

## 연속 보 해석 기법에 의한 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물의 해석

### Continuum Beam Analogy for Analysis of Framed Tube Structures with Multiple Internal Tubes

이 강 권\*  
Lee, Kang-Kun

#### ABSTRACT

A simple numerical modelling technique is proposed for the analysis of framed tube structures with multiple internal tubes. The structures are analysed using a continuum approach in which each tube is individually modelled by a tube beam that accounts for the flexural and shear deformations, as well as the shear lag effects. By simplifying assumptions regarding the form of strain distributions in external and internal tubes, the structural behaviour is reduced to the solution of a single second order linear differential equation. The numerical analysis uses the variational approach on the basis of the minimum potential energy principle. Three framed-tube structures with single, two and three internal tubes are analysed to verify the applicability and reliability of the proposed method.

#### 1. 서 론

복수의 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물(이하, "tube(s)-in-tube 구조물" 이라 한다)은 수평하중에 저항하는 강한 내부강성과 수직하중을 지지하는 내부튜브로 인하여, 근래에 관심을 끌고 있는 응용 튜브 구조시스템 중의 하나이다. 이러한 튜브 구조물은 그 내부튜브에 있는 shear lag 의 영향을 줄이고, 수평력에 대한 내부 기둥의 적극적인 저항을 유도하며, 구조물 전체 강성에 대한 내부 튜브의 부가적인 강성의 영향으로 인하여 구조물의 안정성을 최대화 할 수 있다. 오늘날 튜브구조 시스템은 구조시스템의 효율을 최대로 발휘할 수 있는 경제적인 시스템으로써 평가되고 있으나, 튜브사이에 존재하는 튜브-튜브 상호작용(tube-tube interaction)과 함께 negative shear lag는 튜브 구조 시스템의 거동을 평가하고 정확한 해석을 수행하는데 큰 어려움이 되고 있다.

본 연구에서는, 튜브-튜브 상호작용에 의해 발생한 부가적인 휨 응력 과 positive 와 negative shear lag 현상을 고려한 수치적인 모델링 기법(numerical modelling technique)이 제안되었다. 그 부가적인 휨 응력은, 튜브에 있는 shear lag 현상을 설명할 수 있는 한 방법으로 고려되고 있으나, 기존의 해석 방법<sup>1), 4)</sup> 과 기존의 상업용 3 차원 골조 해석 프로그램들은 이러한 shear lag 현상의 원인이 되는 부가적인 휨 응력을 설명할 수 없다.

Tube(s)-in-tube 구조물을 연속적인 구조물로 모델링하여 해석하는 제안된 방법의 정확성과 신뢰성을 평가하기 위하여, 높이가 일정한 RC조로 된 3개의 40층 튜브 구조물(즉, 1, 2, 3개의 내부튜브를 가진 구조물)이 제안된 방법과 3 차원 골조 해석 프로그램<sup>2)</sup>을 사용하여 각각 해석되었다. 그리고, 그 결과들이 구조물의 수평 처짐과 각 튜브에 있는 응력 분포를 평가하기 위하여 비교되었다.

