RBF 등화기용 유용한 비선형 함수와 결정경계의 설정

박종령, 박남천, 주창복
경남대학교 전기전자공학부

An useful Nonlinear Function for RBF Equalizer and Decision Boundray setting

Jong-Ryung Park, Nam-Chon Park, Chang-Bok Joo
Dept. of Electrical & Electronic Engineering Kyungnam Univ.
wireless@kyungnam.ac.kr

Abstract

In this paper, A useful nonlinear function for the RBF(Radial Basis Function) equalization is proposed.

This proposed function need not calculate an exponential function that is generally used for conventional RBF equalizer and uses the only four rules of arithmetic.

Therefore the computational requirement for the RBF equalizer with the proposed function is decreased.

As a computer simulation result, the equalizer with the proposed function effectively reduce nonlinear intersymbol interference, caused by nonlinear communication channel.

I. 서론

고속의 데이터 전송을 실현하는 경우 전송로에서의 비선형 왜곡, 잡음의 영향이 중요한 문제가 된다. 이들의 영향을 감소시켜 정확한 송신신호의 추정을 위하여 자동 등화기가 사용되어진다.

자동 등화기에 요구되어지는 성능은 고속으로 파라메터의 학습을 행할 수 있으며, 송신신호추정을 위한 처리를 실시간으로 행하고 비선형 채널 왜곡의 영향을 효과적으로 제거하기 위한 비선형구조[1]를 갖게 하는 것이다.

Baye의 결정이론을 이용한 Bayesian 등화기[2]는 지수함수에 의한 고차의 비선형 구조를 갖는다. 이 때문에 송신신호의 측정치를 +1,-1로 나누는 결정경계[1]형은 비선형으로 되고 선형, 비선형 왜곡의 영향을 효과적으로 제거하는 것이 가능하다.

RBF 자동 등화기에 의해 Bayesian 등화기를 실현하기 위한 방법이 제안되어 있다[2,3].즉 RBF 자동 등화기의 비선형 변환으로 가우스 함수를 사용하고, 중심과 그의 분포, 선형결합계수를 최적인 값으로 설정하는 경우 Bayesian 등화기의 구조로 실현 할 수 있고 결정경계의 형도 일치한다.

그러나 비선형 변환으로 가우스 함수를 사용하게 되므로 지수함수의 연산을 행해야 하며, 이 때문에 대단히 많은 연산량을 필요로 한다는 것이 문제로 지적되고 있다.[4]

그래서 본 연구에서는 가우스 함수를 대신할 수 있는 RBF 자동 등화기용 비선형 함수를 사용하여 그의 동작특성을 실시간 파형상에서 비교하여 보았다.

본 연구에서 사용한 함수의 특징은 가우스 함수와 같은 모양의 입, 출력 관계를 가지며 사칙연산만으로 구성되어진다. 이 때문에 송신신호의 추정에 필요한 1샘플당의 연산량은 지수함수의 연산을 필요로 하는 가우스함수보다도 대폭으로 감소시킬 수 있게 된다.

II. 비선형 전송로와 Bayesian 등화기

2.1 전송로 모델

그림 1에서 데이터 전송시스템에 있어서 전송 채널에 대한 선형, 비선형 모델과 등화 모델에 의해 나타낸 데이터 전송시스템 블록도이다.

그림1에 있어서 전송신호 벡터 $X(t)$와 비선형 전송로의 선형 성분의 임펄스 응답 벡터 A를 각각

$$X(t)=[x(t),x(t-1),\cdots,x(t-n+1)]^T \qquad (1)$$

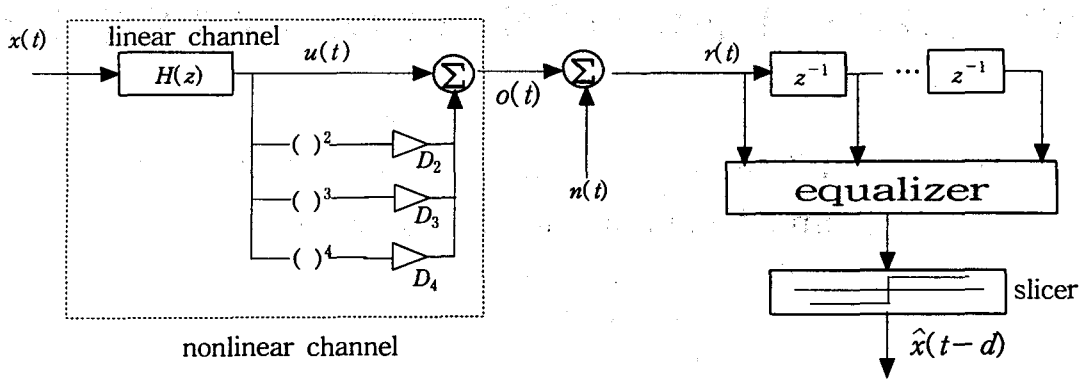


그림1. 데이터 전송 시스템

fig1. Data tansmission system

$$A=[a_1,a_2,\cdots,a_n]^T \tag{2}$$

로 정의하면 선형 선분은

$$u(t)=\sum_{k=1}^{n}a_k x(t-k+1)=A^T X(t) \tag{3}$$

으로 된다. 그림1에서 D_2, D_3, D_4 는 비선형 왜곡의 정도를 결정하는 계수이다. 한편 수신신호 $r(t)$는 전송로에서 평균0, 분산 σ_n^2의 랜덤 가우스성 백색잡음 $n(t)$의 부가에 의해 $r(t)=o(t)+n(t)$와 같이 나타내지고 등화기에서의 수신신호 벡터 $R(t)$는

