대한산업공학회/한국경영과학회 2000 춘계공동학술대회 논문집. 2000년 4월 21-22일. 경남대학교
Session PA6.7

One-Warehouse Multi-Retailer 모델에서 정보 공유 환경하의 재 주문점 결정에 관한 연구

the research of the reorder point of one-warehouse multi-retailer model in the information sharing environment

정성원, 서용원, 함주호
서울대학교 산업공학과

Abstract

정보 시스템과 전자 상거래의 보편화로 실시간 판매 정보 공유가 용이하여짐에 따라, 공유 정보를 적절히 활용하는 재고 정책의 필요성이 증가하고 있다. 본 연구에서는 정보 공유 환경하의 one-warehouse multi-retailer 모델에서 개별 공유 정보를 보다 정확히 활용하여 재주문점 결정을 할 수 있는 방안을 제시하였다. 기존의 하위 계층의 재고량의 합에 기반하는 echelon stock policy 의 경우 상세 정보의 손실을 발생하는 문제가 있는 반면 본 연구에서는 개별 retailer 들의 재고량에 기반한 marginal savings 의 개념을 정의하고, 이를 바탕으로 상세 정보에 기반한 재주문 정책을 제시하였다. 제시된 정책은 기존의 echelon stock policy 에 비해 우수한 결과를 나타냄을 실험을 통해 입증하였다.

1. 서론

오늘날의 전자 상거래시대는 고객 주문이 컴퓨터 단말기를 통하여 네트워크 상에서 이루어지므로 실시간으로 이러한 정보가 저장, 사용되어 질 수 있게 되고, 공급 사슬에 있어서 과거 복잡했던 모델에서 하나의 중앙 물류기지와 몇몇의 거점 물류기지(one-warehouse multi-retailer model)만으로 단순화 시킬 수 있는 여건을 만들어 주었다. 특히 이 중 현재 공급 사슬 내의 모든 구성원들의 재고상황에 대한 실시간 정보 공유는 기존의 공급 사슬 구성원들이 자신들의 재고 상황에서 최적의 정책을 찾았던 방식에서 전체 공급 사슬 관점에서 각 구성원들의 최적의 재고 정책을 추구할 수 있는 계기를 마련하였다. 지금까지 이러한 정보 공유를 통한 재고 정책이 얼마나 효과적일 수 있는지에 대해 많은 연구는 현재 진행되고 있다. 이러한 연구는 각 retailer들의 판매 현황과 재고 상태를 알 수 있는 상태에서 이들 정보를 이용한 정책과 그렇지 않고 자체내의 정보만을 이용한 정책을 비교하는 경향을 띄고 있다. 이러한 두 정책을 비교하여 그 효용성에 관하여 연구한 사람들 중 언급할 만한 이는 [Chen97], [Axsater97] 등이 있는데 이들의 연구는 하위 단계의 정보를 알고 있는 경우에 더 우수한 결과를 보여 줄 수 있는 재고 정책들에 관한 연구라 할 수 있다.
이러한 하위 단계의 정보를 이용하여 보다 효율적인 재고 정책을 찾는 노력은 많이 이들이 다양한 관점에서 각자의 정책을 제시하고 있는데 이 중 기반이 되는 것이 echelon stock policy 이다. [Clark60] 논문에서 언급된 후 실제 많은 논문들이 다단계 재고 모형을 풀기 위한 하나의 방법으로 이용되어지는 echelon stock policy 은 하위 단계의 재고량의 합에 기반하는 재고 정책으로 warehouse 의 재주문점 결정에 있어 retailer 들이 재고를 많이 가지고 있는 경우 warehouse 의 재주문점을 낮춰주고 retailer 들의 재고가 적을 경우 warehouse 의 재주문점을 높임으로써 warehouse 의 재주문점을 보다 동적으로 결정할 수 있는 한 방법으로 볼 수 있다.
Echelon stock policy 의 경우 assembly system 과 serial system 에 있어서 기존의 공급 사슬 내의 구성원들이 자체의 재고 상황 정보만을 기반한 재고 정책을 installation stock policy 에 비해 우수함이 · 증명되었으나[Axaster,Rosling93] distribution system 에 있어서는 echelon stock policy 가 installation stock policy 에 비해 언제나 우수하지 만을 않다는 것이 보여졌다. [Axaster,Jutti96] 따라서 본 논문에서는 distribution system 에서 echelon stock policy 의 한계점에 대하여 고찰해 보고 이러한 한계점을 극복하는 재고 정책으로 marginal savings 개념에 기반한 재고 정책에 대하여 제시하였다.
본 연구의 구성은 다음과 같다. 우선 2 장에서 echelon stock policy 의 한계점에 관하여 설명하고 3 장에서 marginal savings 개념에 기반한 재고 정책에 대하여 논하며, 4 장에서 이 정책의 우수성을 보이고 5장에서 결론 및 연구의의를 말하겠다.