\* 한양대 초대형구조시스템 연구센터, 연구조교수

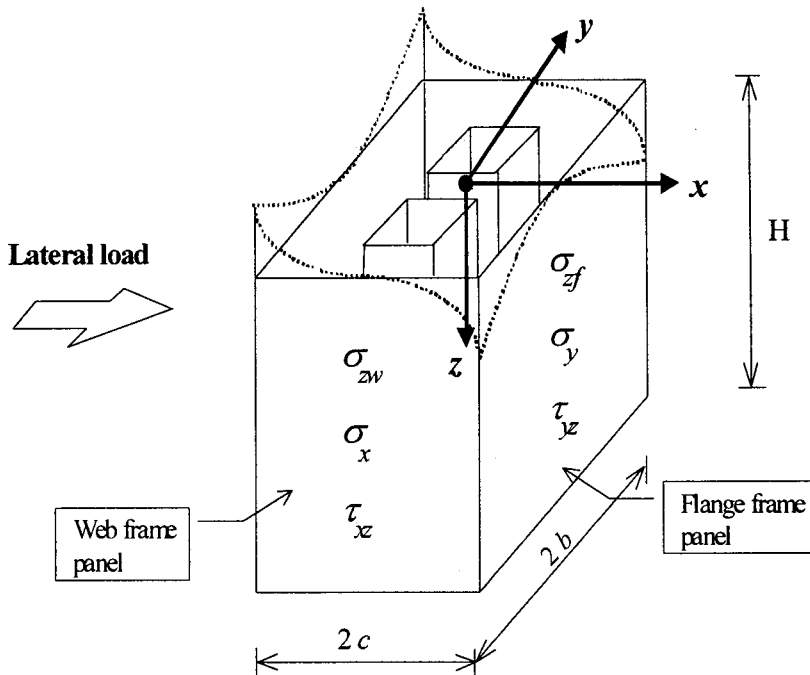


그림 1 내부튜브를 가진 튜브 구조물의 패널에 작용하는 응력 분포와 응력 기호

## 2. 수치적인 모델링 과 가정

복수의 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물은 균일한 두께의 튜브가 모여서 구성된 구조물로 모델링 되어 그 튜브들은 연속적인 구조물로써 해석되어질 수 있다. 그림 1은 수평하중을 받는 전형적인 복수 내부 튜브를 가진 골조 튜브 구조물을 나타내고 있다. 여기서, 각각의 튜브들은 수직 평면에서 균일한 두께를 가진 4개의 정방형 플레이트 패널로서 이상화 될 수 있다. 또한, 슬래브의 평면내 높은 강성(high in-plane stiffness)은 외부튜브와 내부튜브 사이의 상대적인 수평변위를 구속하므로, 각 층에서의 상대변위는 무시되어진다.

튜브구조물의 전반적인 거동을 모델링하기 위해 사용된 수치적인 해석방법은 기존의 해석<sup>1),4)</sup> 방법과 비교하여 다음과 같은 특성을 가지고 있다: (1) 수정된 Reissner 함수<sup>5)</sup>가 플랜지 프레임 패널(flange frame panel)에 있는 net shear lag를 고려한 독립수직변형 분포를 표현하기 위하여 사용되었다; (2) 외부 또는 내부 튜브에 있는 negative와 positive shear lag의 영향이 튜브 구조물의 전반적인 거동을 평가하기 위해서 고려 되었다; (3) 내부튜브에 의한 추가적인 수평강성(additional lateral stiffness)이 해석 시 고려되었다; (4) 튜브-튜브 상호작용에 의해 발생한 추가적인 휨 응력(additional bending stress)이 구조물의 shear lag효과를 평가하기 위하여 언어질 수 있다; (5) 제안된 방법은 내부 튜브가 없는 튜브 구조물 뿐만 아니라, 복수 내부 튜브를 가진 튜브 구조물의 해석에 적용될 수 있다.

각 튜브 패널에 있는 수직변형분포를 표현하기 위해서, 튜브와 튜브사이에 존재하는 튜브-튜브 상호 작용과 shear lag 영향을 포함한 변위함수를 가정한다는 것은 그리 쉽지 않다. 본 연구에서는, shear lag 영향 하에 있는 독립적인 수직변형 분포를 모델링하기 위하여 수정된 Reissner 함수가 사용되었으며, 수치적 해석 방법을 위하여 포텐셜 에너지 방법을 응용한 변화의 접근 방법<sup>3)</sup>(Variational approach)을 사용되었다.

변위함수가 각 튜브의 플랜지(flange)와 웨브(web)에 있는 변위의 분포를 표현하기 위하여 가정되어진다. 그 변형 함수들은 보와 층의 위치에 따라서 변화되는 shear lag계수를 포함하는 함수로서, 튜브 구조물의 각 부재에 있는 응력은 그 구조물의 기하학적 크기(geometry), 부재의 재료, 물리적 특성(property) 그리고 각 튜브의 2차단면 모멘트로 구성된 선형함수로써 표현될 수 있다.