$$R(t)=[r(t),r(t-1),\cdots,r(t-m+1)]^T \tag{4}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 송신측에서 발생되는 데이터신호 +1, -1은 독립적으로 등확률로 발생하는 것으로 가정하며 d는 등화기에서의 시간 지연값으로 이것은 전송로의 특성에 의존하게 되는 값이다.

2.2 가우스형 RBF 등화기

RBF등화기는 중앙값이라 불리어지는 n_r개의 벡터 C_i와 이들 분포를 사용한 비선형 변환, 변환 후의 신호의 선형 결합에 의해

$$f(R(t))=\sum_{i=1}^{n_r}\lambda_i\phi(\|R(t)-C_i\|) \tag{5}$$

로 나타낼 수 있다[3]. 식 (5)에서 λ_i는 등화기의 선형결합 계수, $\|\cdot\|$는 벡터의 노음(norm)을 나타내며 비선형 함수 $\phi(\cdot)$는 다음과 같은 가우스 함수를 나타낸다.

$$\phi(x)=e^{-x^2/\sigma^2},\qquad x\geq 0 \tag{6}$$

여기서 σ^2는 정의 실수값을 나타낸다.

본 논문에서 가우스 함수의 RBF 등화기에 필요한 파라메터로서 전송로의 임펄스 응답 길이 n에 대해 문헌[3]에 나타낸 풀이의 최적치를 사용하여 표 1과 같이 정리하였다.

표 1.RBF등화기의 $n_r, C_i, \sigma^2, \lambda_i$의 최적치[3]

C_i의 개수 : $n_r=2^{m+n-1}$
중앙값 : $C_i\|_{(1\leq i\leq n_r)}=\begin{cases} O_{+,i} & (1\leq i\leq 2^{m+n-2}) \\ O_{-,j} & (1\leq j\leq 2^{m+n-2}) \end{cases}$
중앙값 의분포 : $\sigma^2=\begin{cases} \sigma_n^2 & (\text{본연구}) \\ 2\sigma_n^2 & (\text{가우스함수}) \end{cases}$
선형결합계수: $\lambda_i\|_{(1\leq i\leq n_r)}=\begin{cases} +1 & C_i\in O_{+,i} \\ -1 & C_i\in O_{-,j} \end{cases}$

III. 지수함수 연산을 필요로 하지 않는 비선형 함수의 사용

본 논문에서는 식(6)의 지수함수를 대신할 수 있는 비선형 함수로

$$\phi(y)=\left(\frac{\sigma^2}{y^2+\sigma^2}\right)^k \qquad y\geq 0 \qquad (7)$$

를 사용한다. 이 비선형 함수는 가우스함수와 같은 모양으로 중앙값과 그 분포를 가지나 지수함수의 연산을 피할 수 있게 되어 등화기를 사칙연산만으로 구성시킬 수 있다. 여기서 $k=2$로 하였으며 전송로의 전달함수를 $1+0.5z^{-1}$, 비선형 왜곡의 정도를 $D_2, D_4=0$, $D_3=-0.9$로 하였으며 수신신호 벡터의 요소개수를 $m=2$로 하였다. 또한 $n=2$, $m=2$의 경우의 결정경계는 그림 2와 같으며 표2에 결정영역의 좌표값을 나타내었다.

표2. 탭 2개일 때 결정영역 좌표값

x(t-2)	x(t-1)	x(t)	r(t-1)	r(t)
-1	-1	-1	+1.5375	+1.5375
-1	-1	1	+1.5375	+0.3875
-1	1	-1	+0.3875	-0.3875
-1	1	1	+0.3875	-1.5375
1	-1	-1	-0.3875	+1.5375
1	-1	1	-0.3875	+0.3875
1	1	-1	-1.5375	-0.3875
1	1	1	-1.5375	-1.5375

