

# 다경로 페이딩 채널에서 Rake 수신기를 사용하는 간섭제거 기법의 성능 분석

최태규, 김태영, 고균병, 홍대식, 강창언  
연세대학교 전기·전자공학과  
전화 : (02) 361-2865 / 팩스 : (02) 312-4887

## Performance Analysis of PIC with Rake receiver in the Multipath Fading Channel

Taekyu Choi, Taeyoung Kim, Kyunbyoung Ko, Daesik Hong, Changeon Kang  
Info. & Telecomm. Lab., Dept. of Electrical & Electronics Eng., Yonsei Univ.  
E-mail : human@catseye.yonsei.ac.kr

### Abstract

In this paper, the performance of the parallel interference cancellation(PIC) with RAKE receiver is more precisely analyzed in the uplink multipath fading channel. There is some difference between the proposed analysis method and the previous ones. Namely, it can be confirmed that the proposed analysis method by using stochastic characteristics is more accurate than the previous ones. It is also verified that the analysis result is similar to simulation as the number of user is increased. It is assumed that the channel estimation is perfect and the delay of multipath is  $T_c$  in the simulation..

### I. 서론

DS/CDMA 시스템은 주파수 대역을 효율적으로 사용할 수 있는 다중 접속 시스템이다. 하지만, DS/CDMA 시스템의 성능 및 수용할 수 있는 사용자수는 다른 사용자들에 의한 다중 사용자 간섭(Multiple Access Interference)에 의해 크게 영향을 받는다. 이러한 영향을 극복하기 위한 방법으로 다중 사용자 검파 기법에 관한 연구가 진행되어 왔다. 그 중에서도 시스템의 복잡도를 고려할 때 준 최적의 간섭 제거 기법(Interference Cancellation)의 사용 가능성이 대두되고 있다. 간섭 제거 기법 중 병렬 간섭 제거 기법(Parallel Interference Cancellation)은 복호 지연(decoding delay)이 작은 반면 페이딩 채널에서 성능의 저

하가 발생한다.

다경로 페이딩 채널에서 Rake 수신기를 사용하는 DS/CDMA 시스템의 성능 분석과 비동기 페이딩 채널에서 간섭제거 기법을 사용할 때의 성능 분석은 되어 있다 [1~3]. 그러나, [1]의 분석에서는 Rake 수신기를 고려하지 않았으며 [1,3]의 분석은 간섭제거 단계가 증가됨에 따라 모의 실험 결과와의 차이가 증가되는 경향을 나타낸다.

따라서, 본 논문에서는 병렬 간섭 제거 기법을 적용한 시스템에 대하여 보다 명확한 수식분석을 유도하고 모의 실험을 통해서 확인한다. 이때, 고려되는 채널 환경은 다중경로 레일리 페이딩 채널(Multipath Rayleigh Fading Channel)이며 수신기에서는 다경로 페이딩 채널에 적합한 Rake 수신기를 사용한다.

2장에서는 비동기 다경로 페이딩 채널에 대한 모델링과 채널을 통과한 수신 신호를 보여준다. 3장에서는 병렬 간섭 제거 기법을 사용할 때의 성능 분석을 하고 4장에서는 수식적인 결과와 시뮬레이션 결과를 살펴본다. 끝으로 5장에서는 본 논문의 결론을 맺는다.

### II. 시스템 모델링

본 논문에서는 역방향 링크의 비동기 DS/CDMA 시스템을 고려하며  $K$ 명의 사용자와  $L$ 개의 다경로를 가정한다.  $i$ 번째 사용자에 대한 정보열과 확산 코드열을 다음과 같이 정의 한다.

$$\begin{aligned} b_i(t) &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j^{(i)} p_i((j-1)T, jT), \\ a_i(t) &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j^{(i)} p_i((j-1)T_c, jT_c), \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $b_j^{(i)} = \pm 1$ ,  $a_j^{(i)} = \pm 1$ 이며  $p_i(t_1, t_2)$ 는 구간  $[t_1, t_2]$ 을 갖는 단위 사각펄스신호를 의미한다. 또한, 확

이 논문은 2000년도 LG와 두뇌한국21사업 핵심분야에 의하여 지원되었습니다.

