

## 위성창고를 가진 시스템에서의 재고보충일정 및 경로결정 문제에 관한 연구 Capacitated Satellite Facility Modeling for Inventory Routing Problems

이현지, 최경현  
한양대학교 산업공학과

### Abstract

본 연구에서는 고객의 재고 수준을 고려하면서 동시에 연간 수송비용을 최소로 하는 차량 경로결정문제 IRP (Inventory Routing Problem)에 새로운 위성창고 (Satellite Facility)개념을 도입한 수리모델과 알고리즘을 개발하였다. 위성창고는 수송 가능 용량을 초과하는 수요가 발생했을 때 수송 도중에 물량을 보충하여 재고 보충 일정 시간 내에 운반을 할 수 있도록 하는 장치이며 여기서는 용량의 한계를 고려한 위성창고 개념을 도입하였다. 또한 재고 보충 일정 관리 문제와 차량 경로 결정 문제를 분리하여 순차적으로 발견적 기법을 이용하는 기존의 방법을 통합 최적화 알고리즘으로 구현하였다.

### 1. 서론

차량경로 결정문제(VRP, Vehicle Routing Problem)는 우편배달부터 항공화물배달에 이르는 모든 교통 연구 분야에 적용되고 있다. 이 중에서 우리가 다루고자 하는 응용분야는 서비스 지역에 지리적으로 흩어져 있는 고객들의 재고보충 일정계획을 수립하고 그 계획에 따라 최적경로를 결정하는 것이다. 재고보충 일정계획이란 각 고객의 재고손실비용 (Incremental Cost)을 최소로 할 수 있는 최적 날짜에 고객을 할당하여 각 날짜마다 어떤 고객에게 상품을 공급해야 하는지를 결정하는 과정이다. 재고보충 일정계획이 수립된 후에는 모든 날짜에 대해 공급기지 (Central Depot)에서 출발하는 여러 대의 차량이 위성창고 (Satellite Facility)를 사용하여 고객을 방문하는 최적 경로를 결정하게 된다. 이것은 기존의 재고문제(Inventory Problem)와 VRP를 혼합한 IRP의 한 형태이다.

공급기지는 차량의 출발점이자 도착점이며, 상품을 제한된 용량 없이 공급해주는 공급처의 역할도 하게 된다. Bard(1997)이 제안하고 있는 위성창고는 공급기지 외에 고객에게 상품을 공급해 줄 수 있도록 한 장치이며, 상품을 공급하는 것은 공급기지과 같으나 그 용량이 정해져 있고, 차량이 상품보충을 위해 머물 수는 있으나 출발점과 도착점이 될 수 없다는 점에서 공급기지와는 다른 개념이다. 이 모델에서 다루고 있는 고객은 공급 기지로부터 상품을 공급받아 다시 최종 소비자에게 상품을 공급해 주는 중간 단계의 역할을 한다. 기존의 VRP에서 차량은 고객에게 상품을 공급하기 위해 공급 기지만을 사용할 것을 가정한다. 차량이 신고 온 상품을 고객에게 모두 공급하여 빈 차량이 되었을 때, 그 차량은 공급 기지로 돌아와서 상품을 보

충 받은 후, 다시 그의 정해진 운송시간까지 운송을 계속해야만 한다. 그러나 우리가 다루고자 하는 모델은 차량이 상품을 보충하기 위해서 공급 기지 외에 방문할 수 있는 위성 창고의 개념을 도입한 것이다. 다시 말해 현위치에서 가까운 위성 창고가 존재한다면 재보충을 위해 멀리 떨어져 있는 공급 기지까지 돌아갈 필요가 없게 된다.

가능한 차량경로의 한 예로 차량은 공급 기지에서 출발하여 고객 중 몇몇을 방문하고 고객의 요구량만큼 상품을 공급해 준 후 위성창고를 방문하여 차량 용량을 넘지 않는 한도 내에서 재보충 받고 또 다른 고객을 방문하여 상품을 공급해준 후 다시 위성창고에서 재보충을 받을 수 있다. 모든 공급이 끝난 후에는 반드시 공급 기지로 돌아와야 한다.