그림2 제안함수($k=2$)에 의한 결정영역(실선)과 $O_{+,i}$(△표) 및 $O_{-,j}$(X표)의 좌표

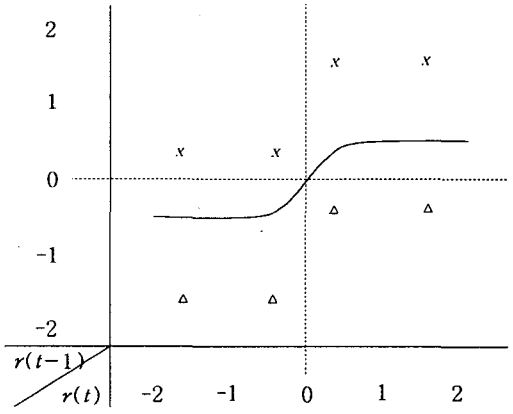


표2는 $r(t)$ 값을 나태는 표이다. 탭수가 2개 일 경우 총8가지가 나타나고 수신단에서는 위 값들을 등화기의 결정영역의 값 C_i로 사용하여 송신단의 값을 판단하게 된고 출력추정값은 $\hat{x}(t-2)$ 값이 된다. 그리고 탭수를 3개로 늘릴 경우 결정영역의 값은 위에서 알 수 있듯이 총 16개의 경우로 나타나고 그것에 대한 출력측정값은 $\hat{x}(t-3)$이 된다.

그림 2에서 실선은 제안한 함수 (k=2)에 의해 실현될 수 있는 결정 영역이며 △표는 $O_{+,i}$, X표는 $O_{-,j}$의 좌표를 나타낸다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

전송로특성을 $1.0+0.5z^{-1}$ $D_2=D_4=0$ $D_3=-0.9$ $d=2$ 으로 하여 등화기의 등화 특성을 컴퓨터 시뮬레이션 하였다. 사용된 비선형 함수 (k=2)에 의한 RBF등화 특성과 가우스형 RBF등화기의 비트오율 특성을 그림3, 그림4에 나타내었다.

그림 3. 비트 오율 특성의 비교

($H(z)=1+0.5z^{-1}$, $D_2, D_4=0$, $D_3=-0.9$, $d=2$)

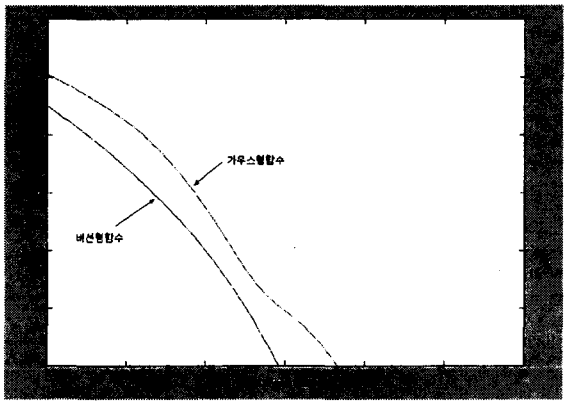
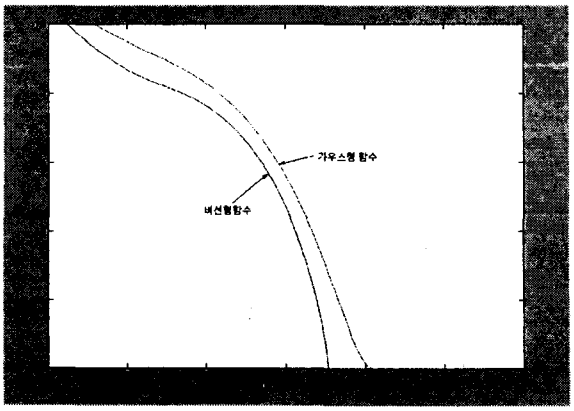


그림 4. 비트 오율 특성의 비교

($H(z)=1+0.5z^{-1}$ $D_2=1.0$ $D_3=0.7$ $D_4=0.5$ $d=2$)



V. 결론

본 연구에서는 설정한 비선형 전송로모델에 대하여 가우스형 RBF등화기에서 사용하는 가우스함수를 대신하여 지수연산을 필요로 하지 않는 비선형 함수를 사용하여 RBF등화기의 동작특성을 비교 검토하였다.
그 결과 비선형 함수를 사용한 RBF 등화기는 가우스형 RBF 등화기에 비해 송신신호 추정에 필여한 연산량이 크게 감소함을 알 수 있었다.
한편 비선형 함수의 분산을 크게함에 따라 추정신호의 결정경계로부터의 마진이 증가되어 비트오율을 감소시는 특징이 있다. 또한 제안하는 비선형에 의한 추정신호의 +1,-1로의 결정영역과 좌표설정방법을 통하여 결정경계의 설정 방법을 보였다.

참고문헌

[1] S. Chen, J.G. Gibson, N.F.C. Cown and M.P. Grant, " Adaptive equalization of finite non-linear channels using multilayer perceptrons." Signal Process., vol.20, pp107-119, 1990

[2] S. Chen, B. Mulgrew and M.P. Grant, "A clustering technique for digital communications channel equalization using radial basis function networks." IEEE Trans. Neural Networks, vol.4 no.4, pp 570-579, 1993.

[3] M. Miyake, K. Oishi and S. Yamaguchi, "Fast stat-up RBF equalizer wth gaussian expansion function for nonlinear channels." IEICE(A), vol.J79-A, no.4, pp889-900, April, 1996

[4] S. Chen, J.G. Gibson, N.F.C. Cown and M.P. Grant,"Reconstruction of binary signals using an adaptive radial-basis-function equalizer." Signal Process., vol.21,pp77-93, 1991