

회귀신경망을 이용한 슬라이딩 모드 제어
(Sliding Mode Control based on Recurrent Neural Network)

홍경수(숭실대학교), 이건복(숭실대학교)

Kyung Soo Hong(Graduate School, Soongsil Univ.), Gun Bok Lee(Soongsil Univ.)

ABSTRACT

This research proposes a nonlinear sliding mode control. The sliding mode control is designed according to Lyapunov function. The equivalent control term is estimated by neural network. To estimate the unknown part in the control law in on-line fashion, A recurrent neural network is given as on-line estimator. The stability of the control system is guaranteed owing to the on-line learning ability of the recurrent neural network. It is certificated through simulation results to be applied to nonlinear system that the function approximation and the proposed control scheme is very effective.

1. 서론

산업화의 진전과 더불어 산업용 로봇의 역할이 증대됨에 따라 로봇의 성능을 향상시키기 위한 연구도 활발히 이루어지고 있다. 로봇들은 대부분 그 동특성이 비선형적이며 각 조인트 사이에 커플링이 존재하므로 고속, 정밀 제어가 용이하지 않다. 또한 모델 파라미터들을 정확히 측정하는 것은 쉬운일이 아니다. 따라서 이러한 상황에서도 견고하고 빠른 응답을 기대할 수 있는 제어방법이 요구되어진다.

슬라이딩 모드 제어 기법은 슬라이딩 평면상에서 불연속적인 제어 입력을 가함으로서 이루어지는데 모델 파라미터의 불확실성이나 알려지지 않은 외란에 대해서 강인함을 보이고 있다. 그러나 슬라이딩 평면 상에서 발생하는 고주파의 채터링 현상과 알려지지 않은 상태변수로 인한 등가 제어 입력 계산이 어렵다는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 Slotine은 경계층을 고려하였고⁽¹⁾ Zhou와 Fisher는 시변 시스

템에 대하여 연속 슬라이딩 모드 제어를 사용하였다⁽²⁾.

최근에는 함수 근사화가 뛰어난 신경회로망을 이용하여 불확실성을 보상하는데 사용하였다. Morioka와 Wada는 역전파(Back Propagation) 알고리즘을 사용하여 슬라이딩 모드 제어법에서 등가 입력을 추정하였다.^{(3),(4)}

그러나 역전파 알고리즘은 계산상의 단순성 때문에 널리 알려져 있으나 다음과 같은 단점을 가지고 있다. 첫째, 수렴속도가 더디며, 둘째, 충분히 만족할 만한 결과를 얻기 위해서는 많은 뉴런 개수와 계산 횟수가 많아야 한다. 셋째, 학습할 때 평균 자승 오차(mean square error)법을 사용하므로 완전한 안정성을 보장할 수 없다. 본 연구에서는 이러한 단점을 보완하는 회귀신경망(Recurrent Neural Network)을 제안한다. 회귀신경망을 사용하여 계산상의 복잡함은 있지만 빠른 수렴정도와 적은 수의 뉴런을 사용하여 충분한 결과를 얻을 수 있음을 보이게 될 것이다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 우선 2장에서 슬라이딩 모드 제어법을 소개하고 3장에서 회귀신경망의 구조와 특징을 알아본다. 4장에서 회귀 신경망을 이용한 슬라이딩 모드 제어법을 도출하여 5장에서 시스템에 4장에서 도출한 뉴로 슬라이딩 모드 제어를 적용하여 제어가능함을 보인후 마지막으로 6장에서 결론을 내린다.

2. 슬라이딩 모드 제어

비선형 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u + d(x, t) \tag{2.1}$$
$$x \in R^n, u \in R^m, B = \hat{B} + \Delta B(x, t)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력 벡터, $d(x, t)$ 는 외부 외란을 나타낸다. $B(x, t) \in R^{n \times m}$ 을 나타내고, ΔB 는 입력 행렬의 불확실성을, \hat{B} 는 윗식에서 입력 행렬 추정화한 값이다.

또한 윗식에 대하여 다음의 가정이 적용된다.