산계수를  $N \equiv T/T_c$ 로 정의하면, 모든  $i, j$ 에 대해서  $a_j^{(i)} = a_{j+N}^{(i)}$ 라 할 수 있다. 또한, 채널은 다경로 느린 레일리 페이딩 채널로 가정하므로 다음과 같이 채널 응답을 표현할 수 있다[1,4].

$$h_k = \sum_{l=1}^{L_k} \beta_l^{(k)} \delta(t - \tau_l^{(k)}) e^{j\gamma_l^{(k)}} \quad (2)$$

여기서,  $\tau_l^{(k)}, \beta_l^{(k)}, \gamma_l^{(k)}$ 는  $k$ 번째 사용자의 경로지연, 경로 이득 및 위상성분을 나타낸다.  $\Delta$ 를 최대 시간 퍼짐으로 정의할 때, 경로 지연 성분인 랜덤변수  $\tau_l^{(k)}$ 는  $[0, \Delta]$  구간 내에서 균일하게 분포한다는 가정을 할 수 있다[1,2]. 마찬가지로, 경로 이득  $\beta_l^{(k)}$ 는 경로수와 사용자들 간에 독립적인 레일리 랜덤 변수로 가정할 수 있다.

채널을 통과해 수신된 신호는 다음과 같이 정의된다.

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \sqrt{2P_k} \beta_l^{(k)} b_k(t - \tau_l^{(k)}) a_k(t - \tau_l^{(k)}) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_l^{(k)}) + n(t) \quad (3)$$

여기서,  $n(t)$ 는  $N_0/2$ 의 양측대파 전력 밀도 스펙트럼을 갖는 백색 가우시안 잡음이고,  $P_k = E_k/T$ 는  $k$ 번째 사용자의 신호 전력을 나타낸다. 또한,  $\omega_c$ 는 반송파 주파수이고,  $\phi_l^{(k)} = \gamma_l^{(k)} - \omega_c \tau_l^{(k)} - \omega_c T_k$ 는  $k$ 번째 사용자의  $l$ 번째 경로의 위상 성분으로  $[0, 2\pi]$ 구간에서 균일하게 분포된 독립 랜덤 변수로 가정할 수 있다. 여기서,  $T_k$ 는  $k$ 번째 사용자의 비동기 전송 지연시간을 의미한다. 따라서, 전체적인 지연,  $t_l^{(k)} = \tau_l^{(k)} + T_k$ 은  $[0, T]$ 구간에서 균일하게 분포된 독립적인 랜덤 변수로 가정한다[1,2].

### III. 성능 분석

#### III-1. RAKE 수신기의 출력

원하는 사용자(desired user)는  $i$ 번째 사용자로 가정하고 Rake 수신기를 사용한다고 가정하면, 각 경로성분에 대한 정합 여파기의 출력을 결합한 결정 변수는 다음과 같이 분해할 수 있다[1].

$$X^{(i)} = \sum_{l=1}^{L_i} \int_{(n-1)T+t_l^{(i)}}^{nT+t_l^{(i)}} r(t) \beta_{l,i} a_i(t - t_l^{(i)}) \cos(\omega_c t + \phi_{l,i}^{(i)}) dt = D^{(i)} + S^{(i)} + C^{(i)} + \eta^{(i)} \quad (4)$$

여기서,  $D^{(i)}$ 는 원하는 신호 성분(desired signal),  $S^{(i)}$ 는  $i$ 번째 사용자의 자기 간섭 성분(self interference)을 의미한다.  $C^{(i)}$ 는 다중 사용자 간섭성분으로 다른 사용자들의 ( $1 \sim L_k$ ) 경로 성분의 합을,  $\eta^{(i)}$ 는 AWGN에 의한 성분을 의미한다. 따라서, 위의 각 성분들을 다음과 같이 정리할 수 있다[1].

