대한산업공학회/한국경영과학회 2000 춘계공동학술대회 논문집. 2000년4월21-22일. 경남대학교
Session 0A3.5

다종제품의 동적 생산-수송 문제를 위한 휴리스틱 알고리즘

A Heuristic Algorithm for A Multi-Product Dynamic Production and Transportation Problem

이운식* · 한종한**
*부경대학교 산업공학과, **부경대학교 산업공학과 석사과정

Abstract

This paper analyzes a dynamic lot-sizing problem, in which the order size of multiple products and a single container type are simultaneously considered. In the problem, each order (product) placed in a period is immediately shipped immediately by containers in the period and the total freight cost is proportional to the number of each container type employed. Also, it is assumed that backlogging is not allowed. The objective of this study is to determine the lot-sizes and the shipping policy that minimizes the total costs, which consist of ordering costs, inventory holding costs, and freight costs. Because this problem is NP-hard, we propose a heuristic algorithm with an adjustment mechanism, based on the optimal solution properties. The computational results from a set of simulation experiment are also presented.

1. 서론

유한 생산계획기간하에서의 동적 수요를 만족시키는 동적생산계획문제(Dynamic Lot-Sizing Problem)는 Wagner 와 Whitin(1958)에 의해 처음으로 연구되었고 이들은 생산용량은 제한되지 않고 추후조달은 허용되지 않는 기본 모형을 다루었다. 그 이후 Wagner-Whitin 모형을 확장시킨 많은 연구들이 이루어졌으나 대부분의 기존 동적 생산계획 모형들은 수송정책을 고려하지 않고 생산-재고 정책을 결정하는 단점을 가지고 있어, 생산 시스템과 수송시스템이 연계된 통합시스템의 최적해를 제공할 수는 없다. Lee(1989)는 화물수송비용을 고려한 동적생산계획문제를 연구하였으나 화물 컨테이너의 종류는 하나로 가정하였다. 이운식(1998)은 Lee(1989)의 논문을 확장한 다종의 화물컨테이너를 고려한 동적 생산 및 수송모형을 다루었다. 그러나 이 논문들은 다종제품 문제를 고려하지 않았다.

본 연구는 유한계획기간하에서 수요가 동적으로 발생하는 다종제품에 대한 동적 생산계획 및 수송 문제를 다룬다. 이 문제에서 수송방법은 한 종류의 화물 컨테이너를 이용하여 생산된 다종제품들을 수송한다. 화물 수송비용은 사용된 컨테이너의 수에 비례한다고 가정한다. 또한, 추후조달(backlogging)은 허용되지 않는다. 이 문제에서 발생되는 총물류비용은 각 제품에 대한 생산비용(생산준비비용+생산간접비용), 각 제품에 대한 재고유지를 위한 재고비용, 그리고 화물 컨테이너의 사용댓수에 따른 수송비용을 포함한다.

본 연구의 목적은 유한계획기간하에서의 수요를 만족시키면서 총물류비용을 최소로 하는 기간별 및 제품별 최적 생산계획 및 수송계획을 수립하는 것이다. 그러나, 본 연구의 대상문제는 NP-hard 문제이다. 따라서, 최적해가 갖는 해의 구조적 특성을 규명하고 이 성질을 근간으로 생산계획 및 수송계획을 효율적으로 찾을 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 제안한다. 또한, 알고리즘의 효율성을 검증하기 위한 시뮬레이션 분석결과도 제시한다.

