

견실 제어계의 설계법에 관한 연구

이상육, 홍순일, 손의식
부경대학교

A Method on Design of Robust Control System

Sang-yuk Lee, Soon-ill Hong, Ei-sig Son

Pukyong University

Email: sihong@mail.pknu.ac.kr

요약 -가상적인 검출잡음을 가정하고 칼만 필터(Kalman Filter)를 고려하여 근사적 최적 레귤레이터의 특성에 가깝게 함으로써 견실 안정성을 회복할 수 있는 제어 시스템의 설계에 관하여 검토한다. 본 연구에서는 관측기를 이용한 최적 레귤레이터 계에 적분기를 결합한 견실제어계의 설계법을 나타내고 견실성을 회복할 수 있는 제어기의 파라미터 설정법을 나타낸다. 제어대상의 파라미터 변동에 의해서 생기는 등가인 외란을 억제하고 과도특성이 변하지 않는 제어 시스템을 모델 매칭의 원리에 기초하여 설계한다.

I. 서론

제어대상 모델이 다소 불확실성을 포함하고 있어도 제어성을 그다지 손상하지 않는 제어가 실용적으로는 바람직하고 이러한 제어를 견실제어(Robust control)라 부른다 [1].

피드백제어계의 기본적인 설계사양은 다음과 같다.

- 1a. 폐루프계의 안정.
- 2a. 정상시의 제어편차인 정상편차가 "0"
- 3a. 과도응답 파형이 좋아야 한다.

실제의 제어대상에는 모델오차를 갖는다. 따라서 로바스터 제어계의 설계는 아래 사항을 고려하여야한다.

- 1b. 모델오차가 있어도 제어계가 안정
- 2b. 모델오차가 있어도 정상편차가 "0"

3b. 모델오차가 있어도 과도응답 파형이 악화되지 않음

여기서 1b의 조건은 Robust 안정이라 하고 1b, 2b의 조건은 Robust 서보계라고 하며 3b의 조건은 Robust 제어성능이라 한다. 본 연구의 목적은 이상의 로바스터 설계 사양에 따라 로바스터 제어계를 설계하는 것이다.

II. I등작을 갖는 선형 최적제어계

1. 최적 레귤레이터와 관측기

평가함수 J를 최소로 하는 최적제어 입력을 $u(t)$ 로 두면, $u(t) = -Fx$ 이고 F는 최적 피드백 행렬이며 식 (1)이 된다.

$$F = \frac{1}{\rho} B^T P \quad (1)$$

여기서, P는 리카치의 행 방정식이다. 全狀態를 사용한 구성과 관측기를 이용한 구성에서 루우프 전달함수는 서로 다르게 되지만 식(2)을 만족시키는 K를 결정하면 루우프 전달함수는 같게 된다.

$$K[I + C(sI - A)^{-1}K]^{-1} = B[C(sI - A)^{-1}]$$

(2)

여기서 K는 관측기 시스템의 관측기인 K가

순서는 칼만 필터의 방법을 이용한다. 칼만 필터는 식(3)로 주어진다.

$$K(q) = P(q)C^T R^{-1} \quad (3)$$

여기서, $P(q)$ 는 리카치 행렬에 의해 식(4)와 같이 정의된다.

$$AP + PA^T + Q(q) - PC^T R^{-1} CP = 0$$

(4)

식(4)에서 다음 식을 제안한다.

$$Q(q) = Q_0 + q^2 BvB^T \quad (5)$$

여기서, Q_0 는 제어대상 특유의 잡음 共分散이고 v 는 正定數의 대칭 행렬이다. 그리고 $R=R_0$, $Q_0=DD^T$, $R_0=EE^T$ 이다. 평가 함수 J 가 최소로 되는 K 는 식 (2.7)로 정의된다,

$$K = PC^T R^{-1} \quad (6)$$

2.2 I동작을 갖는 선형 최적제어계

관측기의 목표값에 $\bar{B}z$ 를 첨가하여 변형하면 전보상기의 상태방정식은 식(7)이 된다.

