

납기지연을 고려한 수송단위에 의한 수송량의 결정 모형 Optimal Distribution Model under Consideration of Transportation Unit and Backlogging Cost

안준홍 / 박우철 / 최경현
한양대학교 산업공학과

Abstract

본 연구에서는 정적시간하에서 다품종을 생산하는 다수의 공장과 수요지가 있을 때, 각 공장의 생산량과 각 수요지로의 수송단위의 수를 결정하는 문제에서 납기지연비용 및 수송비용을 최소화하는 수송량을 결정하는 새로운 수리 최적화모형을 제안한다. 이 모형에서는 기존과는 달리 제품수송단위별 비용을 적용하고, 또한 납기지연에 따른 벌칙비용을 고려함으로써 보다 실제적인 응용이 가능토록 하였다.

1. 서론

수송모형은 많은 연구가 있어왔고 지금도 생산과 재고 등의 분야와 연관되어 연구가 진행되고 있다. 1960년대 이후에는 생산과 수송환경을 통합한 SCM (Supply Chain Management)의 연구가 활발해지면서 수송은 수송자체의 문제가 아닌 전반적인 산업환경과 연관되어 그 중요성이 커져 가고 있으며 관련 논문도 꾸준히 발표 되고 있다.

SCM의 정의와 1960년 이후 다루어지는 SC (Supply Chain)에 대한 기존연구의 모형과 수행능력 평가를 방법별로 보여주는 Beanmond (1998)와 Simpson and Vakharia (1999)는 SCM에 관련된 수송뿐 아니라, 생산과 재고에 관한 기본형을 정리하였으며, Brandimarte and Villa (1995)는 수송과 생산, 재고에 대한 체계적인 모형의 발전과정을 보여주고 있다. Blanc, Clarke and Griffin (1998)은 생산/분배 시스템에서 제품의 출하시점과 인력의 할당, 분배센터 상호간의 분배량과 경로계획, 분배센터에서 고객으로의 분배량과 경로계획을 구하는 모형을 구성하였다. Bostel and Dejax (1998)는 수송단위 (Transportation Unit)인 컨테이너를 기차에 할당하는 문제를 모형화 하였는데, 각 역에서 적재와 하역을 가장 빨리 할 수 있도록 컨테이너를 기차에 할당하는 문제를 다루고 있다. Fumero and Vercellis (1999)는 생산과 재고, 수송, 경로문제를 통합하는 모형을 구성하고 분해절차(decomposition procedure)를 이용하여 모형의 제약식들을 각 문제의 특성을 가지는 하위문제(sub-problem)로 분해하여 개별적인 최적해를 구할 수 있도록 하였다. Vercellis (1999)는 생산 측면에서 두 단계의 공정을 가지고 각각이 재고 비용과 잔업비용을 고려하며, 생산 외 측면에서 수송비용과 수요손실비용(lost demand cost)을 고려하는 최적화문제를 제안하였다.

앞서 설명한 대부분의 수송 모형들은 납기지연 등에 따른 벌칙비용을 고려하고 있지만, 수송단위를 고려한 문제는 거의 언급하지 않고 있다.

대부분의 수송 모형은 수송이 일어날 경우 일정량 발생하는 고정비용과 제품의 양에 따라 비례하여 발생하는 가변 비용의 두 부분으로 수송비용을 계산하고 있다. 하지만 고정비의 비중이 큰 컨테이너, 트럭 등의 단거리 수송과 같은 문제에 있어 고정비의 비율은 중요성은 상대적으로 커지게 되며, 수송량에 따른 상대비용을 고려하는 것은 비현실적이 된다. 예를 들어 용적이 100인 트럭의 경우 소량을 수송할 경우 가변비용은 전혀 고려되지 않으며, 오히려 최대한 트럭의 용적을 만족시키는 수송량을 결정하는 것이 가장 중요한 결정 요소가 된다.

현재에는 생산되는 제품의 수와 종류가 다양해지고 수요자가 다종의 제품을 요구하는 것이 일반적이 되었으며, 이와 더불어 제품의 공급주기 역시 과거에 비하여 빈번하게 되었다. 이러한 환경 하에서는 수송문제도 개별 제품이 아닌 수송단위를 이용하는 것이 보다 경제적이며, 여러 기업이 같은 수요자에게 수송을 하는 경우에는 수송비용 절감을 위하여 납기일이 비슷한 기업들이 공동으로 수송단위를 사용하여 수송하는 것이 바람직하다. 이러한 경우는 기존의 개별 제품별로 수송비용을 계산하는 모형보다 수송 단위를 고려한 모형을 고려하는 것이 타당하다.