2. 수리모형

이운식(1998a)의 논문을 근간으로 다종제품에 대한 동적 생산계획 및 수송계획 문제로 확장할 경우, 본 연구에 적합한 다음과 같은 수리적 모형을 제시할 수 있다.

$$(P)\quad \min_{x_{ti},\, y_t} \sum_{t=1}^{T}\left\{ \sum_{i=1}^{M} S_i \cdot \delta(x_{ti}) + \sum_{i=1}^{M} p_i \cdot x_{ti} + \sum_{i=1}^{M} h_i \cdot I_{ti} + F \cdot y_t \right\}$$

$$\text{s.t.}\quad I_{ti} = I_{t-1,i} + x_{ti} - d_{ti}, \qquad \forall t,\ i \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{M} x_{ti} \le W \cdot y_t, \qquad \forall t, \qquad (2)$$

$$I_{0i} = I_{Ti} = 0, \qquad \forall\ i, \qquad (3)$$

$$x_{ti} \geq 0,\ I_{ti} \geq 0, \qquad \forall t,\ i, \qquad (4)$$

$$y_t : \text{비음정수}, \qquad \forall\ t. \qquad (5)$$

[기호정의]

T = 계획기간의 길이

t = 기간을 나타내는 첨자 ($t = 1, 2, \cdots, T$),

M = 생산되는 제품의 수,

i = 제품의 종류를 나타내는 첨자($j = 1, 2, \cdots, M$),

d_{ti} = 기간 t에서의 제품 i에 대한 수요량,

W = 컨테이너의 화물 적재량,

x_{ti} = 기간 t에 생산되고 컨테이너 사용하여 수송되는 양,

y_t = 기간 t에 사용되는 컨테이너의 수 (비음정수),

I_{ti} = 기간 t말에서의 제품 i에 대한 재고량,

S_i = 제품 i에 대한 생산준비비용,

p_i = 제품 i에 대한 단위당 생산비용,

F = 단위 컨테이너당 수송비용,

h_i = 제품 i에 대한 단위당 재고비용

$\delta(x)$ = $x > 0$이면 1, 아니면 0.

문제P의 목적함수에서 각 제품의 단위당 생산비용 p_i가 시간에 따라 일정하고 $I_{0i} = I_{Ti} = 0$ 이므로, 목적함수에서 $\sum_{i=1}^{M} p_i \cdot x_{ti}$를 제거하여도 최적해에 영향을 주지 않는다. 문제P의 수리모형은 수송기간마다 다종제품을 혼합하여 수송할 수 있는 수송정책의 수립을 허용한다. 따라서, 본 연구는 이러한 수리적 모형의 특성으로 인해 NP-hard문제가 되어, Lee(1989)와 이운식(1998)과 같이 정점(Extreme Point)들의 특성 규명을 통해 동적계획법을 이용하여 최적해를 찾는 방법들을 이용할 수 없다. 본 연구에서는 이러한 NP-hard형태의 수리모형을 효율적으로 풀 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 개발한다.

3. 최적해의 성질 규명

문제P의 제약식들은 <그림1>과 같은 네트워크로 표현될수 있다. 그 네트워크에서 두가지 형태의 흐름(flow)를 다음과 같이 정의한다.

(1) 총괄흐름 : 마디 (0)와 (1, 2, $\cdots$, T) 사이의 흐름

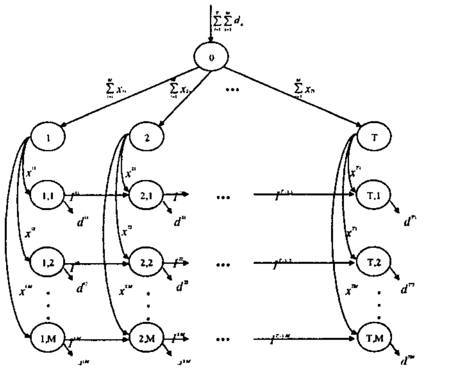
(2) 개별흐름 : 마디 (1, 2, $\cdots$, T)와 ((1,1), (1,2), $\cdots$, (T,M)) 사이의 흐름

총괄흐름은 켄테이너의 사용댓수에 따라 호의 용량에 제한이 있으며 개별흐름은 용량의 제한이 없다.

