

境界要素法을 이용한 龜裂先端 圓孔의 영향 평가 The Effect evaluation of the hole near a crack tip by Boundary Element Method

이 대 영*, 김 성 재 (경희 대학교 대학원)
오 환 섭 (경희 대학교 기계·산업시스템 공학부 교수)

ABSTRACT

In this paper, in order to study the geometric factor effect of a circular hole near a crack tip in a semi-infinite plate, the Dimensionless Stress Intensity Factor, $F(= \frac{K}{\sigma \sqrt{\pi a}})$ is analyzed at the crack tip using a two Dimensional Boundary Element Method (BEM) program which is known as superior in Fracture Mechanics. Kelvin's solution was used as a fundamental solution in BEM analysis and displacement extrapolation method was used to determine Stress Intensity Factor.

주요기술용어: BEM (Boundary Element Method, 경계요소법), S.I.F (Stress Intensity Factor, 응력확대계수)

Nomenclature

- a : Crack equivalent length
- K : Stress Intensity Factor(S.I.F)
- $\frac{da}{dN}$: Fatigue crack propagation rate
- F : Dimensionless stress intensity factor in semi-infinite plate
- σ : Normal stress
- N : Number of cycle
- d : Circular hole diameter

1. 서 론

결함이나 균열을 내포하고 있는 기계나 구조물의 수명 및 강도를 평가하는데 있어서의 중요한 매개변수로서 응력확대계수가 있다. 이는 형상과 하중의 함수로 표시되어지며, 아울러 균열의 성장 여부는 응력확대계수에 지배당하므로 이를 정확히 구한다는 것은 구조물의 안전을 위하여 매우 중요하다.

균열을 내포하고 있는 실제구조물은 항상 이론적인 해석이 가능한 단순한 형상을 하고 있는 것이 아니라, 복잡한 형상 및 하중조건을 가지고 있으므로 도식화 된 값에 이를 적용할 수 없다. 따라서 이와 같은 구조물의 해석에 공업설계에 적용 가능한 정확도를 가지는 수치적 계산이 요구되어진다. 본 연구에서는 이러한 경계요소법을 이용하여 평면응력하에서 균열선단에 존재하는 원공의 주요인자가 균열의 성장 거동에 어떠한 영향을 미치는지를 응력확대계수를 구하여 연구해 보고자 한다.

무한판 내의 원공에서 파생된 균열에 대한 응력확대계수의 해석은 오랫동안 아주 유용하게 쓰여져 왔다. 이에 대한 처음 연구는 Bowie¹⁾에 의해서 이루어 졌고, 그 후 J. Tweed, D.P. Rooke²⁾가 반무한판 원형 Hole에 대한 문제에 대하여 정확한 해를 구하고자 하는 연구가 있었다. 무한판보다 더 많은 경우 적용되는 유한판에 대하여 원공에서 파생된 균

열에 대한 문제를 Newman³⁾이 Boundary collocation technique을 이용하여 응력확대계수를 처음으로 구하였다. 이후 최근까지 유한판 내의 원공에 대한 응력확대계수에 대한 연구가 Wang, Cheung and Woo⁴⁾에 의해서 이루어졌다.

유한요소법을 이용하여 David. T. Read, Robert H. Dodds⁵⁾가 균일한 간격으로 원공이 있는 무한판에서 균열의 응력확대계수와 인접 원공과의 영향을 해석하였다. A.S. Kuo, M. Levy⁶⁾는 항공기나 구조물의 Rivet 원공에서 발생하는 균열에 대한 응력확대계수를 유한요소법을 이용하여 해석하였다.

또한 실험적으로 균열선단의 원공의 영향에 대한 검토가 김⁷⁾에 의하여 이루어졌는데 김은 이 연구에서 균열선단에 존재하는 원공의 결합이 균열의 성장 거동에 어떠한 영향을 미치는지를 정적 및 동적하중에서 균열선단의 소성역과 균열전파거동에 대하여 연구하였다.

2. 균열선단 원공의 수치해석 모델

Fig 1 에서와 같이 균열길이 $a(=1\text{mm})$ 에 대하여 충분히 반무한판을 실현할 수 있는 폭 $30a$, 길이 $340a$ 인 판재의 균열선단에 지름 $d=1.5a, 1.25a, 1.0a, 0.5a$ 인 원공이 존재할 때 각각의 경우에 대하여 균열의 응력확대계수를 Kelvin 해를 이용한 BEM 해석을 통하여 구했다.

원공의 위치와 균열의 길이에 대한 구체적인 해석모델은 Fig. 2 와 같으며 정확한 수치해석을 위하여 원공이 있는 경우에 대해서는 영역분할법을 이용하였고 응력확대계수는 균열 Mode I 에 대하여 구하고 이를 무차원응력확대계수 $F(= \frac{K}{\sigma\sqrt{\pi a}})$ 로 나타내어 비교하였다.

