

쌍입력 기술함수를 갖는 비선형 제어기를 이용한 직류전동기 제어시스템에 관한 연구

김익수⁰, 안영주, 최연욱, 이형기
부경대학교 전기·제어계측공학부

A Study on the DC Motor Control System using Nonlinear Controller with Dual-Input Describing Function

Ik-Soo Kim, Young-Joo An, Youn-Wook Choe, Hyung-ki Lee
Pukyong National University

Abstract

In this paper, we'll show that an improved PDFF controller is obtained by substituting a feedforward compensator in the existing PDFF system with a dual-input describing function, and the controller has the ability of adjusting the bandwidth of a system as well as the phase margin simultaneously. The effectiveness of the proposed controller is confirmed by applying to the DC-motor position control system.

As the results of simulation, we know that it is possible to design a controller by which the bandwidth of the closed system and its phase margin are easily adjusted.

본 논문에서는 PDFF제어의 전향 보상항을 쌍입력 기술함수형 비선형 제어기로 대체하고 대역폭과 위상여유를 동시에 제어할 수 있는 개선된 PDFF 제어기를 구성한다. 구성된 시스템의 제어성능을 고찰하기 위해 직류전동기 위치제어 시스템에 복소 쌍입력 보상기를 PDFF 제어기에 적용시켜 시뮬레이션을 한다. 시뮬레이션 결과 비선형 제어기의 제2 정현파 입력의 크기를 조절함에 따라 폐루프 시스템의 대역폭과 위상여유를 쉽게 조절할 수 있는 안정한 제어기를 설계하는 것이 가능하다.

I. 서론

직류전동기를 제어대상으로 하는 제어시스템의 제어기에는 크게 선형제어기와 비선형 제어기로 구분할 수 있다. 이들 제어기가 대역폭, 응답 특성 및 위상여유 등의 사양을 어떻게 만족시키

는가에 따라 제어시스템의 성능이 결정된다.

주어진 사양과 목적을 수행하는 제어기에는 고전적으로 진상보상기와 지상보상기가 있으며, 이들 보상기의 설계방법은 위상여유에 기초를 두고 있다.^[1] 진상보상기 또는 지상보상기의 주요 단점은 제어계의 대역폭을 제어하기가 곤란하다는 것이며, 위상여유에 기초를 둔 만족스러운 극 위치 배치나 과도응답을 제공하지 못한다. 따라서 필요한 대역폭을 제공하는 설계과정에는 모든 페루프 제어계의 극 위치를 변화시켜 만족스러운 과도응답을 얻어내는 것이 필요하다.

이러한 제어기를 구현하기 위하여 PDF 제어기와 PDFF 제어기가 사용되고 있다. PDF 제어기는 대역폭을 변화시킬 수는 있지만 위상여유에 대한 제어가 곤란하다는 단점을 가지고 있다.

PDF 제어기에 전향 보상항을 추가한 PDFF 제어기는 위상여유를 조절할 수가 있으나 전향 보상항은 대역폭과 위상여유를 동시에 조절할 수 없는 단점을 가지고 있다.

이와 같은 단점을 개선시키기 위하여 비선형 제어기를 이용하여 나이키스터 도면의 임계점 위치를 조절함과 동시에 과도 응답특성을 개선시킬 수 있는 방법이 1975년 E.C. Servetas 등이 연구한 바가 있다.^{[2],[3]}

이 방법은 복소 쌍입력 기술함수의 합성에 의한 비선형 제어기를 이용하여 나이키스터 임계점 $(-1, j0)$ 을 다른 점으로 이동시켜 시스템의 불안정성, 저속도 응답 및 외란에 의한 응답특성을 개선시키는 것이다.

이와 같은 이론을 이용하여 PDFF 제어기의 전향 보상항을 쌍입력 기술함수형 비선형 제어기로 대체시켜 대역폭과 위상여유를 동시에 제어할

수 있는 개선된 PDFF 제어기를 구성한다.

본 논문에서는 쌍입력 기술함수형 비선형 제어기를 적용한 개선된 PDFF 제어시스템의 개선된 제어성능을 시뮬레이션을 통하여 고찰하고자 한다. 이 방법에서 복소 쌍입력 기술함수형 비선형 제어기의 출력은 제2 정현파 입력신호의 크기에 따라 제어기 내부의 실수부와 허수부의 크기를 조절할 수 있으며, 제어성능이 개선됨이 확인된다.