1. $f(\cdot)$, ΔB 와 $d(\cdot)$ 는 연속적이다.
2. $\Delta \hat{B}$ 와 $\Delta \hat{d}$ 는 정합 조건 $\Delta B = B \cdot \Delta \hat{B}$ 과 $d = B \cdot \Delta \hat{d}$ 을 만족한다.

입력 벡터 u_i 가 다음과 같은 형태로 나타나는 제어 시스템을 가변 구조 시스템이라고 한다.

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(t, x), & \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x), & \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad i=1,2,\dots,m \quad (2.2)$$

여기서 $\sigma_i(x) = 0$ 는 불연속 평면이라고 하고 임의의 수의 $\sigma_i(x) = 0$ 의 교차면이 주변의 상태 변수의 궤적을 구속하여 평면쪽으로 궤적을 유도할 때, 이 평면을 슬라이딩 평면(sliding surface)이라고 한다. $\sigma_i(x)$ 를 스위칭 함수라고 하는데, 이 값은 궤적 $x(t)$ 가 슬라이딩 평면에 접근한 정도를 나타낸다. 시스템 (2.1)의 출력을 $y(t) = h(x(t))$ 라 하고 추적해야 할 신호를 $y_d(t)$ 라 할 때 슬라이딩 모드 제어기 설계는 두 단계로 나뉘어진다. 첫 번째는 $y(t) - y_d(t)$ 를 점근적으로 0으로 만드는 스위칭 함수의 결정이고 두 번째는 궤적들이 이 슬라이딩 평면을 향하게 하는 스위칭 제어 입력의 설계이다. 슬라이딩 평면을 선택하는데 있어서 여러 가지 방법이 사용되고 있다. 즉 슬라이딩 면을 선정하는 방법에는

- i)극 배치법
 - ii)고유벡터 법
 - iii)평가지수를 최소화하는 최적 슬라이딩면을 구하는 방법
 - iv)비선형 슬라이딩 면을 구하는 방법
- 등이 있다. 본 연구에서는 고유벡터 방법을 사용하여 슬라이딩 면을 선정하였다.

3. 회귀 신경망

회귀 신경망은 Fig. 1에서 보듯이 피드포워드(feedforward) 과정과 피드백(feedback)과정을 동시에 가짐으로서 복잡한 시스템을 모델링할 수 있다. N개의 뉴런과 M개의 외부 입력으로 구성

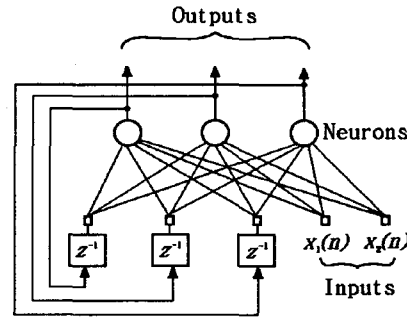


Fig. 1 Architectural graph of a recurrent network

된 신경망을 고려한다면 입력 z 는 $(M+N) \times 1$ 벡터를 가지며 다음과 같다.

$$z_k(n) = \begin{cases} x_k(n) & \text{if } n \in I \\ y_k(n) & \text{if } n \in U \end{cases} \quad (3.1)$$

여기서, I 는 외부 입력일 때의 지수이며 U 는 뉴런의 출력을 나타내는 지수이다. $k \in U$ 일 때, k 번째 뉴런에서의 순 입력은 다음과 같다.

$$s_k(n) = \sum_{i \in U \cup I} w_{ki}(n) z_i(n) \quad (3.2)$$

여기서 가중치 W 는 $N \times (M+N)$ 행렬을 나타낸다. k 번째 뉴런의 출력은 다음과 같이 계산 된다.

$$y_k(n+1) = f_k(s_k(n)) \quad (3.3)$$

여기서 f_k 는 비선형 활성화함수이다.

회귀 신경망은 오차 $e_k(n) = d_k(n) - y_k(n)$ 일 때 다음의 가격함수 J 를 최소화하도록 가중치를 변화시킨다.

$$J(n) = \frac{1}{2} \sum_{k \in C} e_k^2(n) \quad (3.4)$$

특정한 가중치 w_{ij} 에 대해서 미소변화량 $\Delta w_{ij}(n)$ 를 다음과 같이 놓는다.