위성창고가 있는 차량경로 결정문제 (VRPSF, Vehicle Routing Problem with Satellite Facility)는 상품을 공급하는 중앙 공급자에게 매우 많은 수의 고객이 의존하고 있는 경우에 사용된다. 위성창고가 모델에 포함됨으로 해서 경로결정에 관한 하위문제는 매우 어려운 문제가 되었다. 경로결정이 차량용량과 시간에 의해 제약될 뿐만 아니라 이제는 어디서, 언제 차량이 물량을 재보충 받을지를 결정해야만 하기 때문이다.

### 2. 기존연구

IRP의 적정한 목적식을 결정하기 위해 우리는 두 가지 서로 다른 특성치를 동시에 최소화 해야만 한다. 첫 번째는 고객을 어떤 날에

배치할 것인가에 따른 재고 손실비용을 최소화하는 것으로 이러한 접근에서는 차량의 용량이나 시간제약 등이 모두 무시된다. 두 번째는 주어진 날의 고객을 어떤 경로로 방문할 것인가에 따른 운송시간과 거리를 최소화하는 것이다. 두 가지 특성사이에는 동시에 만족시킬 수 없는 교환요소가 존재하게 되며 이 점을 고려하여 최적점을 찾아주는 과정이 필요하다. 이를 위해 Bard(1998)에서는 첫 번째 단계로 다음의 최적화 모델을 구현하여 재고보충 일정에 있는 모든 날짜마다 재고손실비용을 최소로 하도록 고객을 할당하게 된다.

$$\begin{aligned} & \min \sum_i \sum_d l_{id} z_{id} \\ & \text{subject to} \\ & \sum_d z_{id} = 1 \quad \text{for } i \in I \quad (1) \\ & L \leq \sum_d q_{id} z_{id} \leq U \quad \text{for } d \in D \quad (2) \\ & z_{id} \in \{0,1\} \quad (3) \end{aligned}$$

$l_{id}$ 는  $i$ 고객이 최적날짜에 재고 보충 받지 않을 때 생기는  $d$ 날짜의 재고손실비용,  $L$ 과  $U$ 는 하루에 넘을 수 없는 고객의 수요에 대한 하계와 상계,  $q_{id}$ 는 각 고객의 수요를 의미하며,  $z_{id}$ 는  $i$ 고객이  $d$ 날짜에 재고보충 받으면 1, 아니면 0 값을 가지는 이진 변수이다. 목적식은 고객의 재고손실비용의 총합을 최소로 하기 위한 것이며 (1)식은 고객이 재고보충 받을 수 있는 날은 하루뿐임을 의미하고, (2)식은 각 날짜에 할당된 고객의 총수요는 하계와 상계를 넘을 수 없음을 의미한다. (3)식은  $z_{id}$ 가 이진 변수임을 보인다. 위의 모델에 의해 모든 고객의 최적 재고보충 날짜가 할당되면 두 번째 단계로 각 날짜에 해당되는 고객을 방문하기 위한 최적 경로를 결정하는 문제를 발견적 기법으로 풀어 가능해를 찾는다. 마지막으로 거리와 연간 재고비용 사이의 교환 요소를 고려하여 최적해를 찾기 위해 역시 발견적 기법 중 하나인 K-optimal Algorithm을 사용하고 있다.

재고보충 일정계획을 수립하는 문제에 관하여 Jailliet(1997)에서는 고객을 특정한 날짜에 할당할 때 발생하는 재고손실비용을 계산해 내는 것에 관한 연구가 행해지기도 하였다. 이 비용은 각 배달 지점 고객의 최적 서비스간격을 계산하도록 해준다.