2. Echelon Stock Policy 의 한계점

아직까지 one warehouse multi retailer 모델의 경우 일반적인 경우에 있어 최적의 정책이 정해 져 있지 않다. 많은 연구가 echelon stock policy 를 기반으로

한 heuristic 방법을 제시하고 있다.

one warehouse multi retailer 모델에 있어 echelon stock policy 는 retailer 의 재고량을 고려하여 warehouse 의 재고 정책을 결정하는 것으로 볼 수 있다. (retailer 의 경우 이용할 하위 단계의 정보가 없기 때문에 일반적인 installation policy 의 결과에 따라 재고 정책이 결정되어진다고 볼 수 있다.) 이 정책은 warehouse 재고량이 많이 있는 경우에도 retailer 가 가지고 있는 재고량이 부족할 경우에는 주문을 하게 하고 또한 역으로 warehouse 의 재고량이 적게 가지고 있을 경우에도 retailer 의 재고량이 많이 있을 경우에는 주문을 늦추게 하는 역할을 수행할 수 있다. 또한 주문량에 있었어도 주문 시 고정된 양을 주문하는 것이 아니라 retailer 의 재고 현황에 따라 적절하게 그 양을 결정하게 하는 기능을 가지고 있다. 이러한 특징들이 정보 공유 상황에서 이 정책을 고려하게 된 큰 원인이다. 그러나 재주문 점의 결정에 있어서는 다음과 같은 한계를 가지고 있다.

<그림 1>

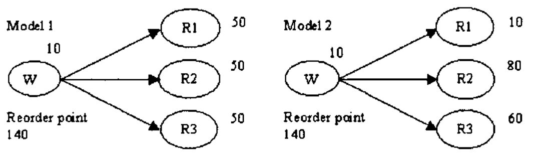


그림 1 의 경우 두 모델이 echelon stock policy 를 사용한다고 가정을 하고 현재의 재고 상황을 보게 되면 model1 와 model2 경우 모두 160 echelon stock 을 가지고 있으며 재 주문 점이 140 이므로 주문을 안할 것이다. 각각 모델의 retailer 에서의 고객 주문은 평균 30 정도라고 가정을 하면 model1 의 경우 모든 retailer 의 재고량은 충분하다고 볼 수 있다. 따라서 이 경우 warehouse 가 주문을 안 하는 것은 타당하다.

그러나 model2 의 경우 retailer 1 의 경우 다음기 주문에 비해 가지고 있는 재고량이 부족한 관계로 다음기에 주문을 할 것이고 warehouse 도 역시 이에 대비하여 주문을 현 시점에서 해야 하는데 reorder point 140 인 관계로 주문을 안 할 것이니 재고 고갈 문제가 발생할 것이다. 이 문제를 자세히 살펴보게 되면 문제 발생 원인은 retailer 에서의 재고의 교환이 이루에 지지 않는 상태에서 echelon stock policy 가 개별 retailer 의 재고의 상황을 고려하는 것이 아닌 retailer 들 전체의 재고 상황을 고려하다는 점에서 발생한다.

앞에서 언급한 바와 같이 echelon stock policy 를 사용하게 되면 warehouse 는 보다 동적으로 재주문점을 가지게 된다. 그러나 이는 실시간으로 얻을 수 있는 정보 중에서 단지 모든 retailer 들의 재고 합에 대한 정보만을 이용함으로 정보 사용의 한계점을 가지게 된다. 그러나 이러한 한계점을 극복하기 위해서는 기존의 총 재고 관련 비용을 구하면서 이를 최소화 시키는 재주문점을 구하는 방법으로는 어려움이 있다. 기존의 재주문점을 결정하는 방법은 우선 재주문점을 고정된 값으로 놓고 (installation stock policy 의 경우 installation stock position 을 기준으로, echelon stock policy 의 경우 echelon stock position 을 기준으로) 평균 총 재고 관련 비용 함수를 구한 수 이를 최소화 시켜주는 값을 최적 재주문점으로 정하는데 실제 모든 개별 retailer 의 재고 상황을 고려한다면 이러한 재주문점이 고정될 수 없다는 것이다. 따라서 모든 개별 retailer 들의 재고 상황을 고려하여 재주문점을 결정하기 위해서는 기존의 총 비용 함수를 최소화 시키는 방법이 아닌 새로운 관점에서 재주문점을 결정해야 할 필요성이 있다.

3. Marginal Savings 에 기반한 재고정책

Marginal Savings 에 기반한 재고 정책이란 어느 시점에서 주문을 하는 경우의 비용과 이를 dt 시점 후에 주문을 하는 경우의 비용을 비교 분석하여 만약 dt 시점 이후에 주문하는 것이 현재 주문하는 것 보다 이익이라고 가정하면 그 시점까지 주문을 연기하고 그 시점에 도달했을 경우 다시 이러한 의사 결정을 반복하여 주문을 연기하는 것이 더 이상 이익이 되지 않는 경우에 주문을 하는 정책이다. (즉 주문을 연기하는 것이 더 이상 이익이 되지 않는 경우 즉시 주문을 하는 정책이다.)

Marginal Savings 개념을 기반하여 재주문점을 결정하기 위하여 다음과 같은 Reorder Indicate Function 을 정의한다. (편의상 RIF(t)로 부르겠다.)

$$\text{Def)}\quad \mathrm{RIF}(t) = \lim_{dt \to 0} \frac{AS(t) - AC(t)}{dt}$$

*AC(t) : t 시점에서 주문하는 것을 dt 만큼 연기 시켜 발생되는 추가 비용
*AS (t) : t 시점에서 주문하는 것을 dt 만큼 연기 시켜 얻어지는 추가 이익
*여기서 dt 란 주문이 발생하지 않을 정도의 짧은 기간이다.