수송단위(Transportation Unit)는 컨테이너 혹은 트럭등과 같이 제품들을 수송하여 일정 지점으로 수송을 할 수 있는 단위로서 그 한 단위 당 수송비용이 발생하고, 수송단위에 제품을 할당하는 것은 수송단위와 제품의 부피에 의하여 결정 된다. 수송단위 부피를 조금 초과하는 제품들이 있는 경우는 수송단위 하나의 수송비용과 납기지연 벌칙비용을

고려하여 초과 분의 수송 여부를 결정한다. 납기지연 벌칙비용(Back-logging Penalty Cost)은 소비자측을 고려한 요소로서 수송비용이 벌칙비용에 비하여 큰 경우 해당 제품들의 수송을 한 시간단위를 지연함에 따른 소비자의 손실에 대해 생산자가 소비자에 지불하는 비용이다.

본 논문은 좀더 현실적인 수송환경의 고려를 위하여 수송단위를 사용하는 모형을 제안하고 있다. 이를 위하여, 수송모형을 네트워크로 구성하고 수송량과 납기지연량이 정수로 구해지는 수리모형을 구성한 뒤 적절한 최적해를 구할 수 있음을 보여주기 위해 수송 모형을 구성하고 실험하는 과정을 거친다.

2. 문제정의 및 수리모형

2.1. 문제정의 및 가정

다양한 제품의 제조와 수요 그리고 소규모 생산자들의 수송연합으로 인하여 수송은 일대 일이 아닌 다대 다의 방법으로 변화하였으며, 과거와 비교하여 보다 빈번한 수송이 이루어지게 되었다. 이에 따라 수송의 효율을 높이려는 관심이 증가 되었다. 빈번한 수송이 이루어 질 경우 수송의 효율은 고정비를 고려하여 수송단위의 용적을 얼마나 채울 수 있는가의 문제가 된다. 이로 인하여 수송비용의 계산방법도 개별제품에 대한 수송비용의 계산이 아닌 수송단위별 수송비용의 결정이 요구된다.

수송단위를 고려한 수송모형은 수송비를 최소화 하기 위해 고객의 수요를 만족시키지 않는 방법을 사용하고 있는데 만족되지 않는 고객의 수요는 나중에 공급되게 되며 이를 납기지연이라고 한다. 이 경우 고객의 불만족이나 계약 불이행에 대한 벌칙비용을 지불하게 된다. 수송단위가 수송되는 비용이 그것에 포함되는 제품들의 납기지연비용 보다 크다면 그 제품들은 해당 기간에 보내지 않고 다음 시간기간에 우선적으로 납품하게 되며, 그 반대의 경우 모든 제품이 수송되게 된다. 이로써 벌칙비용을 고려한 수송량이 결정된다.

본 논문은 수리 모형을 구성하는 네 가지 가정을 가지고 있다.

- ① 각 제품에 대하여 모든 공장의 생산량의 합은 수요를 항상 만족시킬 수 있다.
- ② 제품의 수송은 수송단위에 의하고, 제품을 수송단위에 할당하는 방법은 부피만을 고려한다.
- ③ 납기지연벌칙비용은 수요자와 제품의 종류에 따라 다르게 적용한다.
- ④ 수요자가 요구하는 특정 제품의 요구량은 반드시 해당 시간기간에 만족되어야 한다.

2.2. 기호의 정의

위의 가정을 만족하는 수리모형을 만들기 위하여 아래와 같은 인덱스 및 변수들을 정의한다.

-인덱스

$I = \{1, 2, \Lambda, k\}$: 제품(items)의 인덱스 집합
 $Q = \{1, 2, \Lambda, n\}$: 공장(plants)의 인덱스 집합
 $R = \{1, 2, \Lambda, m\}$: 수요자(retailers)의 인덱스 집합

-매개변수

s_{qi} : q 공장에서 i 제품의 최대 생산량
 d_{ri} : r 수요자의 i 제품의 수요량
 p_{ri} : i 제품이 r 수요자에 납기지연 되는 비용
 t_{qr} : q 공장에서 r 수요자로 제품들을 수송하는 수송단위 당 비용
 w : 수송단위의 용적
 v_i : i 제품의 용적
 l_{ri} : r 수요자에 반드시 보내져야 하는 i 제품의 비율

