

생산 손실이 발생하는 재진입 라인의 평균치 분석 Mean Value Analysis of a re-entrant line with production loss

박영신*, 김수영, 전치혁
포항공과대학교 기계산업공학부

Abstract

가공물을 한 개씩 작업하는 단일작업기계와 여러 개의 가공물을 한꺼번에 작업하는 배치 기계를 포함한 재진입 라인 시스템에서 각 기계가 고장이 일어날 수 있고, 불량품이 발생할 때, 이 시스템에서의 가공물의 생산주기를 구하는 방법을 Mean Value Analysis(MVA)를 이용하여 제시하고자 한다. 배치 기계와 고장 발생, 불량품 발생 등의 이유로 이런 시스템은 승법형 대기행렬 모형으로 모형화 할 수 없다. 본 논문에서는 각 기계에서의 체류 시간을 구하여 전 시스템의 생산 주기를 구하는 방법을 MVA 를 이용하여 제시한다.

1. 서론

여러 종류의 가공물을 처리할 수 있는 기계로 구성된 재진입 라인(re-entrant line)에 대하여 각 종류 가공물의 생산 주기를 평균치분석(Mean Value Analysis, 이하 MVA 라 한다)[5]을 이용하여 구하는 방법을 제시한다. 재진입 라인은 가공물이 정해진 순서에 따라 작업을 하는 동안 같은 작업장을 여러 번 방문하게 되는 것을 의미한다[3]. 대표적인 재진입 라인의 예는 반도체 웨이퍼 제조 공정이며 이 공정의 다른 대표적인 성격은 배치 기계의 사용이다. 한번에 하나의 가공물을 처리하는 기계(이하 단일작업기계라 한다)와 여러 개의 가공물을 모아서 한꺼번에 작업하는 배치 기계(batch machine)가 혼합되어 이루어진 재진입 라인은 생산주기나 완성률 등의 성능척도를 계산하기에 어려움이 있다. 또한 기계의 고장과 수리, 수율 등의 조건을 고려하면 승법형 대기행렬 네트워크로 모형화되지 않아서 분석에 어려움이 있다. 이런 시스템의 성능 분석에는 모의실험이 보편적으로 사용되나 많은 시간과 비용이 소요되는 단점이 있어 본 논문에서는 MVA 와 발견적 기법을 도입하여 성능척도를 구하는 방법을 제시한다.

Connors 등[2]은 가공물이 재작업되거나 폐기되어지는 경우가 발생하는 재진입 라인에 기계의 고장이 발생할 수 있는 반도체 생산 시스템에 대해 대기행렬 네트워크 모형을 적용시켜 분석하였다. 본 연구는 배치 기계가 있는 재진입 라인에 대한 Park 등[4]과 박영신 등[1]의 연구를 확장하여 생산 손실이 발생하는 재진입 라인을 분석한다.

2. 고장이 발생할 수 있는 기계를 포함한 재진입 라인

본 논문에서 사용할 주요 표기는 다음과 같다.

- i : 작업장 첨자, $i = 1, \dots, m$
- j : 종류 첨자, $j = 1, \dots, p$
- l : 방문 첨자, $l = 1, \dots, v_{ij}$
- m : 작업장의 수
- p : 작업 종류(class)의 수
- v_{ij} : 작업장 i 에 종류 j 의 가공물이 방문하는 회수
- b_{ijl} : i 작업장에 종류 j 의 가공물이 l 번째 방문하는 버퍼
- T_{ijl} : i 작업장에 l 번째 방문하는 종류 j 의 가공물(또는 가공물의 배치)의 작업 시간의 평균
- B_i : i 작업장의 배치 크기($B_i = 1$ 인 경우는 단일 작업 기계를 나타냄)
- k_j : 시스템에 k 개의 가공물이 있을 때 종류 j 가공물의 수
- $L_{ijl}(k)$: 시스템에 k 개의 가공물이 있을 때, i 작업장에 l 번째 방문하는 종류 j 가공물의 평균 수
- $W_{ijl}(k)$: 시스템에 k 개의 가공물이 있을 때, i 작업장에 l 번째 방문하는 종류 j 가공물의 평균 체류 시간(작업 시간 포함)
- $W_j(k)$: 시스템에 k 개의 가공물이 있을 때 종류 j 가공물의 시스템에서의 평균 체류 시간
- $\lambda_j(k)$: 시스템에 k 개의 가공물이 있을 때 종류 j 가공물의 완성률(throughput rate) 또는 도착률(arrival rate)
- $FW_{ijl}(k)$: 고장이 발생하는 경우 버퍼 b_{ijl} 에서의 체류 시간
- AY_{ijl} : 버퍼 b_{ijl} 에 적용되는 수율
- $YL_{ijl}(k)$: 수율이 적용될 때 버퍼 b_{ijl} 에서 기다리는 가공물의 평균 수
- $YW_{ijl}(k)$: 수율을 고려할 때 버퍼 b_{ijl} 에서의 체류 시간
- $FYW_{ijl}(k)$: 기계의 고장과 수율을 동시에 고려할 때 버퍼 b_{ijl} 에서의 체류 시간