위의 RIF(t)는 t 시점에서 주문을 하였을 때 발생되는 비용과 t + dt 시점에서 주문을 하였을 때 발생되는 비용의 차를 나타낸다. RIF(t)가 양의 값을 갖는 다는 것은 지금 주문하지 않고 주문을 연기하는 것이 더 이익이라는 것을 의미하며 반대로 RIF(t)가 음의 값을 갖는 다는 것은 주문을 연기하는 것이 더 이익이 되지 않는 다는 것을 의미한다.

즉 RIF(t)의 값은 지금 현재 주문할 경우에 기대되는 순간 발생 비용과 주문을 안 할 경우에 얻을 수 있는 순간 발생 이익의 차로 볼 수 있다.

다음에서 one facility 모델에 있어 Marginal Savings 에 기반한 재고 정책의 적용하여 이것이 이들 모델에서 최적의 재주문점을 결정한다는 것을 보이며 이 정책을 one warehouse multi retailer model 에 적용하여 그 결과를 echelon stock policy 와 비교하겠다.

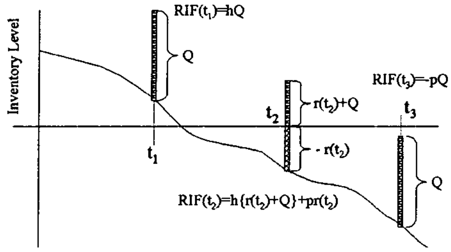
3.1 One facility (Deterministic Model)

1) 기본 모형 & Notation

- 모델은 단일 시스템이다.
- 재 주문량은 정해져 있다. (Q)
- 재고 고갈에 의한 못 마쳐 준 수요는 Backlog 를 시킨다.
- 재고 고갈 비용은 시간 당, 단위 당 부과된다.
- p : 재고 고갈 비용, h : 재고 유지 비용
- 수요는 D(t)로 이미 정해져 있다.
- r(t) : t 시점에서의 재고 상황

2) Marginal Savings Policy 을 통한 재주문점 결정

Marginal Savings Policy 을 통한 재주문점 결정은 앞에서도 언급한 바와 같이 RIF(t)함수의 부호를 기준으로 한다. 또한 RIF(t)는 지금 현재의 재고상황에서 주문을 했을 경우 발생되는 순간 발생 비용과 순간 발생 이익의 차로 볼 수 있다. 단일 모델에서 현재의 재고량을 r(t)라 할 경우 RIF(t)는 다음과 같다.



<그림 2>

$$RIF(t) = h\times\{r(t)+Q\}\}^{+} - p\times\{r(t)\}^{-} \quad \text{수식 1}$$

그림 2 의 t_1 시점에서의 RIF(t_1)값을 생각해 보자. t_1 시점에서는 재고량 $r(t_1) > 0$ 이므로 주문을 하며 재고 유지 비용만 순간 비용으로 발생하며 주문을 함으로써 생기는 순간 이익은 없다. t_2 시점의 경우 주문을 할 경우 $r(t_2)+Q$ 에 대해서는 재고 유지 비용인 순간 발생하고 $-r(t_2)$에 대한 재고 고갈 비용만큼의 이익이 순간 발생하게 된다. t_3 시점의 경우 현재의 Backlog 되어 있는 주문량이 Q 이상 이므로 주문을 하여도 pQ 만큼의 순간 이익만이 발생하게 된다. (만약 주문을 dt 만큼 연기하면 이것은 순간 손해로 볼 수 있다.)
개념의 편의상 앞으로는 Marginal Savings Policy 을 주문을 하였을 경우 순간 발생하는 손해에서 순간 발생하는 이익의 차로 보겠다.

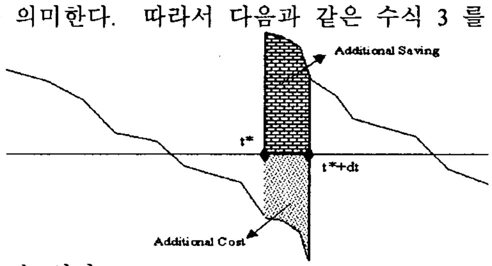
* $A^{+}=\begin{cases}|A| & \text{if } A>0\\ 0 & \text{if } A\le 0\end{cases}$, $A^{-}=\begin{cases}0 & \text{if } A>0\\ |A| & \text{if } A\le 0\end{cases}$

Lemma 1. 최적의 재주문점에서 RIF(t)의 부호가 양에서 음으로 바뀐다.