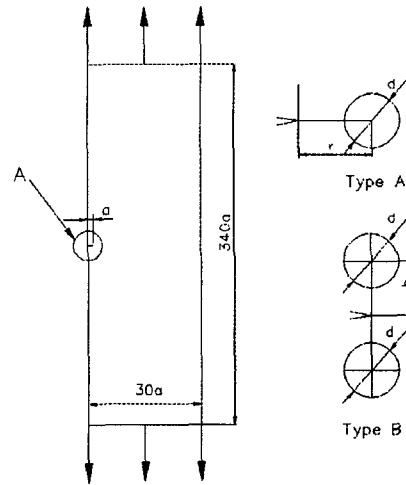


Fig. 1 Geometry of analysis model

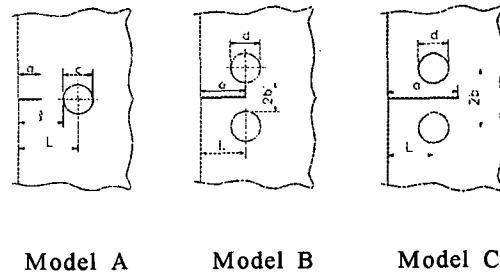


Fig.2 BEM analysis models of type A and B

3. 균열선단 원공의 영향 평가

본 연구에서 사용된 BEM-2D 프로그램의 신뢰성과 해석 모델링의 정확성을 확인하기 위하여 균열선단과 원공 사이의 거리가 일정할 때 Body force method를 사용한 H. Nisitani⁸⁾의 결과를 기준으로 BEM의 해석결과와 비교하였다.(Fig.3)

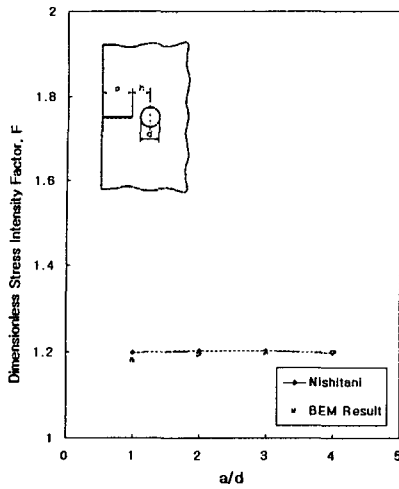


Fig. 3 Comparison between reference solution and BEM result

그 결과 최저 0.11% 에서 최대 1.33%, 평균 0.593% 로 잘 일치하였으며, 특히 균열길이 점차 증가할수록 그 차이는 점차 줄어들어 갈 수 있었다.

3.1 균열진행방향 ($\theta = 0^\circ$)에 한 개의 원공이 존재하는 경우 응력확대계수 거동

Fig. 4 는 균열의 진행방향으로 한 개의 원공이 존재하고 균열이 원공을 향하여 진전될 때 균열의 응력확대계수를 구하여 무차원응력확대계수 $F(= \frac{K}{\sigma\sqrt{\pi a}})$ 로 나타내었다.

해석결과 $d/a=0.5$ 보다 $d/a=1.0$ 에서 균열이 원공에 접근할수록 급격한 F 값의 변화를 보임을 알 수 있었다. $d/a=0.5$ 의 경우는 $a/l < 0.5$ 에서 원공의 영향이 거의 없음을 알 수 있었고 초기 균열($a/l < 0.3$)에서는 원공이 없는 반무한판 균열선단에서의 F 값 1.12 로 수렴함을 알 수 있었다. 균열이 원공에 거의 접근하는 $a/l = 0.9$ 에서도 F값에는 큰 변화가 없음을 알 수 있었다. $d/a=1.0$ 은 균열의 진전에 따라 점차 증가하다 원공과 합체되기 직전에는 급격히 증가함을 알 수 있었다.

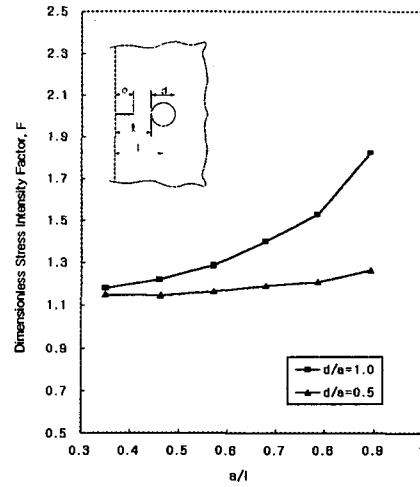


Fig. 4 Crack growth simulating model A by BEM

3.2 균열진행방향의 직각방향으로 두 개의 원공이 ($\theta = 90^\circ$) 존재하는 경우 응력확대계수 거동

정지균열 a에서 원공사이의 최단 거리 $2b'$ 가 균열의 응력확대계수에 미치는 영향을 알아보기 위한 해석의 결과는 Fig. 5와 같으며, 이때 $2b'$ 가 원공의 크기에 영향을 받는지 알아보기 위해서 보다 다양한 크기의 원공, $d=1.5a, 1.25a, 1.0a, 0.5a$ 대하여 수치해석 하였다.

