서가 결정된 y 집합 이후 모델의 작업 시작 시점
- $ST_{i,s}$: $\underset{v}{Min}(ST_{i,v})$

이미 순서가 정해진 y 집합이 있고 아직 순서가 정해지지 않은 y' 집합이 존재한다면 이것의 최저 한정값 $LB(y)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$LB(y) = PC(y) + SC(y') \quad (식 3.1)$$

(식 3.1)에서 $PC(y)$ 는 이미 순서가 정해진 y 집합의 실제 미완료 작업량의 총합으로 다음의 (식 3.2)와 같이 구하여지고 $SC(y')$ 는 아직 순서가 정해지지 않은 y' 집합의 잠재적인 미완료 작업량의 최저 한정값으로 다음의 (식 3.3)과 같이 계산되어진다.

$$PC(y) = \sum_s \sum_{i \in y} U_{i,s} \quad (식 3.2)$$

$$SC(y') = \text{Max}\{0, \sum_s \{S_{y,s} + \sum_{i \in y'} (ST_{i,s} + P_{i,s} - a) - (L_s - a)\} \quad (식 3.3)$$

다음은 최적해를 구하기 위한 B&B 프로시저이다.

- [Step 0] 초기해 Q^* 와 $TC(Q^*)$ 를 구한다.
 $h = 1, S_h = \{1,2,...,N\}, Q_h = \{\}$
- [Step 1] $LB(Q_h + \{i\}) \forall i \in S_h$ 를 계산한다.
- [Step 2] 만약 $LB(Q_h + \{i\}) < TC(Q^*), \exists i \in S_h$ 라면 $\underset{v \in S_h}{Min}(LB(PQ + \{i\}))$ 인 i 를 선택한다.
- [Step 3] 부분 순서 집합 리스트를 업데이트한다.
- [Step 4] 만약 Q_h 가 완벽한 투입 순서라면 $Q^* = TC(Q^*)$ 를 업데이트한다.
- [Step 5] 만약 $LB(Q_h) < TC(Q^*)$ 라면 [Step 1]로 가고 그렇지 않으면 Q^* 는 최적 순서이다.

여기서 사용된 기호는 다음과 같이 정의된다.

- h : 부분 순서 집합 리스트에서의 인덱스
- Q_h : h 의 이미 결정된 부분 순서
- S_h : h 의 아직 결정되지 않은 모델 집합
- Q^* : 현재 알려진 가장 좋은 투입 순서
- $TC(Q^*)$: 현재 알려진 가장 좋은 투입 순서의 미완료 작업량

3.2 휴리스틱 프로시저

주어진 B&B 프로시저는 복잡도가 지수적으로 증가하는 문제에서 효과적으로 최적해를 구할 수 있는 방법이지만 하나 문제 크기가 커질 경우에는 계산 시간이 많이 걸리는 문제가 있다. 따라서 빠른 시간 안에 좋은 해를 구할 수 있는 방법이 필요로 한다.

다음은 미완료 작업량을 줄이기 위한 휴리스틱 프로시저로 초기해를 구하는 부분과 Local Search의 두 부분으로 구성되어 있다.

<초기해 프로시저>

- [Step 1] 투입 됐을 때에 미완료 작업량과 유휴 시간이 발생하지 않은 모델 집합을 구한다.
- [Step 2] [Step 1]에서 구하여진 모델 집합이 존재할 경우 셋업 타임이 최소인 모델을 선택하고 [Step 4]로 가고 존재하지 않을 경우 [Step 3]로 간다.
- [Step 3] 만약 미완료 작업량을 발생시키지 않은 모델이 있다면 유휴 시간이 최소인 모델을 선택하고 그렇지 않다면 미완료 작업량이 최소인 모델을 선택한다. [Step 4]로 간다.
- [Step 4] 아직 투입 순서 상에 위치되지 않은 모델이 있다면 [Step 1]로 가고 그렇지 않다면 초기해 프로시저를 종료한다.

<Local Search>

- [Step 1] 구하여진 초기해에 대해서 각 투입 위치 별로 최저 한정값을 이용해서 전개한다.
- [Step 2] 전개된 투입 순서 중에 현재 알려진 총 미완료 작업량보다 적은 투입 순서가 있다면 초기해를

교체하여 주고 [Step 1]으로 간다. 그렇지 않다면 [Step 3]간다.

[Step 3] 초기해의 교체가 n회 이상 발생하지 않았다면 프로시저를 종료하고 그렇지 않다면 초기해의 투입 순서 상의 임의의 두 모델을 바꾸어 초기해를 교체한 후 [Step 1]으로 간다.