$$D^{(i)} = \sum_{l=1}^{L_i} \sqrt{\frac{P_i}{2}} (\beta_{l,i}^{(i)})^2 b_n^{(i)} T. \quad (5)$$

$$S^{(i)} = \sum_{l=1}^{L_i} \sqrt{\frac{P_i}{2}} \sum_{\substack{l'=1 \\ l' \neq l}}^{L_i} \beta_{l,i}^{(i)} \beta_{l',i}^{(i)} \cos(\phi_{l,i}^{(i)} - \phi_{l',i}^{(i)}) \cdot (b_n^{(i)} R^{(i,i)}((t_l^{(i)} - t_{l'}^{(i)}) - mT) + b_{n+1}^{(i)} \widehat{R}^{(i,i)}((t_l^{(i)} - t_{l'}^{(i)}) - mT)), \quad (6)$$

$$C^{(i)} = \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l'=1}^{L_k} \sqrt{\frac{P_k}{2}} (\beta_{l,i}^{(k)} \beta_{l',i}^{(i)}) \cdot \cos(\phi_{l,i}^{(k)} - \phi_{l',i}^{(i)}) \{ b_{n-1-m}^{(k)} R^{(k,i)}((t_l^{(k)} - t_{l'}^{(i)}) - mT) + b_{n-m}^{(k)} \widehat{R}^{(k,i)}((t_l^{(k)} - t_{l'}^{(i)}) - mT) \}. \quad (7)$$

$$\eta^{(i)} = \sum_{l=1}^{L_i} \int_{(n-1)T+t_l^{(i)}}^{nT+t_l^{(i)}} n(t) \beta_{l,i}^{(i)} a_i(t - t_l^{(i)}) \cos(\omega_c t + \phi_{l,i}^{(i)}) dt$$

여기서,  $m_{l,i}^{(k,i)} = \lfloor (t_l^{(k)} - t_{l'}^{(i)})/T \rfloor$ 로 정의하고 수식전개 상 편의를 위해  $m$ 으로 표현하였다. 또한  $R^{(k,i)}(\tau)$ 와  $\widehat{R}^{(k,i)}(\tau)$ 는 다음과 같이 정의된다[1,2].

$$R^{(k,i)}(\tau) = \int_0^\tau a_k(t - \tau) a_i(t) dt \quad (8)$$

$$\widehat{R}^{(k,i)}(\tau) = \int_\tau^T a_k(t - \tau) a_i(t) dt$$

#### III-2. 간섭 제거 기법을 적용한 시스템의 성능 분석

일반적인 시스템의 성능분석을 위해서는 먼저 결정변수  $X^{(i)}$ 의 통계적 특성을 구해야 한다. 식(4)에서  $S^{(i)}, C^{(i)}, \eta^{(i)}$ 항은 위상 성분들로 인해 '0'의 평균값을 갖는다. 따라서,  $X^{(i)}$ 는 CLT(Central Limit Theorem)에 의해  $D^{(i)}$ 를 평균값으로 갖게 되고,  $S^{(i)}, C^{(i)}, \eta^{(i)}$ 의 분산의 합을 분산으로 갖는 가우시안 랜덤 변수로 가정할 수 있다. 그리고,  $\{\beta_{l,i}^{(i)}\}$ 이 주어진 경우의 각 항들에 대한 조건부 분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Var[\eta^{(i)}] = \frac{N_0 T}{4} \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_{l,i}^{(i)})^2 \quad (9)$$

$$Var[S^{(i)}] = \sum_{\substack{l=1 \\ l' \neq l}}^{L_i} \frac{P_i}{4} E[(\beta_{l,i}^{(i)})^2] \times 2 \sum_{l'=1}^{L_i} (\beta_{l',i}^{(i)})^2 \cdot \left( E\left[ \left\{ R^{(i,i)}((t_l^{(i)} - t_{l'}^{(i)}) - mT) \right\}^2 \right] + \left\{ \widehat{R}^{(i,i)}((t_l^{(i)} - t_{l'}^{(i)}) - mT) \right\}^2 \right) \quad (10)$$

$$Var[C^{(i)}] = \sum_{k=1, k \neq i}^K \frac{P_k T^2}{12N^3} E\left[ \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_{l,i}^{(k)})^2 \right] \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_{l,i}^{(i)})^2 r_{k,i} \quad (11)$$