-결정변수

X_{qr} : q 공장에서 r 수요자로 제품들을 수송하는 수송단위의 수
 Y_{ri} : r 수요자로 납기지연 되어 $t+1$ 시간단계에 수송되어야 하는 i 제품의 양
 U_{qri} : q 공장에서 r 수요자로 수송되는 i 제품의 수

2.3. 수리모형

납기지연과 수송단위를 고려한 수송량 결정 문제의 수리모형은 다음과 같다.

$$\min \sum_{r=1}^m \sum_{q=1}^n t_{qr} X_{qr} + \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^k p_{ri} Y_{ri}$$

subject to

$$\sum_{r=1}^m U_{qri} \leq s_{qi} \quad \forall q \in Q, i \in I \quad (1)$$

$$\sum_{q=1}^n U_{qri} + Y_{ri} = d_{ri} \quad \forall r \in R, i \in I \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^k v_i U_{qri}}{w} \leq X_{qr} \quad \forall q \in Q, r \in R \quad (3)$$

$$\sum_{q=1}^n U_{qri} \geq l_{ri} d_{ri} \quad \forall r \in R, i \in I \quad (4)$$

X_{qr}, Y_{ri} : 정수

목적함수는 납기지연비용과 수송단위를 사용한 총 수송비용을 최소화하는 것으로 첫 번째 부분은 모든 경로에 대한 수송 비용이고, 두 번째 부분은 납기지연에 대한 벌칙비용의 합을 나타내고 있다. (1)번 제약식은 각 공장의 제품별 생산량 제약이다. (2)번 제약식은 수요자의 요구량은 각 공장에서 수요자에 수송되는 제품들의 양과 납기지연되는 제품의 양의 합과 같음을 표현하는 것으로, 납기지연의 발생 여부를 결정하는 (3)번 제약식과

함께 각 공장에서 수요자로 수송되는 수송단위의 수를 결정하는 것이다. 즉, 제약식 (2)와 (3)은 목적식에서 서로 상반관계(trade off)에 있는 수송되는 수송단위의 수와 납기지연 양의 관계를 결정해 주는 것으로, 납기지연에 대한 벌칙비용이 수송비용보다 클 경우 납기지연 수량이 영의 값을 가지게 되며, 그 반대의 경우 납기지연이 이루어진다.

(4)번 제약식은 수요자가 공급받는 특정 제품에 대한 공급량의 하한 비율을 주는 것으로 수리 모형이 벌칙비용만을 고려해 특정제품이 지속적으로 납기지연 되거나, 납품되지 않는 경우가 발생하는 경우를 막기 위한 것으로 이 수리모형이 보다 현실에 맞도록 해준다.

각 공장에서 생산되는 제품을 나타내는 변수 U_{gr} 의 경우 정수로 나타내야 하지만 제약식 (2)에 의해 정수 값을 가지게 된다. 이것은 정수 변수의 개수를 줄임으로 문제의 복잡도(complexity)를 줄일 수 있게 해 준다.

3. 수리모형의 테스트

본 논문에서 제안한 수리 모형이 적절한 최적해를 만들 수 있음을 보여주기 위해 수리모형을 구성하고 해를 구하는 실험을 수행하였다.

모형의 구성과 수리 모형을 발생시키는 것은 MATLAB 을 이용하였고 최적해는 CPLEX 를 이용하여 계산하였다. 실험은 10 개의 공장과 7 개의 수요자 4 개의 제품을 대상으로 하였으며, 이 경우 수리 모형은 378 개의 변수로 구성된 MIP 문제가 된다. <그림 1>은 제안된 모형의 기본적 구성을 나타내고 있다. 이 모형은 공장들과 수요자를 두 개의 노드집합으로 가지며 수송단위에 대한 수송비용을 의미하는 경로(arc)로 연결된 이단 분리 네트워크(bipartite networks) 을 나타내고 있다. 실험결과 각 경로별로 수송되는 수송단위의 수와 납기지연되는 제품의 양을 정수해로 구할 수 있었으며, 정수 변수로 정의되지 않은 생산량 역시 정수해로 구할 수 있었다.