4. 실험

제안된 휴리스틱의 효용성 평가를 위해 다음과 같은 실험을 하였다. 모델 수 10, 작업장 수 5, 각 작업장 통과시간 25, 모델 투입 간격 20으로 고정하였으며 작업 시간은 18-23, 셋업 시간은 1-4로 난수를 발생하여 결정하였다. 20회의 실험을 하였으며 각 실험에 대한 결과는 다음과 같다.

표 1. 실험 결과

실험	최적해	초기해	Local Search
1	49	55	49
2	52	59	52
3	36	41	36
4	69	73	69
5	69	74	69
6	34	37	34
7	56	60	56
8	58	64	58
9	72	75	72
10	42	44	42
11	37	40	37
12	50	57	50
13	67	71	67
14	44	48	44
15	67	69	67
16	44	46	44
17	37	40	37
18	55	59	55
19	45	48	45
20	55	60	55
평균	51.9	56	51.9

표 1의 결과 값은 총 미완료 작업량을 나타내는 것으로 초기해 프로시저의 결과는 최적해에 비해 약 8% 오차가 발생하고 있으며 Local Search를 통해 최적값에 도달하고 있다.

5. 결론

본 연구는 컨베이어 벨트를 이용하는 혼합 모델 조립 라인에서 투입 순서에 따른 다른 셋업 시간을 가지는 모델들에 대하여 미완료 작업량을 최소로 하는 모델 투입 순서 결정 문제에 관해서 다루고 있다. 주어진 문제에 대하여 수리 모형을 제시하였으며 최적 투입 순서를 결정하기 위해 B&B를 이용한 해법을 제안하였고 빠른 시간 안에 좋은 해를 구하기 위한 휴리스틱 프로시저를 제안하였다. 제안된 휴리스

틱은 초기해 프로시저와 Local Search로 구성되어 있고 실험을 통해 제안된 휴리스틱의 효용성을 평가하였다. 본 연구에서 다루어지고 있는 임시 고용자가 미완료 작업을 완료시키는 경우가 아닌 컨베이어 벨트의 멈춤이 발생하는 환경 내에서도 투입 순서에 따른 모델 간 다른 셋업 시간을 가지는 모델들이 컨베이어의 멈춤을 최소화되도록 투입 순서가 결정되도록 하는 문제에 대한 연구가 필요로 하고 있다.

참고 문헌

1. Bolat A., Sequencing jobs on an Automobile Assembly Line: Objectives and Procedures, *International Journal of Production Research*, Vol. 32(5), pp. 1219-1236, 1994
2. Bolat A., Savsar M., and Mohammed A. Al-Fawzan, Algorithms for Real-Time Scheduling of Jobs on Mixed Model Assembly Lines, *Computers Operations Research*, Vol. 21(5), pp. 487-498, 1994
3. Bolat A., Efficient Method for Sequencing Minimum Job Sets on Mixed Model Assembly Lines, *Naval Research Logistics*, Vol. 44, pp. 419-437, 1997
4. Cheng L. and Ding F. Y., Modifying Mixed-Model Assembly Line Sequencing Methods to Consider Weighted Variations for Just-In-Time Production Systems, *IIE Transactions*, Vol. 28, pp. 919-927, 1996
5. Miltenburg J. and Sinnamon G., Algorithms for Scheduling Multi-Level Just-In-Time Production Systems, *IIE Transactions*, Vol. 24(2), pp.121-130, 1992
6. Moden Y., *Toyota Production System*, Institute of Industrial Engineers Press, Norcross, GA, 1983
7. Okmura K., and Yamashina H., A Heuristic Algorithm for the Assembly Line Model-Mix Sequencing Problem to Minimize the Risk of Stopping the Conveyor, *International Journal of Production Research*, Vol. 17, pp.233-247, 1979
8. Sarker B. R. and Pan H., Designing a Mixed-Model Assembly Line to Minimize the Costs of Idle and Utility Times, *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 34(3), pp. 609-628, 1998
9. Steiner G. and Yeomans S., Level Schedules for Mixed-Model, Just-In-Time Processes, *Management Science*, Vol. 39(6), pp. 728-735, 1993
10. Tsai L. H., Mixed-Model Sequencing to Minimize Utility Work and the Risk of Conveyor Stoppage, *Management Science*, Vol. 41(3), pp. 485-495, 1995
11. Xiaobo Z. and Ohno K., A Sequencing Problem for a Mixed-Model Assembly Line in a JIT Production System, *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 27, pp. 71-74, 1994
12. Xiaobo Z. and Ohno K., Algorithm for Sequencing Mixed Models on an Assembly Line in a JIT Production System, *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 32(1), pp. 47-56, 1997
13. Yano C. A. and Rachamadugu R., Sequencing to Minimize Work Overload in Assembly Lines with Product Options, *Management Science*, Vol. 37(5), pp. 572-586, 1991