여기서,  $r_{i,k}$ 는 다음과 같이 정의된다[6].

$$r_{k,i} = \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ C_{k,i}^2(l) + C_{k,i}^2(l+1) + C_{k,i}^2(l-N) + C_{k,i}^2(l+1-N) \right. \\ \left. + C_{k,i}(l)C_{k,i}(l+1) + C_{k,i}(l-N)C_{k,i}(l+1-N) \right\} \quad (12)$$

이때,  $C_{k,i}(\cdot)$ 는 신호열의 비주기 상호상관값(aperiodic cross correlation)을 나타낸다[6].

$X^{(i)}$ 는 가우시안 분포를 갖기 때문에 BER은 식(5), (9), (10), (11)을 이용하여 구할 수 있다. 먼저,  $\{\beta_i^{(i)}\}$ 가 주어졌을 때 조건부 SNR은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\left(\frac{S}{N}\right)^{(i)} = \frac{\frac{P_i}{2} T^2 \left( \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_i^{(i)})^2 \right)^2}{\text{Var}[S^{(i)}] + \text{Var}[C^{(i)}] + \text{Var}[\eta^{(i)}]} \quad (13) \\ = \text{SNR}^{(i)} \left( \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_i^{(i)})^2 \right) = \text{SNR}^{(i)} \beta$$

여기서,  $\text{SNR}^{(i)} = \frac{\frac{P_i}{2} T^2 \left( \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_i^{(i)})^2 \right)}{\text{Var}[S^{(i)}] + \text{Var}[C^{(i)}] + \text{Var}[\eta^{(i)}]}$  이고  $\sum_{l=1}^{L_i} (\beta_i^{(i)})^2 = \beta$  이다. 결과적으로 조건부 오차 확률은 다음과 같다.

$$P_e(\beta) = \Pr \left( \text{Error at the initial stage} \mid \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_i^{(i)})^2 = \beta \right) \\ = Q \left[ \sqrt{\text{SNR}^{(i)} \beta} \right] \quad (14)$$

여기서,  $Q[x] = (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty \exp(-t^2/2) dt$  이다.

주어진 조건부 오차확률  $P_e(\beta)$ 를 랜덤변수  $\beta$ 에 대하여 평균을 취하여 '0th stage'에서의 최종적인 오차 확률  $P_e[0]$ 을 구한다. 여기서,  $E[\beta^2] = \bar{\gamma}$  라고 하면 레일리 분포를 갖는 랜덤변수  $\beta$ 의 확률밀도 함수  $f(\beta)$ 는 다음과 같이 표현된다[5].

$$f(\beta) = \frac{1}{(L-1)!} \frac{1}{\gamma} \beta^{L-1} e^{-\frac{\beta}{\gamma}} \quad (15)$$

따라서, 간섭제거 전의 최종적인 오차확률  $P_e[0]$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다[4].

$$P_e[0] = \int_0^\infty f(\beta) Q \left[ \sqrt{\text{SNR}^{(i)} \beta} \right] d\beta \quad (19) \\ = \left[ \frac{1}{2}(1-\mu) \right]^L \sum_{s=0}^{L-1} \binom{L-1+s}{s} \left[ \frac{1}{2}(1+\mu) \right]^s$$

여기서,  $\mu$ 는 다음과 같다.

$$\mu = \sqrt{\frac{\frac{\text{SNR}^{(i)}}{2} \bar{\gamma}}{1 + \frac{\text{SNR}^{(i)}}{2} \bar{\gamma}}} \quad (20)$$

첫 번째 병렬간섭 제거 기법을 적용하게 되면 다중사용자 간섭 성분 (7)에서 사용자 정보열 부분이 추정된 정보열과 빼진 형태로 바뀌게 된다[1]. [1,2]의 방법에서는 다