### 3. 제안모델

기존 연구에서는 고객 할당 문제와 경로 결정 문제를 분리하여 풀 후, 두 문제 사이에 존재하는 동시에 만족시킬 수 없는 교환요소에 관한 최적점을 발견적 기법으로 찾아내어 해를 구하였지만, 본 연구에서는 고객의 재고손실비용과 차량 운반비용을 한꺼번에 고려하는 통합 최적화 모델을 구현하였다. 또한 기존의 연구에서 위성창고의 공급능력을 무제한으로 가정하

었던 것에 비해 그 용량을 제한하는 제약식을 추가하였다.

우리가 다루는 모델은 음수가 아닌 수요를 가진  $n$ 명의 고객집단을 가지고 있으며, 상품을 공급 받기로 한 고객은 공급 기지에 위치한  $m$ 개의 차량 중 한대에 의해 상품을 공급 받게 되고, 공급 기지는 무제한의 공급량을 가짐과 동시에 차량의 출발점과 도착점이 된다.

#### indices

- $v$  차량
- $d$  날짜
- $i$  고객과 위성창고 노드
- 0 공급 기지 노드
- $D$  재고 보충 일정 내의 날짜 집합
- $N$  모든 노드의 집합
- $I$  고객 노드의 집합
- $I_0$  고객노드에 공급기지를 의미하는 0노드를 포함한 집합 ( $\{0\} \cap I = I_0$ )
- $F$  위성창고 노드의 집합 ( $I_0 \cap F = N$ )

#### parameters

- $c_{ij}$  노드  $i$ 와 노드  $j$ 간 운반비용
- $q_{id}$  고객  $i$ 의  $d$ 날짜의 수요 ( $i \in I$ )
- $U_i$  위성창고  $i$ 의 용량 ( $i \in F$ )
- $t_{ij}$  노드  $i$ 와 노드  $j$ 간 운반시간
- $s_i$   $i$ 노드에서의 서비스시간
- $l_{id}$  고객  $i$ 가  $d$ 날짜에 재고보충 받을 때 재고손실비용 ( $i \in I$ )
- $f$  차량 사용에 대한 고정비용
- $k$  위성창고 사용에 대한 비용
- $m$  사용 가능한 최대 차량 대수
- $C$  차량 최대 용량
- $L$  하루에 발생 가능한 수요의 하계
- $U$  하루에 발생 가능한 수요의 상계
- $T$  하루에 허용된 운송가능 시간

#### decision variables

- $z_{id}$   $i$ 고객이  $d$ 날짜에 재고보충 받으면 1  
 $i$ 고객이  $d$ 날짜에 재고보충 받지 않으면 0
- $u_{ijv}^d$   $d$ 날짜에 노드  $i$ 와  $j$ 간  $v$ 차량이 운반하면 1,  
 $d$ 날짜에 노드  $i$ 와  $j$ 간  $v$ 차량이 운반하지 않으면 0
- $x_{ij}^d$   $d$ 날짜에 노드  $i$ 와  $j$ 간 운반되어진 량

### IRPSF(Inventory Routing Problem with Satellite Facility) model

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} l_{id} z_{id} \\ & + \sum_{d \in D} \left\{ \sum_{i \in I} \sum_v f u_{0iv}^d + \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}^d + \sum_i \sum_{j \in F} \sum_v k u_{ijv}^d \right\} \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_i u_{ijv}^d - \sum_k u_{jkv}^d = 0 \quad \text{for } d \in D, v \in V, j \in N \quad (4)$$

$$\sum_d \sum_j \sum_v u^d_{ijv} = 1 \quad \text{for } i \in I \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_v u^d_{0iv} \leq m \quad \text{for } d \in D \quad (6)$$

$$x^d_{jk} \leq \sum_v C u^d_{jkv} \quad (7)$$

for  $j \in N, k \in N, d \in D, v \in V$

$$\sum_i x^d_{ij} - \sum_k x^d_{jk} = q_{jd} z_{jd} \quad (8)$$

for  $j \in I, d \in D$

$$\sum_k x^d_{jk} - \sum_i x^d_{ij} \leq U_j \quad \text{for } j \in F, d \in D \quad (9)$$