증명) 최적의 재주문점은 총 비용 함수를 최소화 시켜주는 시점이다. 이 시점을 t*라고 하고 그 경우의 비용함수를 TC(t*) 라고 하자. t*는 전체 비용 함수를 최소화 시켜주는 재주문 시점이므로 다음의 식이 성립된다.

$$TC(t^*) \le TC(t^*+dt) \quad \forall dt > 0 \quad \text{수식 2}$$

그렇다면 t*시점에서 주문을 하는 경우는 t* + dt 시점에서 주문을 하는 경우와 비교해 보았을 때 다른 비용은 동일하며 단지 dt 기간 동안 추가로 재고 유지 비용 발생되며 대신 주문을 안 할 경우 발생되었을 재고 고갈 비용이 발생 되지 않았음을 알 수 있다. 따라서 수식 2 는 주문을 안 할 경우 dt 기간 동안 발생되었을 재고 고갈 비용이 주문을 할 경우 발생할 재고 유지 비용에 비해 더 크다는 것을 의미한다. 따라서 다음과 같은 수식 3 를 유도할 수 있다.



$$TC(t^*) - TC(t^*+dt) = \int_{t^*}^{t^*+dt} \{h(r(t)+Q)+p(r(t))\}dt \le 0$$

$$\Leftrightarrow h\int_{t^*}^{t^*+dt} (r(t)+Q)dt \le -p\int_{t^*}^{t^*+dt} r(t)dt$$

<그림 3>

수식 3

* 여기서 r(t)는 주문을 안 하였을 경우 t 시점에서의 재고 수준을 의미한다.

그림 3 과 같이 재고 수준 r(t)는 시간에 따른 감소 함수 이므로 다음과 같은 식이 성립한다.

$$h\int_{t^*}^{t^*+dt} (r(t^*+dt)+Q)dt = h(r(t^*)+Q)dt \le h\int_{t^*}^{t^*+dt} (r(t)+Q)dt$$

수식 4

$$-p\int_{t^*}^{t^*+dt} r(t)\,dt \le -p\int_{t^*}^{t^*+dt} r(t^*+dt)\,dt = -pr(t^*+dt)dt$$

수식 5

수식 3,4,5 을 통하여 수식 6 를 유도할 수 있다.

$$h(r(t^*+dt)+Q) \le -pr(t^*+dt)$$

$$\Leftrightarrow h(r(t^*+dt)+Q)+pr(t^*+dt) \le 0$$

$$\therefore \; RIF(t^*+dt) \le 0 \quad \text{수식 6}$$

수식 7 을 이용하여 위의 과정과 동일하게 수식 8 을 증명할 수 있다.

$$TC(t^*) \le TC(t^*-dt) \quad \forall dt > 0 \quad \text{수식7}$$

$$\therefore \; RIF(t^*-dt) \ge 0 \quad \text{수식 8}$$

수식 6 와 8 을 보게 되면 t 시점이 t*시점 이전일 경우 RIF(t) 값이 양의 값을 가지며 t 시점이 t*시점 이후일 경우에는 RIF(t)값이 음의 값을 가짐을 알 수 있다. RIF(t*)의 경우 수요를 정수가 아닌 실수로 발생한다고 가정하면 t*에서 RIF(t*) 값은 0 을 가지게 될 것이나 수요가 정수배로 발생하므로 최적 재주문점에서 RIF(t*)의 부호가 바뀐다고 말할 수 있다.

Lemma2 . RIF(t)는 주문을 하지 않으면 단조 감소한다.

증명) 이것은 직관에 의해 쉽게 이해할 수 있다. 주문을 하지 않게 되면 재고는 점점 줄어 들게 되며 재고가 떨어지면 고갈된 재고 양은 늘어갈 것이다. RIF(t)는 주문을 했을 경우에 발생하는 순간 재고

유지 비용에서 주문을 안 할 경우 발생하는 순간 재고 고갈 비용의 차로 볼 수 있다. 고갈된 재고량이 커질 수록 순간 재고 유지 비용은 감소하며 순간 재고 고갈 비용은 커지게 될 것이다. 이들은 오직 현재 재고 수준에 의해 비용이 정해진다. 따라서 주문을 하지 않는 한 재고 수준이 감소하는 것은 당연하므로 RIF(t)의 값은 단조 감소하게 된다.

Theorem 1
RIF(t)가 양에서 음으로 바뀌는 시점에서 주문을 하는 것이 최적의 재주문점이다.

Lemma1 과 Lemma2 를 통하여 최적의 재주문점은 RIF(t)의 부호가 바뀌는 점이며 이러한 경우는 주문을 하지 않는 한 RIF(t)함수가 단조 감소하는 특성을 지니므로 오직 한번 발생하다는 것을 보였다. 따라서 RIF(t)가 양에서 음으로 바뀌는 시점에서 주문을 하는 것이 최적임을 쉽게 이해할 수 있다.

3.2 One facility (Stochastic Model)

1) 기본 모형 & Notatoin

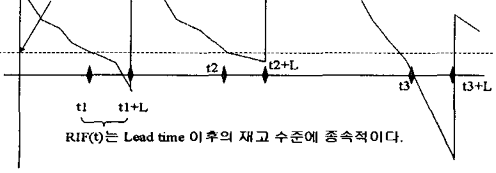
기본 모형에서의 가정은 위와 동일하며 단지 수요가 확률적으로 발생한다는 것이다. 여기서는 수요의 분포를 포아송 분포라 가정을 하겠다.