II. 제어시스템의 구성

1. PDFF 제어기 시스템

PDF 제어기와 같은 자유도 1을 갖는 시스템은 실현될 수 있는 평가함수가 제약을 받는 것이다. 예를 들면 어떤 계통이 일정량의 상대안정도를 갖도록 설계된다면 이 계통은 파라미터 변화에 대하여 부족한 감도를 갖는다. 이상과 같은 자유도 1인 제어시스템에 전향 보상항을 갖는 제어기를 추가함에 따라 특성방정식에 영향을 주지 않고 페루프 전달함수에 영점을 추가하는 효과를 갖는 PDFF 제어기를 그림 1에 나타내었다.

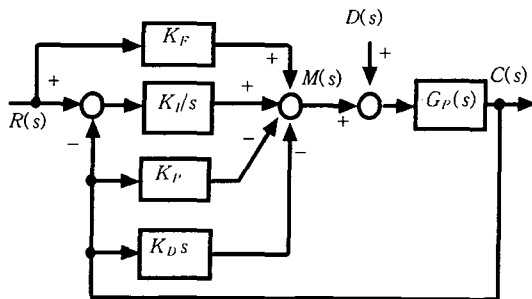


그림 1. 아날로그 PDFF 제어 루프

그림 1의 시스템에 대한 전체 전달함수 및 개루프 전달함수는 각각 다음 식(1)과 (2)와 같이 주어진다.

$$G_P(s) = \frac{K}{s(s+a)} \quad (1)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(sK_F + K_I)}{s^3 + s^2(KK_D + a) + sKK_P + KK_I} \quad (2)$$

$$G(s)H(s) = \frac{K(sK_F + K_I)}{s\{s^2 + s(KK_D + a) + K(K_P - K_F)\}} \quad (3)$$

제어 시스템의 제어기에 전향 보상 항을 추가함으로써 시스템에 영점이 나타나는 것을 알 수 있다.

2. 비선형 제어기를 갖는 PDFF 제어시스템 CDIDF를 갖는 비선형 제어기를 구성하기 위한 제어기 출력 $y(x_1, x_2)$ 는 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} y(x_1, x_2) &= y_p(x_1, x_2) + jy_q(x_1, x_2) \\ &= N_p(\beta) + jN_q(\beta) \end{aligned} \quad (4)$$

그림 2는 쌍입력 기술함수를 갖는 비선형 제어기의 구성도이며, $\omega_1 = 2 \sim 20$ [rad/sec], $\omega_2 = 20 \sim 10,000$ [rad/sec]의 범위로 주어지는 제어시스템에 이용하면 안정하게 제어할 수 있는 것으로 알려져 있다.

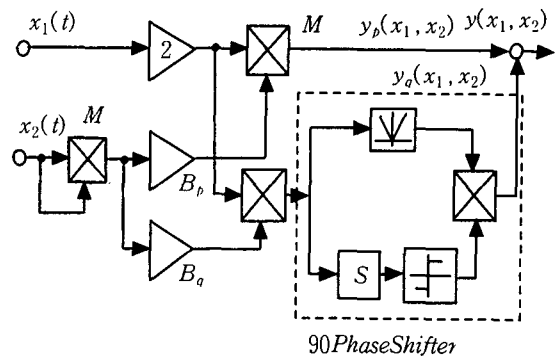


그림 2. CDIDF를 갖는 비선형 제어기 구조

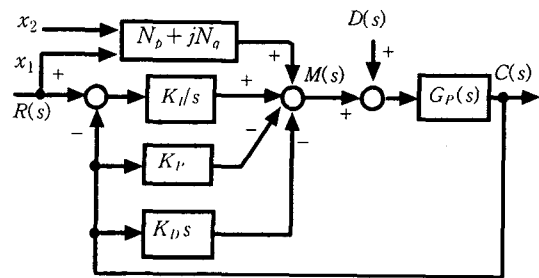


그림 3. 비선형 제어기를 갖는 PDFF 제어시스템

그림 3은 PDFF 제어기의 전향 보상항에 쌍입력 비선형 보상항을 대치한 제어시스템이다. 시스템의 전달함수는 식(2)에서 비선형 쌍입력 기술함수를 적용하면 식(5)가 된다.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\{N_q(\beta)s^2 + N_p(\beta)s + K_I\}}{s^3 + (KK_D + a)s^2 + KK_Ps + KK_I} \quad (5)$$

식(5)에서부터 알 수 있듯이 PDFF 제어기에 서는 한 개의 영점이 추가되었으나 비선형 제어기를 추가함에 따라 2개의 영점이 추가된 효과를 얻을 수 있다. 따라서 비선형 제어기에 의한 영

점의 위치를 조절함에 따라 제어시스템의 응답특성을 조절할 수 있다.