$$\sum_v (u_{ijv} + u_{jiv}) \leq 1 \quad \text{for } i, j \in N_0 \quad (10)$$

$$\sum_j \sum_i (t_{ij} + s_i) u^d_{ijv} \leq T \quad \text{for all } v, d \in D \quad (11)$$

$$\sum_j \sum_v u^d_{ijv} = z_{id} \quad \text{for } i \in I, d \in D \quad (12)$$

$$\sum_d z_{id} = 1 \quad \text{for } i \in I \quad (13)$$

$$z_{id} = 1 \quad \text{for all } d, i \in F \quad (14)$$

$$L \leq \sum_i q_{id} z_{id} \leq U \quad \text{for } d \in D \quad (15)$$

$$u^d_{ijv}, z_{id} \in \{0,1\} \quad (16)$$

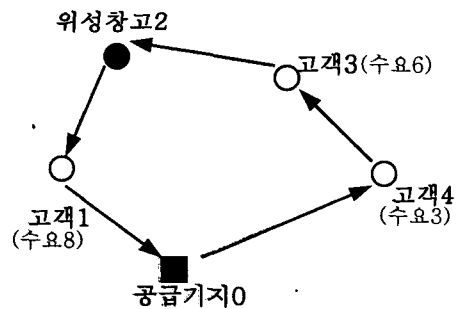
$$x^d_{ijv} \geq 0 \quad (17)$$

목적식은 모든 고객의 재고 보충 시 손실 비용의 합과 특정날짜에 해당하는 차량경로결정에 대한 비용의 총합으로 이루어진다. 손실비용  $I_{id}$ 는 최적시점보다 빨리 도착하였을 때의 재고 보유비용 또는 늦게 도착하였을 때 발생한 수요를 만족시키지 못함으로 해서 발생하는 품질비용을 모두 고려할 수 있도록 계산되어지며 이는 jalliet(1997)에서 자세히 다루고 있다. 차량경로결정에 대한 비용은 차량사용에 대한 고정비용과 각 노드간의 운송비용, 위성창고 사용에 따른 비용으로 이루어진다. (4)식은 각 노드에서 들어온 차량수와 나가는 차량수가 같아야 하는 것을 표현하고 (5)식은 고객노드에 대해서는 하나의 차량만 들어오고 나갈 수 있도록 한 것이다. 위성창고에 대해서는 그 용량을 초과하지 않는 한도 내에서 계속 보충 받을 수 있으므로 들어올 수 있는 차량수의 제약은 없다. (6)식은

공급 기지에서 출발하는 차량은 하루에 m개를 넘을 수 없다는 뜻이며 (7)식은 u값이 0이면 x값도 0, u값이 1이면 x값은 차량용량을 넘지 않을 것을 보장한다. (8)식은 고객노드에 대해서는 각 노드로 들어온 양에서 소비량을 빼면 나가는 양이 되도록, (9)식은 각 차량이 위성창고에서 보충 받은 양의 총합은 위성창고의 최대 용량을 넘지 못하도록 하고 있다. 이것은 본 연구에서 새롭게 제약하고 있는 부분이다. (10)식은 공급기지를 제외한 모든 노드에 대해서 ij 간 운송이 발생했을 때, ji 간 운송은 일어나지 않도록 하는 제약이다. (11)식은 각 고객의 서비스시간과 노드간 운송시간을 합하면 제한시간 T를 넘을 수 없도록 한 것이며, (12)식은  $z_{id}$ 가 0이면, i 노드에 대한 운송은 없고 1이면 1번 운송이 발생하도록 한 것이다. (13)식은 각 고객의 재고보충은 재고보충일정 내에 한번만 발생할 것을 보장하며 (14)식은 위성창고는 재고보충일정내의 모든 날짜에 대해 항상 고려되어 진다는 뜻이다. (15)식은 각 날짜에 대한 고객수요의 총합이 하계와 상계를 넘을 수 없음을 의미한다. (16)(17)식은 u와 z값은 이진변수, x는 양의 값을 가지는 변수임을 뜻한다.