그 해석결과 $d=1.5a$ 인 경우는 F 값의 변화가 거의 없이 일정함을 알 수 있었고, 다른 나머지 원공의 크기에서도 거리 $b'/a > 0.5a$ 에서는 원공 크기의 영향이 거의 없음을 알 수 있었다. 그러나 $b'/a < 0.5a$ 에서는 $d=1.5a$ 를 제외하고는 모두 급격한 F 값의 증가를 보였다. 따라서, $d=1.5a$ 인 경우는 원공사이의 최단 거리 $2b'$ 에 대하여 F값의 변화에 크게 의존하지 않음을 알 수 있었다.

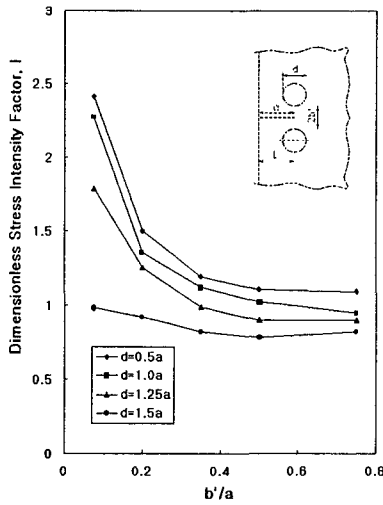


Fig. 5 Crack growth simulating model B by BEM

3.3 두 개의 원공이 균열선단뒤 ($\theta > 90^\circ$) 에 존재하는 경우 응력확대계수에 대한 영향

Fig 6 은 균열의 직각방향으로 있는 두 원공을 지나 균열이 진전하는 경우, 두 원공이 균열의 응력확대계수 거동에 미치는 영향에 대한 수치해석 결과이다.

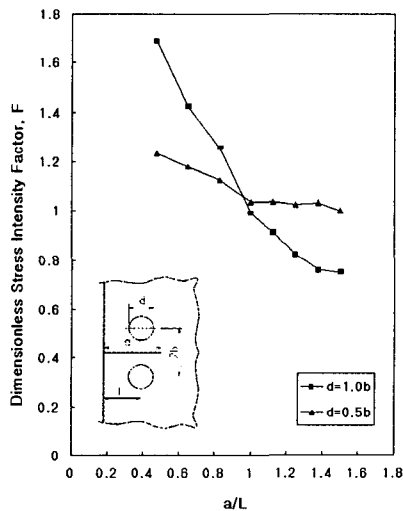


Fig. 6 Crack growth simulating model C by BEM ($b = L, d = b$)

$a/L=1.0$ 전후로 원공의 크기 $d=1.0b$ 과 $0.5b$ 이 응력확대계수에 서로 상이한 영향을 미침을 알 수 있었다. $d=0.5b$ 에서는 F 값이 완만한 결과를 보이면서 균열이 원공사이를 지나갈 때 서서히 감소되지만 $d=1.0b$ 에서는 보다 급격한 변화를 보이면서 균열이 원공사이를 지난 후에는 현저히 저하됨을 알 수 있었다. 따라서 이 경우는 후단에 형성된 원공으로 인하여 균열의 진전이 억제되고 있음을 알 수 있었다. 그러나 $a/L > 1.6$ 이후에서는 더 이상의 급격한 F 값의 변화 없이 완만했다.

3.4 피로균열선단에 원공이 존재하는 경우 응력확대계수 거동과 Slip의 발생 특성

본 연구와 동일한 해석 모델에 대하여 김⁷⁾ 은 실험을 통하여 Fig. 7 과 Fig. 8 같이 원공과 균열사이에 발생하는 Slip의 특성을 확인하였다. Fig. 7 은 균열선단과 원공의 중심 사이에 이루는 각도 θ 에 대하여 $\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 일 때 각각의 경우 Slip의 발생특성을 나타내었다. $\theta=45^\circ$ 에서 $\theta=90^\circ$ 로 갈수록 점차 균열선단에 Slip의 발생범위는 점점 더 작아짐을 알 수 있고 이는 균열선단에 존재하는 원공의 영향에 기인한 것임을 알 수 있다.