외부튜브에 있어서, 플랜지(flange) 패널에 있는 수직 변위 함수,  $U_1(z, y)$ , 와 웨브(web) 패널에 있는 수직 변위 함수,  $U_2(z, x)$ , 는 각각 다음과 같다.

$$U_1(z, y) = c \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 - \left( \frac{y}{b} \right)^3 \right) u_1(z) \right] \quad ; \quad U_2(z, x) = \left[ \frac{dw}{dz} x + \left( \frac{x}{c} - \left( \frac{x}{c} \right)^3 \right) u_2(z) \right] \quad (1)$$

여기서,  $b$  와  $c$  는 각각 플랜지 와 웨브 패널폭의 반(half),  $w$  는 수평 하중에 의한 구조물의 수평 처짐이며,  $u_1(z)$  와  $u_2(z)$  는 각각 플랜지와 웨브의 전단변형에 의한 shear lag 계수를 포함하고 있는 미지 함수이다.

내부 튜브인 경우, 내부 튜브의 수가 짝수일 때 ( $N = 2, 4, 6, 8$  etc), 플랜지 패널의 변위함수  $u_{i1}(z, y)$  는

$$U_{i1}(z, y) = c_i \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 + 8 \left( \frac{y - m_1}{2b_i} - \frac{1}{2} \right)^3 \right) u_{i1}(z) \right] \quad m_1 \leq y \leq n_2 \quad (2a)$$

$$U_{i1}(z, y) = c_i \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 - 8 \left( \frac{y - m_1}{2b_i} - \frac{1}{2} \right)^3 \right) u_{i1}(z) \right] \quad n_2 \leq y \leq n_3 \quad (2b)$$

여기서,

$$m_1 = \frac{(n-1)}{2}a + 2\left(\frac{n}{2}-1\right)b_i, \quad m_2 = \frac{(n-1)}{2}a + (n-1)b_i, \quad m_3 = \frac{(n-1)}{2}a + nb_i \quad \text{그리고 } n = \left(\frac{N}{2}\right)! \times 2 \text{ 이다.}$$

내부 튜브의 수가 홀수인 경우 ( $N = 3, 5, 7$  etc), 플랜지 패널의 변위 함수는 다음과 같다.

$$U_{i1}(z, y) = c_i \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 - \left( \frac{y}{b_i} \right)^3 \right) u_{i1}(z) \right] \quad 0 \leq y \leq b_i \quad (3a)$$

$$U_{i1}(z, y) = c_i \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 + 8 \left( \frac{y - m_1}{2b_i} - \frac{1}{2} \right)^3 \right) u_{i1}(z) \right] \quad m_1 \leq y \leq n_2 \quad (3b)$$

$$U_{i1}(z, y) = c_i \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 - 8 \left( \frac{y - m_1}{2b_i} - \frac{1}{2} \right)^3 \right) u_{i1}(z) \right] \quad n_2 \leq y \leq n_3 \quad (3c)$$

여기서,  $n = \left(\frac{N-1}{2}\right)! \times 2 + 1$  이다.

외부 웨브 패널의 변위 함수에 적용된 가정이 내부 웨브 패널에 있는 변위함수,  $U_{i2}(z, x)$ , 를 가정하기 위해서 적용되어진다. 그 변위 함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$U_{i2}(z,x) = \left[ \frac{dw}{dx}x + \left( \frac{x}{c_i} - \left( \frac{x}{c_i} \right)^3 \right) u_{i2}(z) \right] \quad (4)$$

여기서,  $u_{i2}(z)$  는 전단변형이 원인이 된 shear lag 계수를 포함하고 있는 미지함수이다.

복수내부 튜브를 가진 골조 튜브 구조물의 전체 potential 에너지는 내부와 외부 튜브의 전체 변형 에너지와 작용하중에 대한 potential 에너지의 합으로서 표현된다. 그 전체 potential 에너지는 최소 potential 에너지를 기초로 한 변화의 접근 방법을 통하여 최소화될 수 있다. 이러한 최소화 과정을 통하여 튜브 구조물의 전반적인 거동을 설명할 수 있는 지배 미분 방정식(governing differential equations)이 얻어진다. 구조물에 대한 수치해석은 그 지배 미분 방정식과 구조물의 기하학적인 경계조건을 통하여 얻어질 수 있다. 결론적으로, 앞에서 논의된 내부와 외부 튜브의 변위 함수에 대한 가정을 통하여, 복잡한 이중적분으로 구성된 전체 potential 에너지가 variational approach 방법에 의해 이차 선형 미분 방정식의 해로 줄어든다.