➢ Notation

L : 제품 인도 기간
λ : 외부 수요가 포아송 분포를 따른 다고 할 경우 평균 수요
h : 재고 유지 비용
p : 재고 고갈 비용
Q : 재주문량
$r(t)$: t 시점에서의 재고량 (확률변수)
$D(t_1,t_2)$: t1 시점에서부터 t2 시점까지 발생할 수요량 (확률변수)
D_L : $D(t, t+L)$ = 인도기간동안에 주문량 (확률변수)

2) Marginal Savings Policy 을 통한 재주문점 결정

위 모델의 특징은 실제 t 시점에 주문을 하게 되면 t + L 시점에 순간 비용과 순간 이익이 발생된다는 것이다. 또한 t + L 시점에서의 순간 비용과 순간 이익이 어느 정도 발생할 것인가는 그 시점의 재고 수준에 종속적이다. RIF(t)값 역시 밑의 그림 4 에서 보다시피 동일한 재주문점에서 주문을 하여도 인도기간 이후의 재고 수준은 수요가 확률적이므로 각기 틀리며 따라서 RIF(t)값도 확률변수로 볼 수 있다.



<그림 4>

$$RIF(t)=\begin{cases} hQ & \text{if } r(t+L)\geq 0 \\ h\times\{r(t+L)+Q\}+p\times r(t+L) & \text{if } -Q\leq r(t+L)\leq 0 \\ -pQ & \text{if } r(t+L)\leq -Q \end{cases}$$ 수식 9

위에서 언급 해 듯이 t + L 시점에서의 재고 수준이 t 시점에서 t + L

$$RIF(t)=\begin{cases} hQ & .....Pr(D(t,t+L)\leq r(t)) \\ h\times\{r(t)-D(t,t+L)+Q\}+p\times\{r(t)-D(t,t+L)\} & .....Pr(r(t)\leq D(t,t+L)\leq r(t)+Q) \\ -pQ & .....Pr(D(t,t+L)\geq r(t)+Q) \end{cases}$$

시점까지의 수요에 종속적이므로 RIF(t)는 수식 9 와 같은 확률 변수이다.

* $Pr(D(t, t+L)=x)$은 포아송 분포를 따른다. 수식 10

$$\begin{aligned} E(RIF(t)) &= hQ\times Pr(D_L\leq r(t)) \\ &+\sum_{x=r(t)}^{r(T)+Q}[h\times\{r(t)-x+Q\}+p\times\{r(t)-x\}]\times Pr(D_L=x) \\ &-pQ\times Pr(D_L\geq r(t)+Q) \end{aligned}$$

따라서 RIF(t)의 기대 값은 수식 11 과 같다.

*단 여기서 Pr(x)는 인도 기간 동안의 수요가 x 만큼 발생할 확률(Poisson Distribution) 수식 11

실제로 RIF(t)가 0 이 되는 시점은 앞에서 언급한 기존의 방법들로 구한 최적 재주문점과 동일하다.

3.3 One Warehouse Multi Retailer Model

지금까지 Marginal Savings 에 기반하여 다양한 모델에 이를 적용 최적 재주문점을 구하였다. 이러한 모델에서 최적 재주문점은 이미 밝혀져 있던 관계로 새로운 방법으로 최적 재주문점을 유도했다는 사실 뿐 다른 의미를 찾기는 어렵다. 그러나 지금 말하려고 하는 One Warehouse Multi Retailer Model 의 경우는 다르다. 앞에서 언급한 바와 같이 이 모델에서 기존에 많이 연구되고 있는 정책은 Echelon Stock Policy 이다. 이것은 최적의 재주문점을 제시하지 못한다. 앞서 Serial Model 에서는 단 하나의 Retailer 만 있어 이것의 재고 상황만을 고려하면 되었지만 이 모델에서는 Retailer 의 수가 많고 따라서 고려해야 할 재고 상황도 많아진다. 이러한 재고 상황에 따라 재주문 여부가 보다 동적으로 결정되어져야 한다는 것이다. Marginal Savings 에 기반한 정책은 이러한 현재의 재고상황에 기반한 재고 정책이므로 동적인 재주문 결정이 가능하게 된다. 여기서 이 모델에서 RIF(t)의 기대 값을 구하는지에 대하여 설명하도록 하겠다.

1) 기본 모형

➢ Notation

N .= Retailer 의 총 수
. . = Retailer i 에서 발생하는 외부 수요의 평균. 분포는 포아 송 분포
h_W = Warehouse 에서의 재고 유지 비용
h_{Ri} = Retailer i 에서의 재고 유지 비용
p_i .= 재고 고갈 비용 ($p > h_W$)
Q_w = Warehouse 에서의 재주문량
Q_{Ri} .= Retailer i 에서의 재주문량
$r_W(t)$ ..= Warehouse 에서의 t 시점에서의 재고 수준
$r_{Ri}(t)$ ..= Retailer i 에서의 t 시점에서의 재고 수준
L_W = 주문 후 외부에서 Warehouse 까지 주문량이 도착하는데 걸