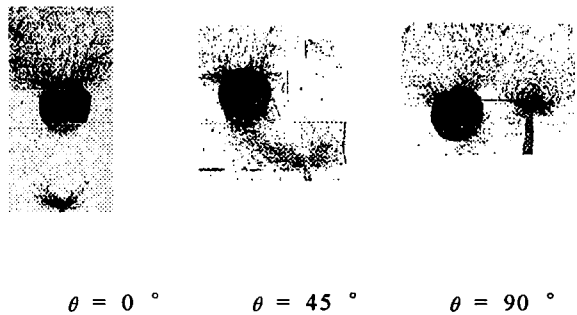


Fig 7 Shape of plastic zone at crack- tip depend on angle θ (between crack tip & circle center) (Ref. 7)

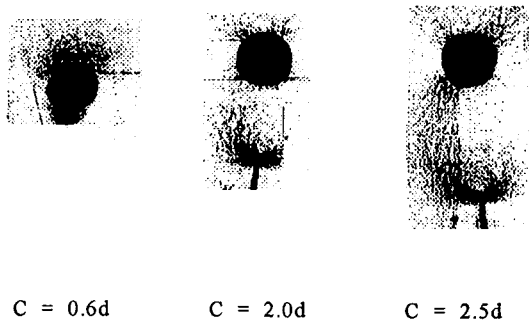


Fig. 8 Shape of plastic zone at crack-tip depend on distance, C(between crack tip & circle center) (Ref. 7)

Fig. 8 은 원공의 크기 $d=0.5\text{mm}$ 이고 $\theta = 0^\circ$ 인 경우 균열의 진행방향으로 원공이 존재하는 경우로 균열이 원공과 합체되는 $C=0.6d$ 에서의 Slip은 $C=2.0d$, $C=2.5d$ 의 경우와 거의 변화가 없음을 알 수 있고, 오히려 그 범위는 $C=2.0d$ 와 $C=2.5d$ 와 비교하였을 때 더 작음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 경계요소법을 이용하여 평면응력하에서 반무한판의 균열선단에 존재하는 원공의 기하학적인 주요인자가 균열의 성장 거동에 어떠한 영향을 미치는지를 응력확대계수를 구하여 연구해 보고자 하였다. 본 연구의 중요한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) BEM-2D 프로그램을 이용하여 반무한판 균열의 무차원응력확대계수 $F(=\frac{K}{\sigma\sqrt{\pi a}})$ 구하여 기존에 알려져 있는 H. Nisitani의 해와 비교한 결과 균열길이에 상관없이 매우 잘 일치함을 확인하였다.

2) 균열진행방향에 있는 $d/a < 0.5$ 인 원공은 균열의 무차원응력확대계수에 미치는 영향이 거의 없음을 확인할 수 있었다. 즉 균열진행방향에 $d/a < 0.5$ 인 원공이 균열에 미치는 영향은 무시될 수 있음을 확인하였다.

3) 균열진행방향의 직각방향으로 두 개의 원공이 존재하는 경우 원공크기 $d=1.5a$ 에서는 원공과 균열선단까지의 최소거리 b' 에 무관하게 무차원응력확대계수가 일정하므로 원공이 균열에 미치는 영향은 거의 없음을 확인할 수 있었다. 하지만 $d=1.5a$ 이하에서는 원공의 크기에 상관없이 최소거리 b' 에 의존성이 있음을 확인하였다.

참고 문헌

- 1) O. L. Bowie, Analysis of an infinite plate containing radial cracks originating at the boundary of an integral circular hole. *Journal of Mechanics and Physics* 35, 1956, pp60-71
- 2) J. Tweed and D. P. Rooke, "The distribution of stress near the tip of a radial crack at the edge of a circular hole", *International Journal of Engineering Science* 11, 1973, pp1185-1195
- 3) J. C. Newman, "An Improved Method of Collocation for Stress Analysis of Cracked Plates with Various Shaped Boundaries", 1971, NASA Report TN D-6376
- 4) Y. H. Wang, Y. K. Cheung and C. W. Woo, "The stress intensity factor of a crack emanating from a circular hole in a finite plate by boundary collocation method", *International Journal of Fracture* 43, 1990, pp97-108.
- 5) R. H. Dodds, "Stress Intensity factors for cracks in panels with uniformly spaced holes." *Structural engineering and engineering material*, SL Report 85-1, University of Kansas Center for Research Inc., Lawrence, Kansas, April 1985, pp35.
- 6) A. S. Kuo, S. Saul and M. Levy, "Stress intensity factor for two cracks emanating from two holes and approaching each other", *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 17 No. 3, 1983, pp281-288

- 7) Seong Jae, Kim, Effect of the through hole-defect on crack growth and propagation in the thin plate type 304 stainless. 1989
- 8) H. Nisitani, K. Saito and N. Hara, "Stress intensity Concentration due to an elliptical hole or crack existing near a notch under tension or longitudinal shear, Trans. Japan Soc. Mech. Engrs. Vol. 39, No. 324, 1973, pp2312-2322