#### 4. 실험

CPLEX를 사용하여 실험한 결과 다음과 같은 가능해가 도출되었다. [그림1]의 경우는 첫 번째 날에 상품을 공급 받게 된 고객들과 그 최적 경로를 보이고 있다. 차량 한 대로 모든 고객에게 서비스하여도 시간 제약을 위반하지 않기 때문에 운송 도중에 위성창고에서 재보충을 받고 1번 고객에게 재고보충을 해 준 후 공급기지로 돌아오게 된다.



$$u'_{041}=1 \quad u'_{431}=1 \quad u'_{321}=1 \quad u'_{211}=1 \quad u'_{101}=1$$

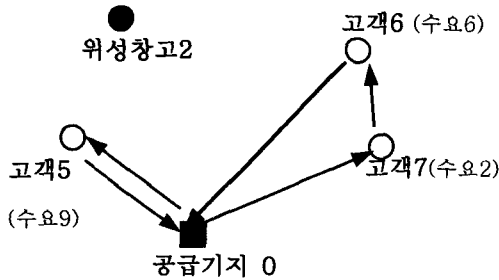
$$x'_{04}=9 \quad x'_{43}=6 \quad x'_{32}=0 \quad x'_{21}=8 \quad x'_{10}=0$$

$$z'_{11}=1 \quad z'_{31}=1 \quad z'_{41}=1$$

[그림 1] 첫 번째 날에 할당된 고객과 최적경로

[그림2]의 경우는 두 번째 날에 상품을 공급 받게 된 고객들과 그 차량 경로이며 이 경

우에는 차량 한대로 모든 고객에게 서비스하려면 시간제약을 위반하게 되기 때문에 2대의 차량을 사용하게 된다. 이 예에서는 위성창고를 통한 특별한 재보충이 필요하지 않으므로 2번 위성창고는 방문 받지 않는다.



$$\begin{aligned}
 u^2_{071}=1 & \quad u^2_{761}=1 & \quad u^2_{601}=1 & \quad u^2_{052}=1 & \quad u^2_{502}=1 \\
 x^2_{07}=8 & \quad x^2_{76}=6 & \quad x^2_{60}=0 & \quad x^2_{05}=9 & \quad x^2_{50}=0 \\
 z_{52}=1 & \quad z_{62}=1 & \quad z_{72}=1 & & 
 \end{aligned}$$

[그림 2] 두 번째 날에 할당된 고객과 최적경로

## 5. 결론

IRP분야는 많은 사람들에 의해 연구가 진행되어 왔다. 특히 물류의사결정과정의 동기화가 중요시 되면서 재고와 차량경로를 동시에 결정한다는 점에서 그 중요성이 더해지고 있다. 본 연구에서는 위성창고를 사용하여 차량으로 하여금 운송도중 재보충을 받을 수 있게 함으로써 경로결정의 효율을 높였고, 그 용량을 제한함으로써 현실에 가까운 요소를 모델에 추가하게 되었다. 또한 재고문제와 차량경로 결정문제를 동시에 고려하는 통합 최적화 모델을 제안하였다. 본 연구에서는 CPLEX를 사용하여 작은 크기의 예제만을 실험하였으나 앞으로는 실제 크기의 문제로도 실험할 예정이며 그에 따라 대규모 최적화 문제에 적용할 수 있는 알고리즘 개발이 필요하다.

## 6. 참고문헌

1. Fumero, F. and C.Vercellis, "Synchronized Development of Production, Inventory, and Distribution Schedules", *Transportation Science* Vol.33, No.3, pp.330-340, 1999
2. Bard, J. F., L. Huang, M. Dror, and P. Jaillet "A Branch and Cut Algorithm for the VRP with Satellite Facility", *IIE Transactions on Operations Engineering* Vol. 30, No. 9, pp.821-834, 1997
3. Bard, J. F., L. Huang and P. Jaillet "A Decomposition Approach to the Vehicle Routing Problem with Satellite Facilities", *Transportation Science* Vol. 32, No. 2, 189-203, 1998