### 3. 수치결과의 비교

제안된 수치적 해석 방법의 정확성을 평가하기 위하여, 수평하중을 받는 복수내부 튜브를 가진 골조 튜브 구조물이 고려되었다. 각각 1, 2, 3개의 내부 튜브를 가진 3개의 40층 골조 튜브 구조물들이 제안된 방법과 3차원 해석 프로그램<sup>2)</sup>을 사용하여 해석되었으며, 그 결과가 각 튜브에 있는 응력 분포를 평가하기 위하여 비교되었다.

3개의 예제 건축물들은 30 m×30 m의 평면에 3 m의 층고 그리고 2.5 m의 기둥 간격(bay width)으로 되어 있으며, 건축물의 최대 응력이 발생하는 경우를 고려하기 위하여 균일한 수평하중 88.24 kN/m가 긴 프레임 패널(플랜지 또는 y 축)에 작용하는 것으로 가정하였다. YOUNG 계수 E 와 전단 계수 G는 각각  $2.06 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>과  $0.824 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>로 하였다. 그림 2는 해석에 사용된 튜브구조물의 평면을 나타내고 있으며, 표 1은 그 구조물의 구조적인 data를 요약한 것이다.

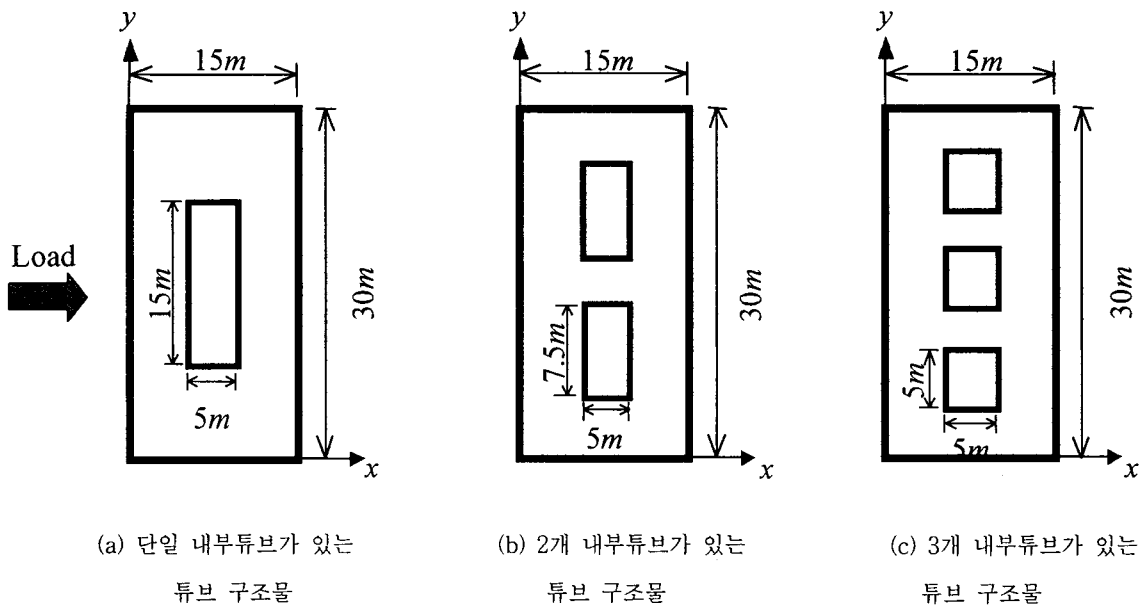


그림 2 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 평면

표 1 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 Geometry와 적용하중

구조적인 DATA	단일내부튜브 가 있는 튜브 구조물	2개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물	3개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물
외부튜브의 기둥 보 크기 (cm×cm)	80 × 80		
내부튜브의 기둥 보 크기 (cm×cm)	91 × 91	80 × 80	72 × 72
외부튜브의 크기 (m×m)	30 × 15		
내부튜브의 크기 (m×m)	15 × 5	2@7.5 × 5	3@5 × 5
건축물 높이 (m)	120		
슬래브 두께 (cm)	12		
수평하중 (kN/m)	88.24		

3개의 튜브구조물이 제안된 방법과 ETAB에 의해서 해석되었으며, 그 구조물의 수평 처짐과 각 튜브 플랜지 패널의 중앙과 모서리 기둥에 있는 응력 분포가 그림 3과 4에 각각 비교되었다.