리는 인도기간

L_{Ri} = 주문 후 Warehouse 에서 Retailer i 까지 주문량이 도착하는데 걸리는 인도기간

$D_{Ri}(t)$= t 시점부터 Retailer i 가 L_w 기간 동안 Warehouse 에 주문한 양

$D_W(t)$ = t 시점부터 Retailer 가 L_w 기간 동안 Warehouse 에 주문한 양

$B_{Wi}(t)$ = Warehouse 에서 Retailer i 의 주문을 Backlog 시킨 양

$B_W(t)$ = Warehouse 에서 Retailer 들의 주문을 Backlog 시킨 총 양

$D_{Ri}(t1,t2)$ = t1 과 t2 기간 동안 Retailer i 에서 발생한 수요

Ri* = Retailer i 의 최적 재주문점 (재고수준)

$IP_{Ri}(t)$ = t 시점에서 Retailer i 의 Inventory Position = $B_w + r_{Ri}(t)$ (최소 Ri* 최대 Ri*+Q)

$IP_W(t)$ = t 시점에서 Warehouse 의 Inventory Position (Warehouse 에 운송 중인 주문량 포함)

$ND_i(t)$ = t 시점에서 Retailer i 가 주문을 하기 까지 필요 수요 = $IP_{Ri}(t)$ - Ri*

$EMCS_R(Q,I_{Ri})$ = Retailer i 의 재고가 I_{Ri} 만큼 있는 상황에서 Q 만큼의 주문량이 Retailer 에게 갈 경우 발생하는 Marginal Cost & Savings 의 기대 값

* Warehouse 에서는 Q_w 의 초기 재고를 가지고 있다고 가정하자.

Notation 에 대한 간단한 설명은 다음과 같다. B_w 는 Warehouse 에서 Retailer 의 주문을 만족 시켜주지 못해 Backlog 시킨 양이다. 따라서 모든 Retailer i 에 대하여 Backlog 시킨 주문량의 합이 이 값이 된다. $IP_{Ri}(t)$는 Retailer i 에서의 Inventory Position 을 의미한다. Inventory Position 은 현재의 재고 수준에서 Warehouse 에 Backlog 되어 있는 양의 합으로 Ri*가 Retailer i 에서의 재주문점이므로 언제나 Ri*와 Ri*+Q_{ri} 사이의 값을 가지게 된다. Warehouse 의 Inventory Position 도 고려할 필요가 있다. Warehouse 의 Inventory Position 은 외부에서 Warehouse 로 오고 있는 주문량과 현재 Warehouse 의 재고수준의 합으로 볼 수 있을 것이다. $EMCS_R(Q,I_{Ri})$는 위의 설명과 같이 Retailer i 의 재고 수준이 I_{Ri} 일때 Warehouse 에서 Q 만큼의 주문량을 보내었을 경우 인도 기간 후 이 주문량이 Retailer i 에서 발생시킬 순간 이익에서 순간 손실의 차이의 기대 값이다.

2) Marginal Savings Policy 을 통한 재주문점 결정

여기에서는 이미 모든 Retailer i 의 재주문점은 Ri* 로 정해져 있다고 가정을 하고 과연 Warehouse 는 언제 주문을 할 것인가에 대하여 Marginal Savings Policy 에 기반하여 정하려 한다. 이 정책을 기반하여 재주문점을 결정하기 위해서는 시점 t 에서의 RIF(t)의 기대 값이 어떻게 될 것인가에 대하여 알아야 할 것이다.

➢ RIF(t)의 기대 값 계산 방법

RIF(t)의 기대 값은 우선 지금 주문을 하였을 경우 그 주문량이 발생 시킬 순간 손실과 순간 이익의 차의 기대 값으로 볼 수 있다. 이러한 기대 값을 구하는 데 있어 관심의 대상은 외부에서 Warehouse 까지의 인도 기간 L_w 동안 Retailer 들로부터 얼마만큼의 주문이 들어올 것인가 하는 점이다. 우선 Warehouse 의 Inventory Position 이 0 이상 이라고 하자. 만약 이들 주문이 현재의 Inventory Position 보다 적다면 지금 현시점에서의 주문은 단순히 주문량 만큼의 재고유지비용만을 발생시킬 것이다. 만약 Inventory Position 보다 주문량이 더 많다면 현시점에서의 Warehouse 가 주문한 주문량 Qw 는 Backlog 된 주문량을 제한 나머지는 Warehouse 에서 재고유지비용을 발생시킬 것이다 그리고 이 후 Backlog 되어 있던 주문량은 각각의 Retailer 들까지 전달되는 인도기간 후 그 곳에서 재고 유지 비용을 순간 손실로 발생시키며, 재고 고갈 비용의 절감의 순간 이익을 가져올 것이다. 만약 현재의 Inventory Position 이 0 보다 작다면 (이것은 지금 현재 Backlog 되어 있는 Retailer 의 주문량이 있다는 것을 의미한다.) Retailer 의 주문은 고스란히 추가로 Backlog 될 것이며 위와 마찬가지로 Warehouse 와 Retailer 에서는 재고 유지비용 발생과 Retailer 에서의 재고 고갈 비용의 절감을 가져 올 것이다.