비선형 제어를 갖는 PDFF 제어시스템의 개루프 전달함수는 식(6)이 된다.

$$G(s)H(s) = \frac{K\{N_q(\beta)s^2 + N_p(\beta)s + K_I\}}{s^3 + s^2(KK_D + KN_q(\beta) + a) + s(KK_P + KN_p(\beta)) + 2KK_I} \quad (6)$$

제어대상의 정수 K 와 a 는 알려져 있으며, 제어기 변수 $N_q(\beta)$, $N_p(\beta)$ 및 K_I 는 임의의 원하는 대역폭에 대하여 결정할 수 있다. 이와 같이 특성방정식을 선택함으로써 원하는 위치에 극점을 주게 되고, 과도응답 특성도 만족스럽게 될 것이다. 이러한 구성에서 위상여유에 대한 제어를 원활하게 수행할 수 있다.

III. 시뮬레이션 결과

직류전동기의 동특성 제어대상의 전달함수를 다음 식(7)과 같이 가정하고, 또한 제어기는 다음과 같은 사양을 만족하도록 설계한다.

$$G_P(s) = \frac{509}{s^2} \quad (7)$$

- 제어기의 설계 사양
- I) 50°의 위상 여유
- II) 최소 30 [rad/sec]의 대역폭
- III) 안정한 응답특성

1. 전향 보상항을 가진 PDF 제어기 (PDFF)

전향 보상항을 가진 PDF 제어기(PDFF)가 사용되면, 개루프 전달함수는 식(8)과 같다.

$$G(s)H(s) = \frac{KK_F s + \omega_c^3}{s(s^2 + 2\omega_c s + 2\omega_c^2 - KK_F)} \quad (8)$$

이 경우에 대해서 버터워즈 필터의 특성방정식을 이용하여 계수를 구하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\text{즉, } K_I = 53.045, K_P = 3.536, K_D = 0.1179$$

위상 여유는 식(9)와 같다.

$$\phi_m = 180 - 90 - \tan^{-1} \frac{2\omega_c \omega}{2\omega_c^2 - KK_F - \omega^2} + \tan^{-1} \frac{KK_F \omega}{\omega_c^3} \quad (9)$$

식(9)를 사용하여 K_F 의 변화에 대한 위상여유를 구한 것을 그림 4에 나타내었다. 그림으로부터 위상여유 50°를 선택할 경우 전향 보상항

K_F 는 약 2.127의 값을 얻을 수 있다.

PDFF 제어시스템의 제어기 설계 정수는 다음과 같다.

$$K_I = 53.045, K_P = 3.536, K_D = 0.1179, K_F = 2.127$$

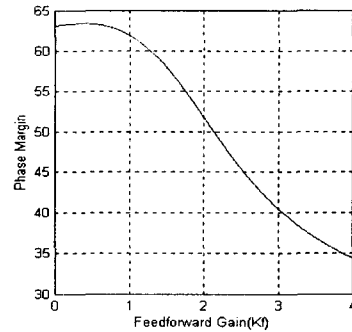
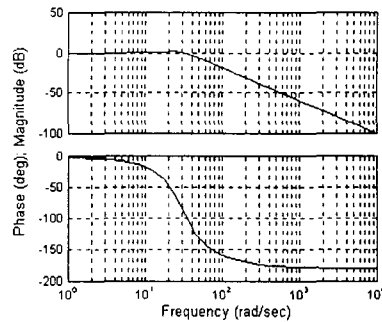
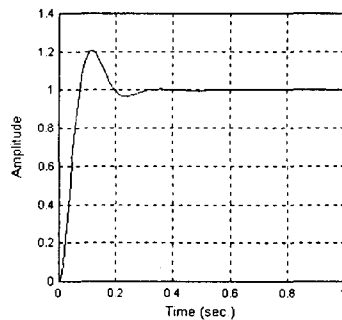


그림 4. K_F 변화에 대한 위상여유 ϕ_m

폐회로 시스템의 응답 특성이 제어기에서 수행되어질 때 보드선도 및 스텝응답을 그림 5에 나타내었다.