중 사용자 간섭 성분의 분산을 계산할 때 식 (19)의 값을 포함하도록 분석하였다. 그러나, (7)에 포함된 랜덤 변수  $\{\beta_i^{(i)}\}$ 를 고려한다면 식 (14)를  $\{\beta_i^{(i)}\}$ 에 대한 평균값을 취하는 것이 타당하다. 이러한, 분석 기법을 통해 간섭 성분이 제거된 자기 간섭 성분 및 다중 사용자 간섭성분의 분산은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\text{Var}[S^{(i)}[1]] \\ = \text{Var}[S^{(i)}] 4 \left[ \frac{1}{2}(1-\mu) \right]^{L+1} \sum_{s=0}^L \binom{L+s}{s} \left[ \frac{1}{2}(1+\mu) \right]^s \quad (21)$$

$$\text{Var}[C^{(i)}[1]] \\ = \text{Var}[C^{(i)}] 4 \left[ \frac{1}{2}(1-\mu) \right]^{L+1} \sum_{s=0}^L \binom{L+s}{s} \left[ \frac{1}{2}(1+\mu) \right]^s \quad (22)$$

그러므로, 간섭 제거된 형태의 식 (13) 과 최종적인 오류 확률 식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\text{SNR}^{(i)}[1] = \frac{\frac{P_i}{2} T^2 \left( \sum_{l=1}^{L_i} (\beta_i^{(i)})^2 \right)}{\text{Var}[S^{(i)}[1]] + \text{Var}[C^{(i)}[1]] + \text{Var}[\eta^{(i)}]} \quad (23)$$

$$P_e[1] = \int_0^\infty f(\beta) Q \left[ \sqrt{\text{SNR}^{(i)}[1] \beta} \right] d\beta \\ = \left[ \frac{1}{2}(1-\mu[1]) \right]^L \sum_{s=0}^{L-1} \binom{L-1+s}{s} \left[ \frac{1}{2}(1+\mu[1]) \right]^s \quad (24)$$

여기서,  $\mu[1] = \sqrt{\frac{\frac{\text{SNR}^{(i)}[1]}{2} \bar{\gamma}}{1 + \frac{\text{SNR}^{(i)}[1]}{2} \bar{\gamma}}}$  이다.

그리고, 이런 분석 방법을 다단계 간섭제거 기법에 적용하여 그에 따른 오류율 유도할 수 있다.

#### IV. 모의 실험 결과 및 분석

본 절에서는 간섭제거 기법을 적용한 Rake 수신기의 성능을 모의 실험을 통하여 검증하도록 한다. 모의 실험에 관한 변수들은 표 1.과 같다. 그리고, 모의 실험에서는 다중 경로 성분들이  $T_c$  간격으로 지연되며 코드동기 및 채널 추정은 완벽하다고 가정한다. 또한,  $\sum_{l=1}^{L_i} E[(\beta_i^{(i)})^2] = 1$ 로 정하였다[1].

그림 1에서는 단일 사용자 환경에서의 Rake 수신기 성능을 보여주고 있다. 다중경로수가 1, 2, 4일 경우의  $E_b/N_0$ 에 따른 비트 오류율의 비교를 통해 성능분석 결과와 모의 실험결과가 일치함을 확인할 수 있다[4].

그림 2에서는 사용자들에 따른 시스템 성능을 비교하고 있다. 모든 사용자에 대해 다중경로 수는 2이고,

표 1. 모의 실험 환경

변수명	실험 변수
확산 계수	31
확산 코드	Gold Code
간섭제거 기법	PIC
다중경로 수	1, 2, 4
도플러 주파수	100Hz

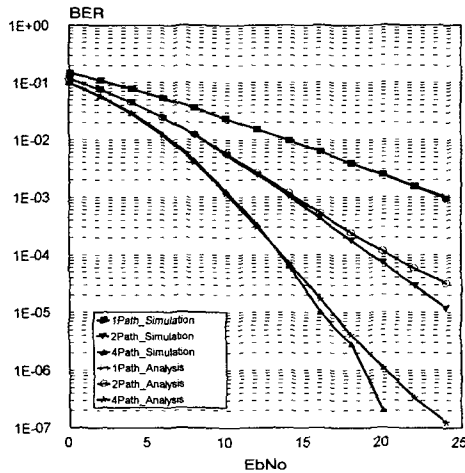


그림 1 다중경로 수에 따른 수학적 분석 결과와 모의실험 결과의 비교  
 Fig. 1 Comparison between analysis result and simulation according to the number of multipath.