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}' &= T\hat{A}T^{-1}\hat{x}' + TKy + T\bar{B}z \\ u &= -FT^{-1}\hat{x}' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

여기서, $A-KC-BF = \hat{A}$ 로 놓고, $\hat{x}' = T^{-1}\hat{x}'$ 이며 T 는 다음과 같은 변환행렬이다.

$$T = \begin{bmatrix} -F \\ -F\hat{A} \\ \vdots \\ -F\hat{A}^{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{이고}$$

$$\bar{B} = T^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{이다.}$$

계단입력에 대해서 읍셋 문제를 해결하기 위해서 오차신호를 $s^{-1} \times f_1$ 하여 I 동작을 갖는

시스템으로 구성한다. $f = \frac{1}{\rho} B^T K$ 에서 $\rho = 1$ 일 때 리카치 방정식은 식(8)가 된다.

$$f^T f - K\hat{A} - \hat{A}^T K - \hat{Q} = 0 \quad (8)$$

식(2.10)에서 f_1 을 지정하면 K , \hat{Q} 가 결정된다. 평가함수 J 가 작게 되도록 f_1 이 결정되면 선형 최적 제어시스템이 된다. 이 시스템에서 가관측 표준형으로 변환하는 행렬을 T 로 하고 $\hat{x} = T^{-1}\hat{x}'$, $\hat{x}' = T\hat{x}$ 로 놓으면 식 (9)가 된다.

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}' &= \hat{A}\hat{x} + T^{-1}\beta_d q + T^{-1}a_d r \\ u &= \hat{C}' T\hat{x} + \beta_d q + a_d r \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

여기서, $\hat{A} = T^{-1} \hat{A}' T$

III. 견실 모델 매칭(Matching)

제어대상에 B_d q 의 등가 외란이 있는 시스템에서 근사 Zeroing은 주어진 제어대상에 적당한 제어기를 결합함으로써 등가의 외란 q 에서 제어량 y 까지의 전달함수를 근사적으로 Zeroing하는 것이다.

근사 Zeroing 실현방법은 희망 전달함수 $W_y(s)$ 에서 $2n+1$ 개 극점 중에 a 개($a < 2n+1$)를 선택함으로써 보상한계형 제어기 [1]를 사용하여 시스템을 구성한다. Zeroing을 위해 식(10)이 된다.

$$G_{qu}(s) = -\frac{G_{qv}(s)}{G_{vy}(s)} \tag{10}$$

$G_{qu}(s)$ 의 극점이 m 이라 하면 희망 전달함수를 실현하기 위해 견실 보상기의 극점은 $2n + 1 - a - m$ 개다. $G_{qu}(s)$ 는 정상오차가 없는 필터를 사용한다.

q 는 등가의 외란이기 때문에 실제 측정 불가능하다. 이 경우에 제어입력 u 와 측정출력 y 에서 외란 q 를 재현한다. 등가 외란이 포함된 시스템에서 식(11)이 성립한다.

$$\begin{aligned} & (R_2 - D\bar{D}R_2)Q \\ = & (I - D\bar{D})Y - (R_1 - D\bar{D}R_1)U \end{aligned} \tag{11}$$

식(11)에서 $y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(n)}$ 과 $u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)}$ 의 미분연산은 n 개 극점을 가진 관측기의 적분기 속으로 넣어 제거한다.

IV. 설계 예와 시뮬레이션 실험

제어대상 모델은 식(12)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} q_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} q_2 \tag{12}$$

견실 필터 $\frac{100}{s+100}$ 를 선정하여

$f_1 = 10000$ 으로 하여 시뮬레이션한다.

그림 1, 그림 2은 설계한 시스템에서 제어대상의 파라미터가 변화할 때 단위 계단응답의 시뮬레이션결과를 나타낸 것이다. 전체적인 시뮬레이션의 결과를 보면 제어계의 견실성은 높고 안정성에도 문제가 없다는 것을 알 수 있다. 이 경우 제어계는 견실성 모델매칭 방법을 이용하여 등가의 외란의 억제에 고려한 것의 응답특성을 나타낸다.