(a) 보드선도



(b) 스텝응답특성

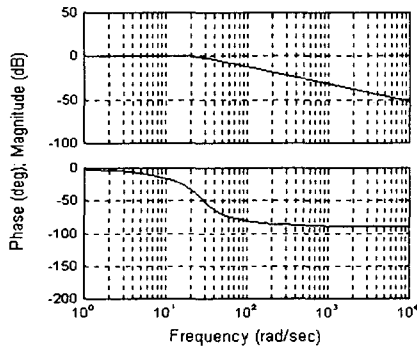
그림 5. PDFF 제어를 이용한 시스템의 보드선도 및 스텝응답

그림 5(a)의 보드선도에서 PDFF 제어를 적

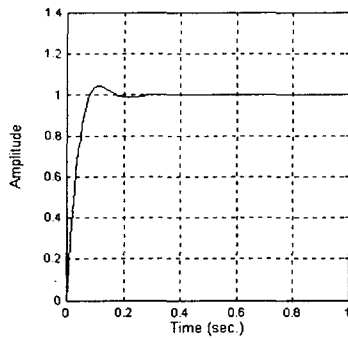
용한 시스템의 위상여유는 약 70° 정도이며, 이득여유는 약 66[dB]이다. 그리고 대역폭도 또한 약 32[rad/sec]로 설계사양을 모두 만족하는 결과를 보이고 있다. 그림 5(b)의 스텝응답으로부터 상승시간은 약 49[ms]이다. 그러나 백분율 오버슈터가 20[%] 정도 증가되며, 정정시간은 약 0.27[ms]가 되는 것을 알 수 있다.

2. 비선형 전향 보상항을 갖는 PDFF 제어시스템

쌍입력 기술함수를 갖는 비선형 제어기를 사용한 시스템의 응답특성을 그림 6에 나타내었다.



(a) 보드선도



(b) 스텝응답특성

그림 6. 비선형 전향 보상항을 갖는 PDFF 제어 시스템의 보드선도 및 스텝응답 특성 (Nq=0.05, Np=2.127)

시뮬레이션에 사용된 각각의 계수값은 다음과 같다.

$$K_p = 3.536, \quad K_d = 0.1179$$

$$K_I = 53.045, \quad N_p(\beta) = 2.127$$

그림 6(a)의 보드선도에서 비선형 제어기를 사용한 시스템의 위상여유는 약 60° 정도이며, 이득여유는 아주 크게 증가된 것을 알 수 있다. 그

리고 대역폭도 또한 약 33[rad/sec]로 설계사양을 모두 만족하는 결과를 보이고 있다. 그림 5(b)의 스텝응답으로부터 상승시간은 약 53[ms]이며 정정시간은 약 0.15[sec]이다. 또한 백분율 오버슈터는 5[%] 이하로 많이 개선됨을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 PDFF 제어기를 사용한 제어시스템과 비선형 제어기를 PDFF 전향 보상항으로 대체한 제어시스템을 구성하고, 시뮬레이션을 통하여 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 허수항 $N_q(\beta)$ 값을 증가하면 위상여유 및 이득여유가 증가하고, 대역폭은 감소한다.
2. 스텝응답 특성에서 오버슈터를 감소시키고, 정정시간을 개선한다.
3. 비선형 전향보상기의 실수항 $N_p(\beta)$ 값을 증가시키면 위상여유가 감소하고 대역폭을 증가시킬 수 있다.

따라서 비선형 전향보상기의 제2 정현파 입력의 크기를 조절함에 따라 $N_p(\beta)$ 와 $N_q(\beta)$ 를 변화시킬 수가 있으므로 제2 정현파 입력 $x_2(t)$ 의 크기를 조절하면 안정한 제어기를 구성할 수 있다.

참고 문헌

[1] B. C. Kuo, Automatic Control Systems, 7th Ed., Prentic-Hall, 1996.
 [2] E. C. Servetas, "A Non-linear Electronic Compensator for Automatic Control Systems," IEEE Trans. on Ind. Elec, and Contl. Ins. Vol. IECI-22, No. 2, pp. 201~207, 1975.
 [3] Rao, A. S., Lamba, s. s., and Rao, S. V., "State Space Routh Approximants for SISO Systems," Proc. IEE, pp. 1059-1063, Oct. 1978.