문제P의 제약식에 의해 형성되는 집합은 볼록집합(convex set)이고 목적함수는 오목함수이므로 문제P의 최적해는 정점(extreme point)에서 발생한다. 네트워크이론에서 볼 때, 그런 정점은 극단흐름(extremal flow)로 해석될 수 있다 (Florian et al. (1971)과 Zangwill (1968) 참조). 호의 용량에 제한이 없는 네트워크에서의 어떤 실행가능한 흐름(feasible flow)이 루프(loop)를 형성하지 않는다면 그 흐름은 극단흐름이다. 또한, 호의 용량에 제한이 있는 네트워크에서의 어떤 실행가능한 흐름(feasible flow)이 극단흐름이 되기 위해서는 각 루프(loop)들이 최소한 하나 이상의 포화호(saturated arc; 호의 용량만큼의 흐름을 가지는 호)를 포함하여야 하고 그 역도 성립한다.

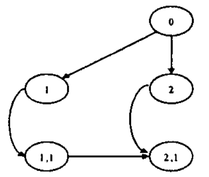
<그림1>의 네트워크에서 루프들은 다음과 같은 두가지 방법에 의해 형성될 수 있다.

(1) 총괄수준과 개별수준 사이에 형성되는 경우 마디(0), (1), (1,1), (2,1), (2), (0)의 순서에 따라 형성되고 그 형태는 <그림2>와 같다.

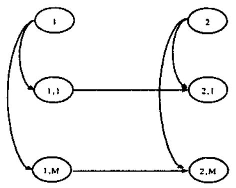


<그림 1> 문제P의 네트워크 표현

(2) 개별수준들 사이에 형성되는 경우 마디(1), (1,1), (1,M), (2,M), (2,1), (2)의 순서에 따라 형성되고 그 형태는 <그림3>과 같다.



<그림 2> 총괄수준과 개별수준 사이에 형성되는 루트의 형태



<그림 3> 개별수준들 사이에 형성되는 루프의 형태

Wagner와 Whitin(1958)의 최적해 조건인 $x_{ti} \cdot I_{ti} = 0$를 만족하는 생산 및 수송 계획은 항상 극단흐름이 된다. 그런 계획은 항상 루프의 형성을 방해한다. 반대로, $x_{ti} \cdot I_{ti} \neq 0$이라면 정리1과 정리2의 성질을 만족해야 한다. 이를 설명하기 위해 다음과 같이 부분개별수송점과 재생점을 정의한다.

(1) 부분총괄수송점

$nW < \sum_{i=1}^{M} x_{ti} < (n+1)W$ (n은 비음정수)이면, 기간t는 부분총괄수송점이다.

(2) 재생점

제품i에 대해 $I_{ti}=0$이면, 기간t는 제품i에 대해 재생점이다.

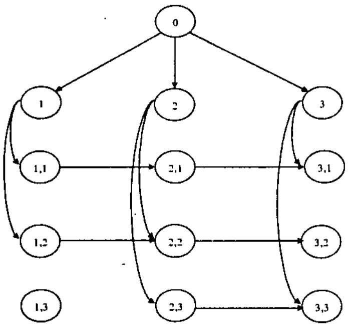
<정리 1> 문제P에 대한 최적해는 각 제품i에 대한 임의의 재생점 사이에 제품i에 대해 최대한 하나의 부분총괄수송점을 갖는다.

<증명> 제품i에 대한 임의의 재생점 사이에 제품i에 대해 두개의 부분총괄수송점을 갖는 최적해가 존재한다고 하자. 네트워크에서 볼 때, 이 경우는 <그림2>와 같은 루프를 형성하게 된다. 이 흐름이 극단흐름이기 위해서는 (0,1)과 (0,2)의 호중 최소한 하나는 포화호이어야 한다. 따라서 상기의 해는 최적해가 아니다. 따라서, 증명은 완료된다.

<정리1>을 만족하더라도 <정리2>를 만족하지 않으면 그 해는 정점이 아니다.

<정리 2> 문제P에 대한 최적해는 그 최적해에 대응되는 개별흐름이 루프를 형성하지 않아야 한다.