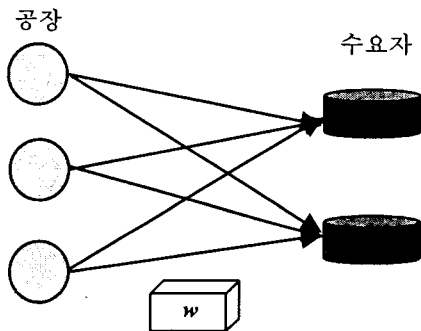


그림 1. 모형의 구조

<그림 2>는 벌칙비용과 수송비용이 고려되어 납기지연이 이루어 지는 경우를 보여주고 있다. 그림에서 각 입방체는 하나의 경로로 수송되는 수송단위들을 나타내고 있으며, 마지막 수송단위의 경우 제품이 부분적으로 적재되게 된다. 이 때, 벌칙비용이 4 인 제품이 12 개 적재되어 있고, 수송단위

는 100, 수송비는 95 라고 할 경우, 수송비용이 벌칙비용보다 크므로 수송은 이루어 지지 않으며, 생산자는 수요자의 요구를 모두 만족시킬 때와 비교하여 47 의 이득을 얻을 수 있다.

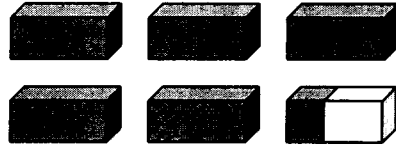


그림 2. 수송단위수의 결정

4. 결론 및 추후 연구과제

본 논문은 수송단위와 납기지연 벌칙비용을 고려하여 정적시간하에서 최소 수송비용과 수송량을 구하는 보다 현실에 가까운 수송모형을 제안한다. 수송단위의 수가 결정이 되면서 수송량과 납기지연비용이 결정되고, 수요자의 수요제품 중 납기지연이 되어서는 안 되는 제품의 품목과 그 양을 함께 고려 할 수 있다. 이 모형의 장점은 지금까지의 수송모형과는 달리 수송단위를 사용한다는 것이다. 이것은 고정 비용이 큰 수송 수단을 사용하는 환경에서 사용이 될 수 있다.

본 연구는 수송단위와 벌칙비용을 고려하는 모형을 수립하는데 있어 가장 기본적인 부분만을 제시하고 있다. 이 모델은 다음과 같은 추가적 연구를 통해 보다 다양하게 발전될 수 있다.

첫째, 현재의 모형은 다기간(multi-period)으로 확장하여 납기지연 외에 조기납기를 고려할 수 있게 한다. 조기 납기는 수요자 측면에서 보유비용(holding cost)을 발생시키므로 이에 대해 생산자는 벌칙비용을 부담하게 된다. 하지만 조기 납기에 대한 벌칙비용은 납기지연의 그것에 비해 적으며, 미리 수송함으로써 전체 수송비용을 감소시킬 수 있는 요인이 될 수 있다.

둘째, 다양한 수송단위를 사용한다. 이 경우 보다 현실에 맞는 모형이 될 수 있으며, 수송단위에 대해 다양한 비용을 부과하게 된다.

셋째, 수송시간과 수송비용을 함께 고려한다. 대부분의 경우 수송시간과 수송비용은 반 비례 관계를 가지고 있으며, 다기간 모형에서 전체 수송비용을 최소화할 수 있다. 이와 같이 확장하는 것은 수송비용 뿐 아니라, 단 기간의 수요를 만족하지 못하는 생산량 제약 문제로 확장될 수 있다.

넷째, 생산을 고려한 문제로 확장. 본 연구에서 제안한 모형은 수송량을 통해 생산량을 결정할 수 있으므로 생산문제로의 확장하기위한 연구가 추가로 필요하다.

5. 참고문헌

- Beanmon, B, M, "Supply chain design and analysis: Models and methods", *International Journal of Production Economics*, Vol. 55, pp 281-294, 1998

- Blanco, E, E, Clarke, L, W and Griffin, P, M, "The Impact of Coordinated Production and Distribution in Supply Chain Management", *School of Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology*, June 1998
- Bostel, N and Dejax, P, "Models and Algorithms for Container Allocation Problems on Trains in a Rapid Transshipment Shunting Yard", *Transportation Science*, Vol. 32, No. 4, pp 370-379, November 1998
- Brandimarte, P and Villa, A, "Advanced Models for Manufacturing Systems Management", *CRC Press*, 1995
- Fumero, F and Vercellis, C, "Synchronized Development of Production, Inventory, and Distribution Schedules", *Transportation Science*, Vol. 33, No.3, pp 330-340, August 1999
- Simpson, N. C and Vakharia, A, J, "Integrated production/distribution planning in supply chains: An invited review", *European Journal of Operational Research*, Vol. 115, pp219-236, 1999
- Vercellis, C, "Multi-plant production planning in capacitated self-configuring two-stage serial systems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 119, pp 451-460, 1999