표 2 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 최대 처짐과 기둥 응력의 비교

구조물	최대 처짐(cm)			최대 응력 (KN/m <sup>2</sup> )		
	ETABS [1989]	제안된 방법	오차 (%)	ETABS [1989]	제안된 방법	오차 (%)
단일내부튜브 가 있는 튜브 구조물	26.5	25.7	3.0	7615.0	6799.0	10.7
2개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물	27.4	25.9	5.4	7523.8	6768.0	9.99
3개 내부튜브가 있는 튜브 구조물	26.9	25.9	3.7	7293.0	6759.0	7.3

Note :  $\left| \frac{\text{제안된 방법} - \text{3차원 참조 해석 [ETABS]}}{\text{3차원 참조 해석[ETABS]}} \right| \times 100 \%$

표 2는 제안된 방법과 ETABS의 해석 결과에 의해서 얻어진 3개의 예제 튜브 구조물의 최대 처짐과 응력을 비교한 것이다. 처짐 비교에 있어서, ETABS의 해석 결과에 대해 제안된 방법에 의한 결과의 오차는 1개의 내부튜브를 가진 구조물에 있어서는 3.0 % 그리고 2개의 내부 튜브를 가진 구조물은 5.4 % 이었지만, 3개의 내부 튜브를 가진 구조물에 있어서는 3.7 % 이었다. 또한 응력 비교에 있어서, 그 오차는 1개의 내부튜브와 2개의 내부튜브를 가진 구조물에 있어서는 각각 10.7 % 와 9.99 % 을 나타내었으나, 3개의 내부튜브를 가진 구조물에 있어서는 그 오차가 7.3% 이었다. 이러한 오차는 골조 튜브를 3차원 골조로 해석하는 ETABS가 고층 골조 튜브구조물의 강성을 과소 평가하고 있기 때문이라고

사료된다. 또한 그 오차는 예비설계단계에서는 받아들여 질 수 있다고 사료된다.

#### 4. 결론

내부튜브를 가진 골조 튜브구조물의 수치해석을 위하여, 최소 potential 에너지 원리에 근거한 변화의 접근 방법을 사용한 간단한 수학적 모델이 제안되었다. 그 구조물은 수평 보 와 수직 기둥으로 이루어진 정방형 패널(orthotropic panel) 이 모여서 구성된 하나의 거대한 보로써 모델링된다. 여기서, 제안된 방법은, 튜브의 net shear lag 효과를 고려하고, 각 튜브의 플랜지 패널에 있는 독립적인 변위 함수를 표현하기 위해 수정된 Reissener 함수가 사용되었다. 이러한 과정을 통하여, 복잡한 3차원 구조 해석이 2차 선형 미분 방정식으로 얻어진다. 이 방법은 해석 시 구조물의 어느 정도의 규칙성이 요구되지만, 에너지 방법을 쓰고 있기 때문에 높이에 따른 변화의 정도를 어느 정도 해결할 수 있다. 따라서 해석과정이 계속해서 반복되는 고층 구조물의 preliminary design 단계에서 이 방법은 매우 경제적이며 실용적이라고 사료된다.

#### 감사의 글

본 논문을 위해 지원하여 주신 한양대 초대형 구조시스템 연구 센터에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. Coull, A., and Bose, B., Simplified analysis of framed-tube structures , ASCE, Vol.101, No.11, pp.2223-2240, 1975
2. ETABS, Three Dimensional Analysis of Building System, Computers and Structures Inc., Berkeley, California, U.S.A, 1989
3. Ketter, R.L., Lee, G.C. and Prawel, S.P., Structural Analysis and Design, McGraw-Hill, New York, 1979
4. Kwan, A. K. H., Simple method for approximate analysis of framed tube structures , ASCE, Vol.120, No.4, pp.1221-1239, 1994
5. Lee, K. K., and Loo, Y. C., Simplified analysis of shear lag in tube-in-tube structures , Proceedings of Second China-Australia Symposium on Computation and Mechanics (CASCM 97), pp.113-122, Australia, 1997