$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \frac{\partial J(n)}{\partial w_{ij}(n)} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned}
p_{ij}^k(n) &= \partial z_k(n) / \partial w_{ij} \text{라고 놓으면} \\
p_{ij}^k(n+1) &= f_k'(s_k(n)) \left[\sum_{l \in U} w_{kl}(n) p_{ij}^k(n) + \delta_{ik} z_j(n) \right]
\end{aligned} \tag{3.6}$$

일 때 초기값 $p_{ij}^k(0) = 0$ 으로 한다.

그러면 $\Delta w_{ij}(n)$ 은 다음과 같다.

$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \sum_{k \in C} e_k(n) p_{ij}^k(n) \tag{3.7}$$

이제 w_{kl} 는 다음과 같이 갱신된다.

$$w_{kl}(n+1) = w_{kl}(n) + \Delta w_{kl}(n) \tag{3.8}$$

4. 제어기 설계

슬라이딩 평면을 선택한 후에는 운동방정식이 슬라이딩 모드에 있도록 제어 입력을 주어야 한다. 슬라이딩 모드를 가지는 가변 구조 시스템의 이론에서 다음의 불연속 입력은

$$u = F(x, t) \text{sign}(\sigma)$$

이며 이는 슬라이딩 평면 s 에서 식(2.1)에 대한 슬라이딩 모드를 갖게 한다. 슬라이딩 모드 운동은 이른바 등가 제어 방법을 사용함으로써 표현되어 질 수 있고 바로 등가 제어로 표현된 가상의 연속적인 입력은 다음의 대수 방정식 $\dot{s} = G \times \dot{x} = 0$ 을 연산함으로써 구해진다. 즉

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma} = S \dot{x} = S(Ax + Bu) &= 0 \\
\Rightarrow U_{eq} &= -(SB)^{-1} SAx
\end{aligned} \tag{4.1}$$

식(4.2)를 식(2.1)에 대입하면 등가 제어를 갖는 슬라이딩 모드 운동을 구할 수 있다.

이제 고유벡터법으로 슬라이딩 평면을 선택한 시스템 (2.1)에 대하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 선택한다.

$$V = \frac{\sigma^T \sigma}{2} \tag{4.2}$$

Lyapunov 함수의 도함수를 다음과 같이 잡으면 $\sigma(x, t) = 0$ 의 해가 안정할 것이다.

$$\frac{dV}{dt} = -\sigma^T D \sigma \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} = \sigma^T \frac{d\sigma}{dt} \text{ 와 식(4.3)으로부터} \\
\sigma^T (D\sigma + \frac{d\sigma}{dt}) = 0
\end{aligned} \tag{4.4}$$

가 구해지고 $\sigma \rightarrow 0$ 으로 가면 다음 조건을 만족한다.

$$D\sigma + \dot{\sigma} = 0 \tag{4.5}$$

식 (4.5)에 σ 를 고려한

$\frac{d\sigma}{dt} = Gf + GBu + Gd - \frac{d\Phi}{dt}$ 의 관계식을 대입하여 u 를 구하면

$$\begin{aligned}
u &= -(GB)^{-1} (Gf(x, t) + Gd(x, t) - \frac{d\Phi}{dt}) \\
&\quad - (GB)^{-1} D\sigma \\
&= u_{eq} - (GB)^{-1} D\sigma
\end{aligned} \tag{4.6}$$