2.1. 평균치 분석(Mean Value Analysis)

본 논문에서는 작업장에서 가공물의 작업은 선착순 정책을 사용한다. MVA 는 폐쇄형 시스템을

대상으로 도착 정리와 Little의 공식을 사용하여 시스템의 인구가 k 일 때를 바탕으로 $k+1$ 일 때의 값을 구하는 반복적인 방법이다[5]. 시스템의 생산 주기, 즉 한 개의 가공물이 투입되어서 작업을 끝내고 나올 때까지의 시간은 그 가공물이 거처온 모든 버퍼에서의 체류 시간을 더하여 구해진다. 본 논문에서는 각 작업장에서 가공물의 체류 시간을 가공물의 종류와 가공 상태에 따라 구분하여 구하기 위하여, 어떤 가공물이 작업장에서 보내는 시간을 버퍼에서의 체류 시간으로 표시한다. 이 버퍼에서의 체류 시간은 가공물이 작업되기 전에 대기하는 시간과 작업장에서 실제 작업하는 시간을 포함한 값이다.

2.2. 각 종류 가공물의 생산주기

기계의 고장과 수율을 고려하지 않을 때 단일작업기계가 있는 작업장의 체류시간은 다음과 같다.

$$W_{ijl}(k) = \sum_{x=1}^p \sum_{y=1}^{v_{xy}} L_{ixy}(k-1) \cdot T_{ixy} + T_{ijl}$$

만약 기계가 고장을 일으킬 수 있고, 고장까지의 시간은 지수분포(β)를 따르고, 고장이 발생했을 때 수리 시간을 D 라고 하면 일정 시간 t 시간동안 고장이 n 번 일어날 확률은

$$P_n = e^{-\beta t} \cdot \frac{(\beta t)^n}{n!}$$

이다. 따라서 수리 시간의 기대값은

$$P_0 \cdot 0 + P_1 \cdot D + P_2 \cdot 2D + P_3 \cdot 3D + P_4 \cdot 4D + \dots = D\beta t$$

이다. 그러므로 고장이 발생할 수 있는 단일작업기계에서의 체류 시간은

$$FW_{ijl}(k) = W_{ijl}(k) + D\beta W_{ijl}(k)$$

이다.

각 작업장에서의 수율을 고려하기 위해서 어떤 버퍼에 들어온 가공물이 어느 경로를 거쳐서 왔는지를 추적하여 수율을 고려하지 않았을 때와 비교해 얼마만큼이 줄었는지를 계산한다. 예를 들어 작업 순서가 1-2-3-1-2 인 가공물이 2 번 작업장에 두 번째 왔을 때 그 가공물은 1-2-3-1의 공정에서 불량이 되지 않고 왔다는 것을 의미하므로 그 확률, $AY_{2,j}$ 는 1, 2, 3, 1공정의 수율을 모두 곱한 값이다. 모든 버퍼에 대해 이 확률을 계산하면 그 버퍼에 있을 가공물 수의 평균은

$$YL_{ijl}(k) = AY_{ijl} \cdot L_{ijl}(k)$$

이다. 따라서 단일작업기계에 수율을 고려할 때 체류 시간은

$$YW_{ijl}(k) = \sum_{x=1}^p \sum_{y=1}^{v_{xy}} YL_{ixy}(k-1) \cdot T_{ixy} + T_{ijl}$$

이 된다. 기계의 고장과 수율을 동시에 고려하면

$$FYW_{ijl}(k) = YW_{ijl}(k) + D\beta \cdot YW_{ijl}(k)$$

가 된다.