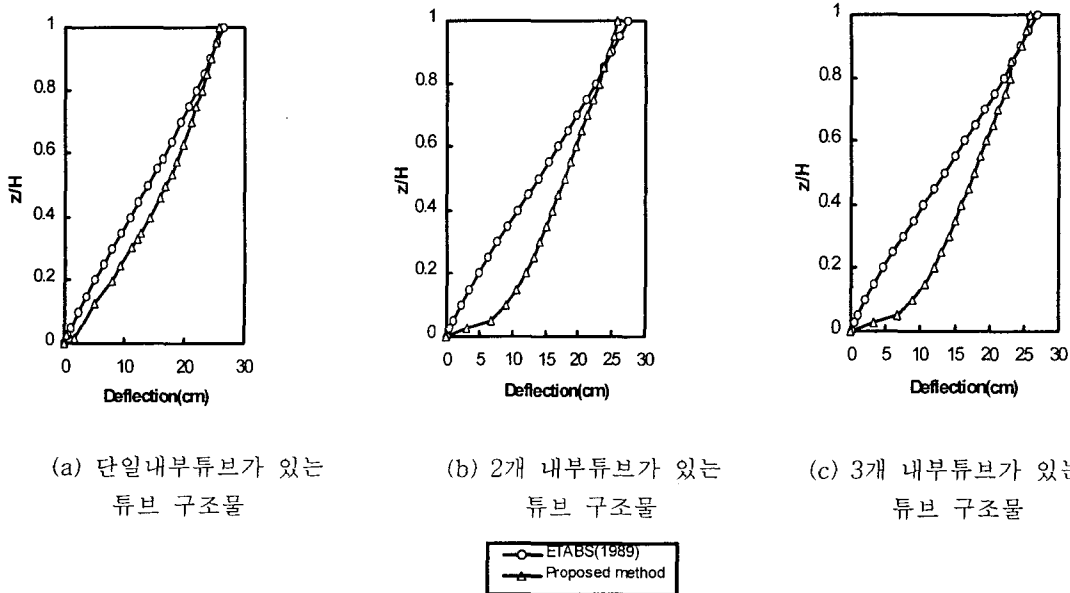
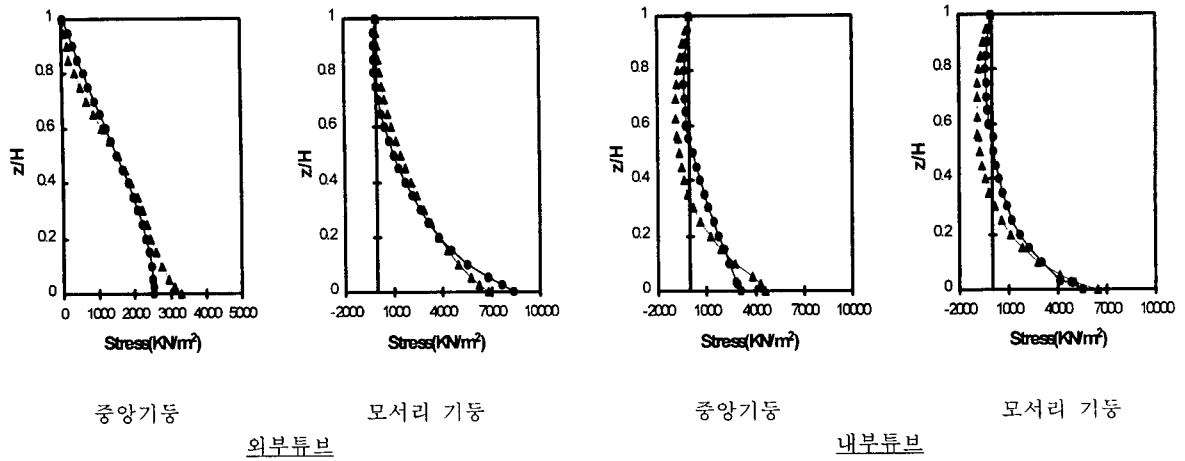
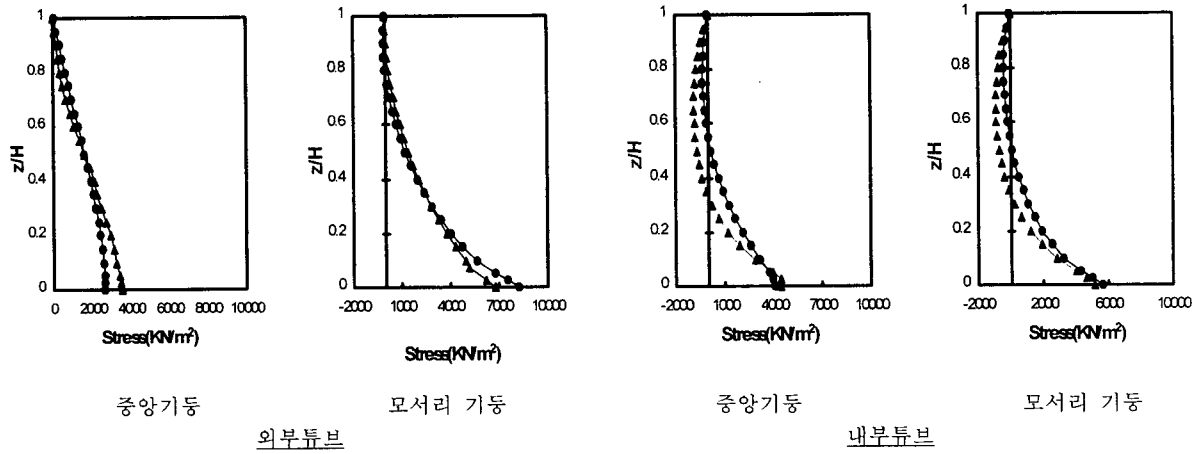