시스템 (2.1)에 대하여 제어 입력 (4.6)은 불연속 제어 형태가 없는 슬라이딩 평면위의 슬라이딩 모드의 존재를 보장하고 또 식 (4.6)으로 나타나는 제어기는 슬라이딩 모드에서 등가 입력이다. 제어기 (4.6)을 계산하기 위해서 등가 제어에 대한 정보를 알아야 하는데 실제적으로는 알기 어렵다. 이 문제를 해결하기 위해서 신경회로망을 사용하여 다음의 방법으로 함수 근사화를 시킨다. 먼저 비선형 함수의 선형 결합인 $f + d$ 는 신경회로망으로 재배치된다. 다음에는 실제 입력 행렬 B 은 추정된 값으로 재배치된다. 그러면 식 (4.6)은

$$\begin{aligned}
u &= -(G\hat{B})^{-1} (GN(x, t) - \frac{d\Phi}{dt}) - (G\hat{B})^{-1} D\sigma \\
&= \hat{u}_{eq} - u_L
\end{aligned} \tag{4.7}$$

식 (4.7)로부터 식(4.2)은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= \sigma^T \frac{d\sigma}{dt} \\
&= \sigma^T (G(f + \Delta Bu + d - N)) - \sigma^T D\sigma
\end{aligned} \tag{4.8}$$

위의 방정식으로부터 신경 회로망은 다음의 조건을 만족하도록 학습을 시킨다.

$$\|G(f(x, t) + \Delta B(x, t)u + d(x, t)) - GN(x, t)\| < \|Dd\| \quad (4.9)$$

그러면 $\frac{dV}{dt} < 0$ 인 조건을 만족하고 결국 σ 가 0으로 가게 된다. 제어기로서 식 (4.6)을 사용해서 다음의 식으로 정의된 추정된 오차 J 를 정의할 수 있다

$$J = G(f(x, t) + \Delta B(x, t)u + d(x, t)) - GN(x, t) \quad (4.10)$$

이 J 는 다시 다음과 같다.

$$J = D\sigma + \dot{\sigma} \quad (4.11)$$

회귀신경망을 이용하여 식(4.11)을 최소화 하도록 학습시킨다.

5. 시뮬레이션

시뮬레이션은 회귀신경망이 식(4.9)를 만족하기 위해서 함수 근사의 정도가 어떠한지 먼저 살펴본다. 비선형 함수가 다음과 같다고 설정한다.

$$x_1(n+1) = 0.4 \sin[\cos x_1(n) + 1.5u(n)]$$

$$x_2(n+1) = 0.3 \sin[x_1(n) \cdot x_2(n) + u(n)]$$

초기값은 $x_1(0) = -0.1$, $x_2(0) = 0.8$ 에서 시작하였고, 가중치와 초기 입력값은 0부터 1사이의

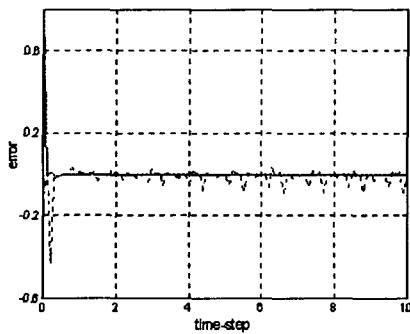


Fig. 2 The error between nonlinear system output and RNN output (2 iteration)

랜덤값으로 주었다. 뉴런의 개수는 3개로 하였으며 각 시간 간격당 회귀회수는 4회로 하였다. 비선형 활성화함수는 $\tanh(x)$ 로 하였다.

$$d_1(n) = 3 \sin(0.2(n)) \text{와}$$

$$d_2(n) = \sin(0.3(n)) \text{를 외란으로 주었다.}$$

다음은 비선형 함수에 대해서 앞서 제안한 제어기를 통해서 시뮬레이션을 행한다.

$$x_1(n+1) = \sin(x_1(n) + x_2(n))$$

$$x_2(n+1) = -x_1(n) + \cos(x_1(n) \cdot x_2(n)) + u(n)$$

초기값은 $x_1(0) = 0.2$, $x_2(0) = -0.5$ 으로 하고 각 시간 간격당 회귀회수는 4회, 뉴런 개수는 4개로 하고 나머지 초기 조건은 앞서 행한 시뮬레이션에서의 조건과 같이 하고 로 정한다.