배치기계의 경우 체류 시간을 구하는데 수율을 고려한 도착률이 필요하므로

$$Y\lambda_j(k) = AY_{ijl} \cdot \lambda_j(k)$$

를 사용하고 단일작업기계에서와 마찬가지로 수율

과 고장을 동시에 고려한 체류 시간을 구하면

$$YW_{ijl}^1(k) = \sum_{x=1}^p \sum_{y=1}^{v_{xy}} \left[\frac{YL_{ixy}(k-1)}{B_i} \right] \cdot T_{ixy}$$

$$YRB_{ijl} = YL_{ijl}(k-1) - \left[\frac{YL_{ijl}(k-1)}{B_i} \right] \cdot B_i$$

$$YWFB_{ijl} = \frac{\max[0, B_i - (YRB_{ijl} + 1)]}{Y\lambda_j(k-1)}$$

$$YW_{ijl}^2(k) = YWFB_{ijl} +$$

$$\sum_{x=1}^p \sum_{y=1}^{v_{xy}} \left[\frac{YWFB_{ijl} \cdot Y\lambda_j(k-1) + YRB_{ixy}}{B_i} \right] \cdot T_{ixy} + T_{ijl}$$

$$YW_{ijl}(k) = YW_{ijl}^1(k) + YW_{ijl}^2(k)$$

$$FYW_{ijl}(k) = YW_{ijl}(k) + D\beta \cdot YW_{ijl}(k)$$

이다. 따라서 종류 j 가공물의 시스템에서의 체류 시간은 거처온 모든 버퍼에서의 체류 시간의 합이므로

$$FYW_j(k) = \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{v_{ij}} FYW_{ijl}(k); \quad j = 1, K, p$$

이다.

생산 주기를 구하기 위해서는 기계의 고장으로 인한 수리 시간과 수율의 적용에 의한 가공물 수의 감소를 고려해야 한다. 그러나 MVA는 폐쇄형 시스템의 가정을 사용하므로 불량으로 판정된 가공물이 버려져 바로 시스템 밖으로 나가게 되는 것이 아니고 작업만 하지 않을 뿐 정해진 작업 순서에 따라 각 버퍼를 다 거친 후 처음 공정의 버퍼로 되돌아가 정상적으로 작업이 시작된다고 가정한다. 따라서 시스템의 원래의 도착률과 각 버퍼에서 기다리고 있는 가공물의 수를 구하기 위해서는 수율을 고려하지 않은, 즉 모든 가공물이 정상적으로 각 버퍼에 도착하는 경우의 체류 시간을 구하여 Little의 공식을 적용해야 한다.

$$\lambda_j(k) = \frac{k_j}{FW_j(k)}$$

$$L_{ijl}(k) = \lambda_j(k) \cdot FW_{ijl}(k)$$

$$L_{ijl}(0) = 0, W_{ijl}(0) = 0,$$

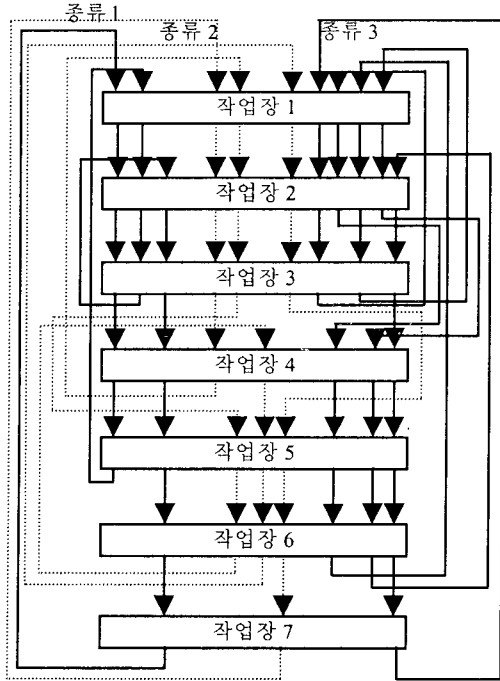
$$i = 1, K, m; j = 1, K, p; l = 1, K, v_{ij}$$

$$\lambda_j(0) = 0, \quad j = 1, K, p$$

3. 수치실험 및 비교분석

본 논문에서 제시한 방법의 효과성을 보기 위해 [그림 1]의 시스템에 대한 실험을 하여 MVA결과와 모의실험의 결과를 비교하였다. [그림 1]의 시스템은 작업장이 모두 7개이고, 3가지 종류의 가공물을 작업하는 재진입 라인이다. 각 작업장에는 기계가 한 대씩 있으며 모두 고장까지의 시간은 지수분포(0.005)를 따르며 수리 시간은 20으로 하였다. 전 시스템에서 배치 기계의 비율이 증가함에