<증명> 실행가능해에 대응되는 실행가능흐름이 <정리1>의 성질을 만족하고 <그림4>와 같은 형태의 루프를 형성한다고 하자. 이 경우에 개별흐름에서는 용량이 제한된 호를 갖지 않으므로 비포화호들로 구성된 루프를 형성하게 된다. 따라서, 이 흐름은 극단흐름이 아니다. 그러므로, 증명은 완료된다.



<그림 4>

<정리1>과 <정리2>를 통해 최적해의 성질을 규명하였으므로, 규명된 성질을 이용하여 휴리스틱 알고리즘을 개발하고자 한다.

4. 휴리스틱 알고리즘

4.1 한계비용계수

본 연구에서는 다음과 같은 한계비용계수를 사용한다.

$$M_i(t)=\frac{S_i+H_i(t-1)-h_i\cdot(t-1)^2\cdot d_{ti}}{t(t-1)}$$

$$H_i(t) = h_i\sum_{k=1}^{t}(k-1)d_{ki}$$

이 한계비용계수의 형태는 Dixon과 Silver(1979)에서도 사용되었다.

$M_i(t)$가 양수라면, 현재의 로트에 d_{ti}를 포함시킴으로써 비용절감을 기대할 수 있다. 그러나, $M_i(t)$가 음수라면, 비용증가가 예측된다. 따라서, 생산 및 수송정책은 다음과 같은 절차를 따라 결정된다.

단계1. t=1, $M\times T$ 수요행렬을 생성한다.
단계2. 현재의 로트에 기간 t 에서의 수요를 포함한다. 만약 t = T 이면 이 절차를 종료하고 조정 메카니즘을 적용한다.
단계3. $M_i(t)$값을 이용하여 각 제품에 대한 로트를 확정한다.
단계4. 총괄수송량을 조절한다.
단계5. 각 제품에 대해, 현재의 로트에 포함된 수요량만큼을 수요행렬에서 차감하여 수요행렬을 수정한다. t=t+1로 놓고 단계 2로 간다.

4.2 조정 메카니즘

상기의 한계비용계수를 기초로 한 휴리스틱은 궤환기능없이 단순히 단방향으로만 작동하여 해의 산출은 용이하나, 최적해와 비교하여 볼 때 상당히 열악한 해를 제공할 수 있다. 따라서, 우수한 해로 효율적으로 변환시킬수 있는 조정 메카니즘을 제안한다. 그 조정메카니즘의 개념을 간략히 소개한다.

단계1. 생산준비비용의 절감효과를 평가하여, 비용절감이 가능한 제품에 대해 특정 생산점에서의 생산량을 직전 생산점으로 옮긴다.
단계2. 수송비용의 절감효과를 평가하여, 비용절감이 가능한 특정 부분총괄수송점에서의 수송량의 일부를 새로운 컨테이너의 사용을 요구하지 않는 범위에서 직전 부분총괄수송점으로 옮긴다.
단계3. 기간 1에서의 과잉재고의 일부를 새로운 컨테이너의 사용, 새로운 생산점과 재고부족의 발생이 허용되지 않는 범위에서 바로 다음 부분총괄수송점으로 옮긴다

5. 알고리즘 성능 분석

제안된 휴리스틱 알고리즘에 대한 성능분석을 위해, 다음과 같은 실험조건을 설계하여 시뮬레이션 분석을 한다.

1) 제품수(M)는 3, 6 등의 2가지 경우로 하고, 계획기간(T)은 4, 6, 8 등의 3가지 경우로 한다.
2) 평균 μ_i는 균등분포 $U(25,100)$을 따른다.
3) 표준편차 σ_i는 50%의 확률로 μ_i와 $\mu_i/5$를 택한다.
4) 각 제품에 대한 수요는 $N(\mu_i,\sigma_i^2)$를 따른다.
5) 각 제품에 대한 생산준비비용은 다음과 같이 정한다.

$$S_i=TS_i^2\cdot\mu_i/2,\quad TS_i=1,3,6,$$

여기서, TS_i는 EOQ의 Cycle Time을 의미한다.
6) 각 제품에 대한 단위당 재고유지비용(h_i)은 1.0으로 동일하게 둔다.
7) 컨테이너 적재용량 W는 100, 200, 300으로 정하고 대응되는 수송비용 F는 다음과 같이 정한다.

$$F=i\cdot W,\ i=1,2,3.$$

8) 상기에 주어진 실험조건에 대해 5개의 수요표본을 발생시킨다.