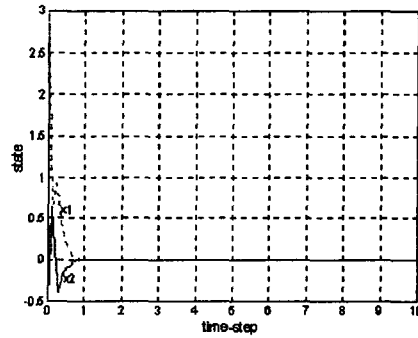


Fig. 4 State response for the RNN estimator of the SMC

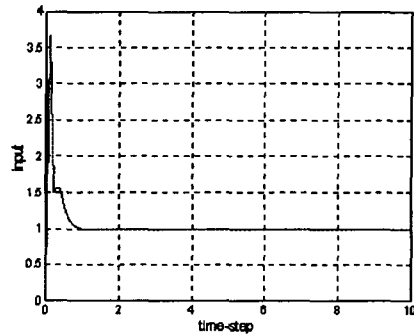


Fig. 5 input of the SMC

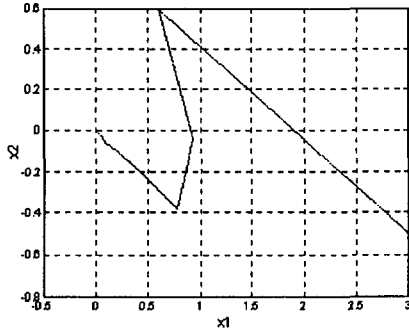


Fig. 6 Phase plane for the RNN estimator of the SMC

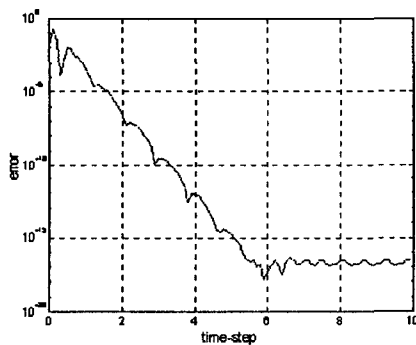


Fig. 7 Estimator absolute errors in the log scale for the RNN of the SMC

6. 결론

본 논문에서는 신경회로망을 이용한 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 신경회로망은 William 과 Zipser가 제시한 회귀신경망을 이용하였으며 슬라이딩 모드 제어기가 가지고 있는 단점, 즉 모든 상태변수값을 정확한 정보를 획득하기 위해 회귀신경망을 통해 추정하였다. 이렇게 추정된 값이 등가입력으로 사용되어 제어를 수행하였다. 역전파 알고리즘을 사용할 때는 계산상의 단순함 때문에 함수 근사화에 널리 사용하였으나 많은 뉴런 개수와 그로 인한 더딘 수렴속도에 대한 성능향상을 위해 회귀 신경망을 사용하였다. 본 시뮬레이션에서 보듯이 적은 수의 뉴런 으로도 의

란을 갖는 비선형 시스템에 대해서 추정하는 정도가 만족할 만 하였고, 제안된 뉴로 슬라이딩 모드 제어기를 통해서 에러가 10-15 이상의 값을 보이면서 제어가 이루어짐을 보았다. 또한 빠른 수렴 정도를 보임을 알수 있다.

7. 참고문헌

[1] Slotine, J.J., "Sliding controller design for non-linear systems", *Int. J. Control*, vol 40, no.2 pp.465-492, 1984

[2] Zhou, F., and Fisher, D.G., "Continuous sliding mode control," *Int. J. Control*, vol 55, pp. 313-327, 1992

[3] Morioka, H., and Wada, K., "Sliding Mode Control with Estimated Equivalent Control for MIMO Affine Nonlinear Systems," *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp 1541-1557, 1996

[4] 오중현, "슬라이딩 모드 이론에 기초한 온라인 신경회로망 제어", *숭실대학교 석사학위 논문*, 2000

[5] Williams, R. J., and Zipser, D., "A learning algorithm for continuously running fully recurrent neural network", *Neural Computation*, vol 1, pp270-280, 1989

[6] Chow, T.W.S., and Fang, Y., "Recurrent neural network based real-time learning control strategy applying to nonlinear systems with unknown dynamics", *IEEE Trans. Ind. Electronics*, vol 45, pp 151-161, 1998