➢ RIF(t)의 기대 값

$D_w(t)$가 주어졌다고 가정을 했을 경우 RIF(t)의 기대 값은 수식 11 와 같다.

$$E(RIF(t)) = h_w \times Q_w \qquad \text{if) } D_w(t) < IP_w$$

$$E(RIF(t)) = h_w \times \{Q_w - B_w(t+L_w)\} + \sum_{i=1}^{n} EMCS(B_{Wi}(t+L_w), r(t+L_w)) \qquad \text{if) } D_w(t) > IP_w$$

수식 11

$$EMCS(Q,I_R) = \sum_{x=0}^{Qr} [h \times (Q + I_R - x)^+ + p \times \max(-Q, I_R - x)] \times \Pr(DL_R = x)$$

수식 12

편의상 L_w 기간동안의 Retailer i 에서 발생한 수요를 DL_{Ri} 라고 하자. DL_{Ri} 가 결정 되어지면 인도 기간동안 Retailer 가 Warehouse 에 주문할 주문량 $D_{Ri}(t)$가 결정되어지고 (수식 13) $D_w(t)$는 각각의 $D_{Ri}(t)$의 합으로 표현되어지므로 $D_w(t)$역시 구해질 수 있다.

$$D_{Ri}(t) = \begin{cases} 0 & \Pr(DL_{Ri} \le NDi) \\ Q_{ri} & \Pr(DL_{Ri} \ge NDi) \end{cases}$$

수식 13

따라서 RIF(t)의 기대 값은 수식 14 과 같이 주어질 수 있다.

$$E(RIF(t)) = \sum_{\forall x > 0} E(RIF(t) \mid DL_{R1} = x_1, DL_{R2} = x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, DL_{RN} = x_N) \prod_{i=1}^{N} \Pr(DL_{Ri} = x_i)$$

수식 14

실제 RIF(t)의 기대 값을 이렇게 주어 실험을 한 결과는 다음 장에서 설명하겠다.

4. Simulation 을 통한 비교 실험

4.1 실험의 목표

본 장에서는 직접 수치화된 예제를 사용하여 기존의 정보 공유하에서의 재주문점 결정 방법으로 많이 사용되어졌던 Echelon Stock Policy 와 여기서 새로이 제시한 Marginal Savings Policy 을 비교 하겠다. One Warehouse Multi Retailer Model 에서 Warehouse 의 재주문점을 결정하는데 Marginal Savings 정책의 적용은 앞에서 언급한 바와 같이 모든 Retailer 의 현

재 상황에 기반하여 보다 폭 넓은 정보를 통하여 재주문 여부를 결정하는 정책이므로 Echelon Stock Policy 에 비하여 비용 절감은 당연하다. 따라서 본 장에서의 주요 실험은 주어진 수치 데이터에서 얼마나 Marginal Savings Policy 이 우수한가를 살피고 수요와 재고 고갈비용이 변화함에 따라 절감 효과가 어떻게 변화하는지 알아보았다.

4.2 실험의 목표

본 실험은 One Warehouse Two Retailer Model 에서 Echelon Stock Policy 와 Marginal Savings Policy 을 비교하였다. 실험은 C 를 이용하였고 각 경우 별로 Retailer 에서의 수요와 재고 고갈 비용을 변화 시켜 두 정책이 발생시키는 평균 비용을 비교하였다. 수요는 포아송 분포를 따르며 Retailer 1 과 Retailer 2 의 주문량은 모두 50 으로 동일하고 Warehouse 의 주문량은 200 으로 정하였다. Retailer 1 과 Retailer 2 의 재주문점은 Simulation 을 통하여 전체 비용을 가장 최소화 시키는 시점으로 잡았으며 이것을 Echelon Stock Policy 와 Marginal Savings Policy 적용에서 동일하게 잡았다.

➢ 모델 설명

- 수요는 Retailer 에서만 발생하며 분포는 포아송 분포를 따른다. (D1,D2)
- 재고 유지 비용은 Warehouse 는 1 로 Retailer 들은 2 로 동일하게 잡았다. (h1,h2)
- 재고 고갈 비용은 Retailer 들에서만 발생한다.(p1,p2)
- Warehouse 와 Retailer 에서의 주문량은 고정되어 있다. (Qw, Q1, Q2)
- Warehouse 와 Retailer 모두에서 인도기간은 존재한다. (Lw, L1, L2)

➢ 모델 파리미터 설정

수요와 재고 고갈 비용의 변화에 따른 Marginal Savings Policy 의 효과를 알아보기 위하여 이들 값을 표 1 과 같이 변화 시켜 28 가지 경우를 만들었다. 표 1 에서의 각 행은 수요(D)는 일정한 상태에서 두 Retailer 들 간의 재고 고갈 비용(P) 차를 크게 변화 시킨 것이며 각 열은 반대로 재고 고갈 비용(P)은 동일한 상태에서 수요(D)의 변화만 크게 변화 시킨 것으로 볼 수 있다.