<표 1> 시뮬레이션 결과

M	*W*	*F*	차이(%)		
			T=4	T=6	T=8
3	100	100	1.96	2.38	4.25
		300	1.99	2.87	4.11
		600	2.61	3.66	4.90
	200	200	2.66	2.37	4.51
		600	4.55	4.82	8.47
		1200	9.42	8.21	9.08
	300	300	2.89	6.15	6.22
		900	4.84	5.65	7.23
		1800	6.24	12.96	7.76
6	100	100	0.67	1.51	2.08
		300	1.52	2.69	3.22
		600	2.89	2.78	4.06
	200	200	2.06	2.57	2.84
		600	3.81	6.13	6.10
		1200	4.58	6.58	7.11
	300	300	4.38	3.15	4.25
		900	5.65	6.30	6.93
		1800	8.26	8.16	9.06

상기와 같은 실험조건을 바탕으로, 제안된 휴리스틱 알고리즘의 효율성을 검증하기 위해 동일한 조건에서 CPLEX 6.0.2 패키지(Windows NT용)를 적용하여 산출한 최적해와 비교 분석한 결과는 <표1>과 같으며 휴리스틱 알고리즘의 효율성은 최적해와 비교하여 평균 4.85%내의 우수한 해를 제공하였다.

6. 결론

본 연구에서는 다종 제품의 동적 수요를 만족시키면서 기간별 및 제품별 최적 생산계획 및 수송계획을 수립할 수 있는 수리모형을 제시하고 이 수리모형의 최적해에 대한 구조적 특성을 규명하였다. 또한, 이 성질을 근간으로 생산계획 및 수송계획을 효율적으로 찾을 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다. 또한, 시뮬레이션 분석 결과를 통해 제시한 알고리즘의 효율성이 우수함을 입증하였다. 향후 연구과제로는 규모가 큰 다양한 문제들을 대상으로 제시한 알고리즘의 효율성을 검증하는 것이다. 또한, 수송제품의 적재용량이 다른 경우의 확장된 문제에 대한 생산계획 및 수송계획을 효율적으로 찾을 수 있는 라그랑쥐 승수기법을 이용한 알고리즘을 개발하고자 한다.

참고문헌

1. Dixon, P. and E. A., Silver, "A Heuristic Solution Procedure for the Multi-Item Single-Level, Limited Capacity, Lot-Sizing Problem", Journal of Operations Management, Vol. 2, No. 1, pp. 23-29, 1981.
2. Florian, M., Rossin-Arthiat, M., and D., DeWerra, "A Property of Minimum Concave Cost Flows in Capacitated Networks", INFOR, Vol. 9, pp. 293-304, 1971.
3. Lee, C. Y., "A Solution to The Multiple Set-Up Problem with Dynamic Demand", IIE Transactions, Vol. 21, No. 3, pp. 266-270, 1989.
4. Lee, W. S., "A Dynamic Production and Transportation Model with Multiple Freight Container Types", J. of the Korean Institute of Industrial Engineering, Vol. 24, No. 1, pp. 157-165, 1998.
5. Wagner, H. M. and T. M. Whitin, "Dynamic Version of the Economic Lot Size Model", Management Science, Vol. 5, No. 1, pp. 89-96, 1958.
6. Zangwill, W. I., "A Backlogging Model and a Multi-Echelon Model of a Dynamic Lot Size Production System - A Network Approach", Management Science, Vol. 15, No. 9, pp. 506-527, 1969.