따라 MVA 가 어느 정도 정확한 결과를 얻어내는지 알기 위해 배치 기계의 수를 조절하여 실험하였다. [표 2]는 실험 조건을 나타낸 것으로 5 가지 경우에 대해서 실험하였고 배치 기계의 수를 0 개에서 4 개 까지 증가시키며 실험하였다. 2 열의 팔호 안의 수는 어떤 작업장이 배치 기계로 구성되었는가를 나타낸다. 모의 실험은 'Simul8'이라는 상용소프트웨어 프로그램을 사용하였으며 준비 기간 10,000 시간, 결과 수집기간 30,000 시간에 대한 결과를 얻었다.



[그림 1] 예제 시스템

[표 1] 예제 시스템의 작업조건

	작업 시간	
	단일 작업	배치 작업
작업장 1	1.7	
작업장 2	0.9	1.9(5)
작업장 3	1.4	2.5(2)
작업장 4	2.5	4.3(5)
작업장 5	3	4(4)
작업장 6	0.8	
작업장 7	1.2	

[표 2] 예제 시스템의 실험 조건

	배치 작업장의 수 (배치 작업장 번호)
실험 1	0
실험 2	1(3)
실험 3	2(3, 5)
실험 4	3(2, 3, 5)
실험 5	4(2, 3, 4, 5)

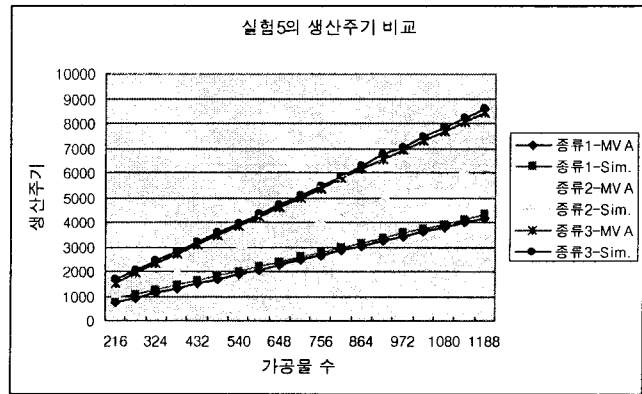
[표 3]은 각 실험에 대해 모의실험과의 차이를 다음의 식을 이용하여 구한 값의 평균을 보여준다. [그림 2]는 배치 기계가 4 대인 것으로 실험한 실험 5의 결과를 그래프로 보여준다.

상대 오차 =

$$\frac{|(\text{모의실험의 생산주기}) - (\text{MVA의 생산주기})|}{\text{모의실험의 생산주기}} \times 100(\%)$$

[표 3] MVA 와 모의실험의 오차

	종류 1	종류 2	종류 3
실험 1	0.38%	0.65%	1.34%
실험 2	2.29%	0.88%	1.37%
실험 3	2.04%	4.05%	2.25%
실험 4	2.74%	2.47%	5.20%
실험 5	6.43%	0.42%	3.09%



[그림 2] 실험 5의 생산주기 비교

4. 결론

생산 손실이 발생하는 재진입 라인에 대한 MVA 분석 방법의 결과가 모의실험의 결과와 근접함을 보였다. 여러 가지 가정을 사용하였으나 복잡한 모의실험의 과정 없이 생산 주기를 알 수 있는 내안으로 유용할 것이다. 추후연구로는 작업장에 동일한 기계가 여러 대 있는 경우를 고려해야 할 것이다.

참고문헌

1. 박영신, 전치력, 김수영, "여러 종류의 가공물과 배치 기계가 있는 재진입 흐름생산의 평균치 분석", 경영과학회지 25 권 1 호(2000), pp.37-50.
2. Connors D.P, G.E. Feigin and D.D. Yao, "A queuing Network Model for Semiconductor Manufacturing", *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, Vol.9, No.3(1996), pp.412-427.
3. Kumar, P.R., "Re-entrant lines", *Queueing Systems: Theory and Applications*, Vol.13(1993), pp.87-110.
4. Park, Y., S. Kim, and C.H. Jun, "Performance analysis of re-entrant flow shop with single-job and batch machines using mean value analysis", To appear in *Production Planning and Control*.
5. Reiser, M. and S.S. Lavenberg, "Mean-value analysis of closed multichain queueing networks", *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol.27, No.2(1980), pp.313-322.