28 가지의 실험 모델

(D1,D2,P1,P2)

Case1 (1,1,10,10)	Case2 (1,1,10,20)	Case3 (1,1,10,30)	Case4 (1,1,10,40)	Case5 (1,1,10,50)	Case6 (1,1,10,60)	Case7 (1,1,10,70)
Case8 (1,3,10,10)	Case9 (1,3,10,20)	Case10 (1,3,10,30)	Case11 (1,3,10,40)	Case12 (1,3,10,50)	Case13 (1,3,10,60)	Case14 (1,3,10,70)
Case15 (1,5,10,10)	Case16 (1,5,10,20)	Case17 (1,5,10,30)	Case18 (1,5,10,40)	Case19 (1,5,10,50)	Case20 (1,5,10,60)	Case21 (1,5,10,70)
Case22 (1,7,10,10)	Case23 (1,7,10,20)	Case24 (1,7,10,30)	Case25 (1,7,10,40)	Case26 (1,7,10,50)	Case27 (1,7,10,60)	Case28 (1,7,10,70)

표 1

4.3 실험 결과 및 분석

표 2 는 앞에서 언급한 28 가지의 실험 모델들에 대하여 Echelon Stock Policy 를 이용하여 재주문점을 결정하는 경우와 Marginal Savings Policy 에 입각하여 재주문점을 결정하는 경우를 비교하여 얼마나 효과가 좋은지에 대하여 나타낸 것이다. 실험 결과 Case 14 의 경우 Marginal Savings Policy 가 Echelon Stock Policy 에 비해 가장 효과적인 것으로 나타났다.

실험하기 전에는 재고 고갈 비용의 차가 커질수록 또 수요의 변화가 커질수록 Marginal Savings Policy 의 효과가 비례하여 커질 것으로 예상을 하여 이러한 결과는 뜻밖이었다. 그러나 결과 데이터를 분석한 후 다음과 같은 사실을 발견하였다. 수요의 변화가 커질수록 재고 고갈 비용이 커질수록 Echelon Stock Policy 는 재고 고갈에 대비하여 더 많은 재고를 가지고 있는 상태에서 주문을 하게 된다. 따라서 어느 시점 이상이면 Echelon Stock Policy 적용에서 재고 고갈로 발생되는 비용의 비율은 계속 줄어든다는 것이다. 이것을 정보의 효용성 관점에서 보았을 때 다음과 같이 생각할 수 있을 것이다. 각 Retailer 간의 재고 고갈 비용 혹은 수요의 차가 어느 정도 크다면 다음에 주문할 것으로 예상되는 Retailer 가 어떤 특성을 가지고 있는지에 대한 정보는 매우 효과를 발휘할 수 있으나 극단적으로 수요의 차나 재고 고갈 비용의 차가 커지면 전체적으로 다음 주문을 하는 Retailer 가 어떤 특성을 가지느냐에 관계없이 전체적으로 재고 고갈을 허용하지 않으려 하기 때문에 이러한 정보의 가치가 떨어진다는 것이다

실험 결과

실험 결과	(D1=1,D2=1)	(D1=1,D2=3)	(D1=1,D2=5)	(D1=1,D2=7)
(P1=10,P2=10)	1.55%	3.02%	3.27%	3.26%
(P1=10,P2=20)	3.12%	5.02%	5.10%	4.86%
(P1=10,P2=30)	4.09%	6.15%	6.06%	5.64%
(P1=10,P2=40)	5.11%	6.97%	6.62%	6.10%
(P1=10,P2=50)	5.63%	7.52%	6.99%	6.36%
(P1=10,P2=60)	6.42%	7.90%	7.23%	6.58%
(P1=10,P2=70)	6.73%	8.13%	7.38%	6.73%

표 2

5. 결론 및 추후 연구과제

본 연구에서는 Marginal Savings Policy을 이용하여 비용 함수를 구하지 않고도 쉽게 재 주문 점을 찾을 수 있음을 보였다. 또한 확정적 수요 모델의 경우 최적 재주문점을 보장한다는 것을 증명하였으며 이를 확률적 수요 의 One Warehouse Multi Retailer Model에 적용하였다. 주문량이 결정되어 있는 경우에 재주문 점을 찾을 때 전체 재고 관련 비용 함수를 구하여 이를 최소화 시키는 재주문 점을 결정하는 방법은 모델이 복잡해 질 경우 이 비용 함수를 구하기 힘들어 적절한 해를 구하는데 있어 어려움이 많았다. 특히 One-Warehouse Multi-Retailer Model

에 경우 이러한 전체 재고 관련 비용 함수를 구하는 것이 무척 어려워 Echelon Stock Policy 정도로 이용하는 정보의 양을 최소화 하여 재고 관련 비용 함수를 정의하였다. 이에 반하여 본 연구에서의 Marginal Savings Policy를 제시 Echelon Stock Policy에 비해 보다 포괄적인 정보를 기반으로 보다 효율적으로 재주문점을 결정하는 정책을 제시해 주었다는 데 의의를 들 수 있다.
그러나 Marginal Savings Policy의 경우 실제 적용에 있어서는 어려움이 있다. 이 정책의 경우 Retailer의 수가 늘어남에 따라 기하급수적으로 그 계산량이 늘어난다는 것이 문제이다. 따라서 앞으로 실제 이 정책의 개념에 기반한 경험적 방법의 발견이 연구되어져야 할 것이다. 또 Stochastic Model에 있어서도 이 정책이 최적 재주문점을 제공해 준다는 것은 실험 결과를 통하여 확신할 수 있으나 실제 수리적 증명은 하지 못했던 관계로 이에 대한 연구도 진행되어야 할 것이다.