제어계는 등가의 외란의 억제에 고려하지 않고 설계한 것과 비교 해 보면 제어계의 견실성이 거의 같이 높게 나타나고 있는 것을 알 수 있다.

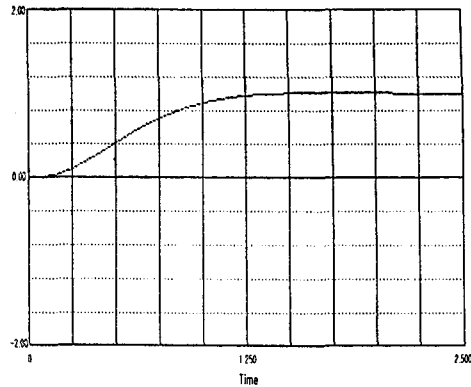


그림 1. $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, $r = 1$ 일 때 제어 시스템의 응답

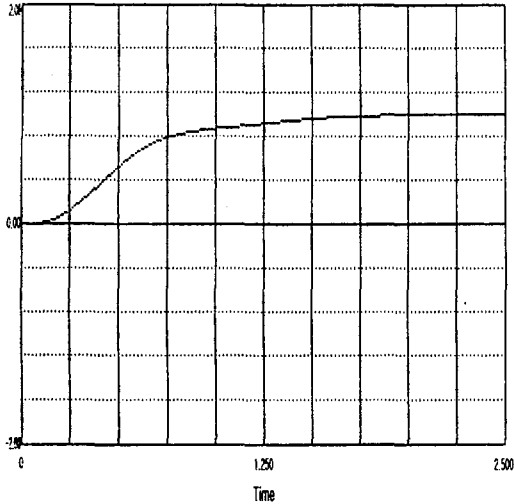


그림 2. $A = \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, $r = 1$ 일 때 제어 시스템의 응답

V. 결론

본 연구에서는 관측기의 견실성-안정성 회복법을 이용한 견실성 제어계의 설계법을 제시하였다. 우선 가상적인 검출 잡음을 가정한 Kalman filter를 고려하고 근사적으로 최적 레귤레이터에 근사함으로써 견실성을 회복시킬 수 있는 제어시스템을 구성한다.

옅섯 문제를 해결하기 위해 적분기를 도입했지만 이 경우 견실성 안정성의 열화가 생긴다. 이것을 방지하기 위해 파라미터의 설정법을 나타내었다.

1입력-1 출력(SISO)의 제어계에서 시스템의 구성, 제어기 파라미터 결정법 등의 설계순서를 논술하였다. 이것에 기초한 시뮬레이션 실험에 의해 제어계의 견실성이 양호하고 안정성에도 문제가 없는 것을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 桶口 辛治, " 補償限界型 制御器의 最適 파라메타計法", 計測制御, Vol. 22, No.1, pp.8~15, 1986.1
- [2] R.Tagawa, " On the Compensation in liner Feedback Control System- Transfer Function Attainable by Realizable Compensation ", IFAC World Congress Preprints III, pp.125~130, 1981
- [3] 木村 英紀, 前田浩一, 井上雄二郎, 美坂街助, "PC-9801プログラミング 制御系設計" 日刊工業新聞社, pp.120 ~150, 1988,
- [4] J.C Doyle and G. Stein, "Robustness with Observers" IEEE Transactions Automatic Control ", Vol. AC-24, No.4, pp. 607~611, Aug. 1979
- [5] 田川邊三朗, " モデルマジチング ロバスト制御 -의 컴퓨터롤(로バスト制御의 理論と應用特輯)", コロナ社 pp.53~58, 1986
- [6] Kiyoshi Ohishi, " Robust Control Based on Disturbance Observer and Polynomial Coefficient Approach for Mechanical System", T.IEE Japan, Vol. 118-D, No.6, pp.707-714, 1998