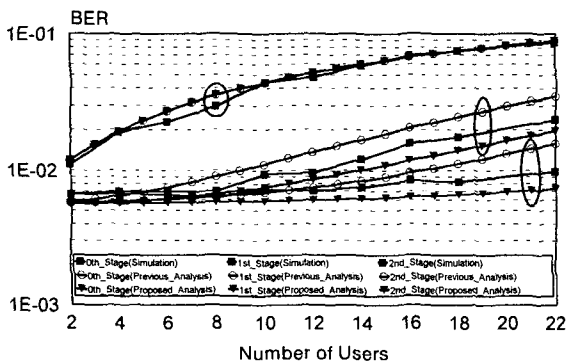


그림 2. 사용자 수의 증가에 따른 수학적 분석과 실험 결과와의 비교 (  $L=2, Eb/No = 10dB, PIC$  )  
 Fig. 2 Comparison between analysis result and simulation according to increasing the number of user (  $L=2, Eb/No = 10dB, PIC$  )

$$EbN_0 \doteq \sum_{k=1}^{L_s} E[(\beta_l^{(k)})^2] (E_k/N_0) = 10dB \text{로 가정하였다.}$$

두 개의 그림들을 통해 간섭제거 기법을 적용하지 않은 (0th Stage) 일반적인 Rake 수신기의 성능에 대한 모의 실험 결과가 성능 분석 결과와 일치하고 있음을 확인 할 수 있다. 그러나, 병렬 간섭제거 기법을 적용한 경우의 모의 실험 결과는 [1,2]에 의한 성능 분석과 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 특히, 두 번째 단계의 간섭제거가 이뤄진 경우에 대해서는 사용자가 커짐에 따라 성능차이가 심해지고 있다.

이에 비하여 본 논문에서 제안하는 성능 분석 결과는 비록 모의 실험 결과와 차이를 보이고 있지만, [1]에 의한 분석보다 모의 실험 결과에 유사한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다.

### V. 결론

본 논문에서는 간섭제거 기법을 적용한 Rake 수신기의 성능을 수식적으로 분석하였다. 기존의 성능 분석과 약간의 차이를 보였으며 사용자가 증가함에 따라 모의실험에 보다 유사한 결과를 나타냈다. 또한, 다중 경로에 대한 성능 분석 결과와 모의 실험 결과의 비교를 통해서 본 논문의 분석 방법이 타당함을 보여준다.

### 참고 문헌

- [1] Andrew L.C. Hui and Ben Letaief, "Successive Interference Cancellation for Multiuser Asynchronous DS/CDMA Detectors in Multipath Fading Links," IEEE Trans. on Comm., vol. 46, no. 3, pp. 384-392, March 1998.
- [2] C.Y.Yoon, R. Kohno, and H. Imai, "A spread-spectrum multiaccess system with cochannel interference cancellation for multipath fading channels," IEEE J. Select. Areas Comm., vol. 11, pp. 1067-1075, Sept. 1993.
- [3] Romano Fantacci, "Proposal of an Interference Cancellation Receiver with Low Complexity for DS/CDMA Mobile Communication Systems," IEEE Trans. on Vehicular Tech., vol. 48, no. 4, pp. 1039-1046, July 1999.
- [4] J. G. Proakis, "Digital Communications" McGraw Hill.
- [5] A. Papoulis, "Probability Random Variables, and Stochastic Process," McGraw Hill.
- [6] Michael B. Pursley, "Performance Evaluation for Phase-coded Spread Spectrum Multiple-Access Communication - Part I: System Analysis," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-25, no. 8, Aug. 1977.