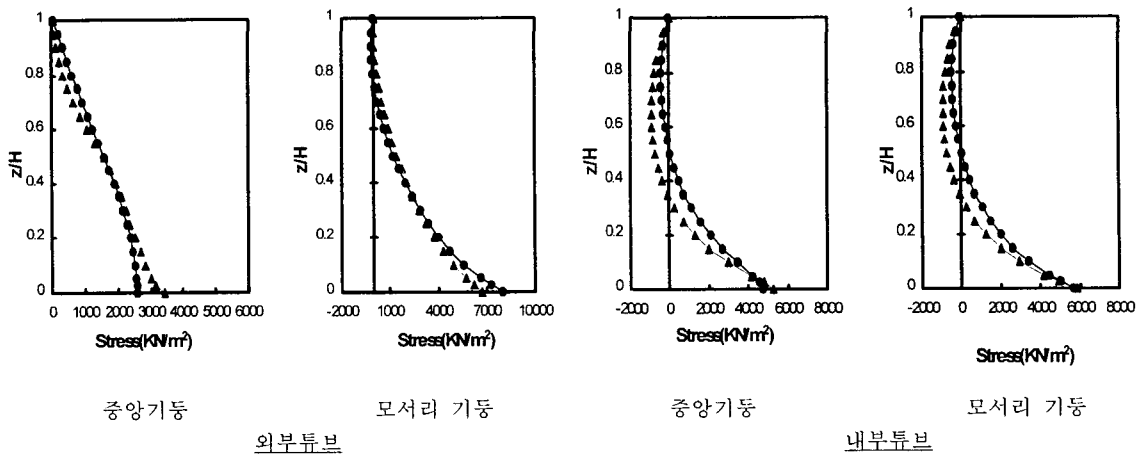
그림 3 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 수평 처짐



(a) 단일내부튜브가 있는 튜브 구조물



(b) 2개 내부튜브가 있는 튜브 구조물



(c) 3개 내부튜브가 있는 튜브 구조물

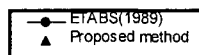


그림 4 내부 튜브가 있는 3개의 골조 튜브 구조물의 플렌지 패널의 중앙과 모서리에 있는 기둥의 축응력